論文

複数のファンを連合運転する通気網の最適化*

— 通気システムの最適化調節に関する研究 (第3報) —

李 秉 芮¹ 内 野 健 一² 井 上 雅 弘³

The Optimization of A Multiple Fan Ventilation Network

—A study on the optimum control of a mine ventilation system (3rd Report)—

by Bingrui LI¹, Kenichi UCHINO¹ and Masahiro INOUE¹

1. Faculty of Engineering, Kyushu University, Higashi-ku, Fukuoka 812

There are many ventilation networks utilizing multiple fan system. Not only the airflow distribution analysis but also the optimization of such ventilation networks are affected by the interaction of these fans. This paper describes the influence of the interaction of fans on the optimization of the network.

Firstly, fundamental procedures for the optimization of multiple fan network are explained. They are similar to those for a single fan network, the interaction of the fans interferes the convergence of the analysis to the optimum conditions depending on the configurations of the network and fans. Then economical conditions of such a procedures will be deduced theoretically.

An improved method for optimization of multiple fan network system in various condition is developed on the basis of the theory. Finally, criteria for checking the optimization of a multiple fan ventilation network is proposed and several examples of the application will be shown.

KEY WORDS : Optimum Control, Multiple Fan, Ventilation Network

1. 緒 言

すでに筆者らはファンが1台の場合の通気網の最適化について報告¹⁾したが、通気網が大きくなると坑内に所要の風量を供給するために複数のファンを使用する場合がある。通常、複数のファンを1つの通気網に用いることを連合運転と呼ぶ¹⁾²⁾。連合運転には主扇と坑内の補扇の場合、複数の排気坑にそれぞれ1台ずつ主扇を設置する場合、1つの排気坑口に2台の主扇を設置する場合など、多種多様な組み合わせがある。本報では、石炭鉱山に多く使われる、複数の排気坑にそれぞれ1台の主扇を設置する場合の通気網の最適化について論じる。

通気網の最適化については従来より数多くの研究^{3)~5)}があるが、そのほとんどは通気網最適化の数学モデルの中にファンの風量-圧力特性曲線(以後、ファン特性と呼ぶことにする)を含まず、ファンの圧力は変数として取り扱われている。最適化計算を行うとき、ファンの圧力は通気網の抵抗の調節によって決められるが、ファンの特性によって通気網の抵抗の調節を決めることはできないので、求められたファンの作動点はファンの作動可能範囲内に位置しない可能性がある。また複数のファンを連合運転する場合の相互干渉が通気網の最適化に及ぼす影響については触れ

られていない。

複数のファンを連合運転する場合、ファンの相互干渉が発生し、このため通気網内に計画通りの風量を供給できないことがある。したがって、複数のファンを連合運転する通気網の最適化は、抵抗の調節のみならず、ファンの相互干渉を考慮しなければならない。干渉が存在する場合、ファンが1台の場合の通気網の最適化方法⁶⁾⁷⁾をそのまま適用できないので、本報ではファンの干渉を考慮する最適化方法を提案し、連合運転の最適条件および最適な調節結果の判断基準を検討する。

2. 複数のファンを連合運転する通気網の最適化方法

入気坑から出発し、通気方向に沿って排気坑までたどった坑道の連鎖は通気網に関するパス⁸⁾(path)と呼ばれる。図1に示す通気網をパスで表すと

C1: C → 3 → D → 1 → A

C2: C → 3 → D → 2 → B

図1 2台のファンを連合運転する通気網

* 1996年9月6日受付 1997年1月7日受理 資源・素材学会平成8年度春季大会にて一部発表

1. 正会員 九州大学助手 工学部資源工学科

2. 正会員 工博 九州大学教授 工学部資源工学科

3. 正会員 工博 九州大学助教授 工学部資源工学科

〔著者連絡先〕 FAX 092-642-3614 (九大・資源)

キーワード: 最適化調節, 複数のファン, 通気網

のように記述することができる。そのうち、ファン1 (f1) はパス C1 に関連し、ファン2 (f2) はパス C2 に関連する。ファン1 および関連するパス (C1) をサブシステム1、ファン2および関連するパス (C2) をサブシステム2と定義すると、複数のファンを連合運転する通気網は複数のサブシステムから構成されるものと見なせる。

連合運転の場合においても前報⁷⁾で提案した最適化モデルが適用できるが、ファンの最適作動点の計算方法は同じではない。本研究での基本的流れを以下に示す。

前報で述べたように、まず適当な初期ファン特性 hf_i^0 を選び、 $S^0 = (s_1^0, s_2^0, \dots, s_n^0)$ を初期抵抗調節値とし、ファン特性 (圧力) の変更回数 $w = 0$ と置いて、通気網の調節計算を行う (ここで、 hf : ファンの特性曲線方程式、 s : 坑道の抵抗調節値、 $N \cdot s^2/m^8$)。坑道の調節計算が収束したとすれば、ファン特性を圧力軸方向に次式により補正する。

$$hf_i^{w+1} = hf_i^w - L_i^w \quad (L \text{ はファン特性の補正值, Pa})$$

..... (1)

求められた抵抗の調節値 $S^w = (s_1^w, s_2^w, \dots, s_n^w)$ を初期値 S^0 に代替して、再度同様の計算を行う。 w 回目のファン特性の変更後に、通気網の解析風量がその所要風量を満たさない坑道 e が存在すれば、

- (1) 通気網の解析風量が坑道 e の所要風量を満すファン i の最小特性を求める。
- (2) ファン i の特性はこれ以後変更しない。ここでは、これをファンの特性を固定と呼ぶことにする。固定されなかったファンは更新式(1)により圧力補正を行う。

図2 最適化の手順

以上の計算をすべてのファン特性が固定されるまで繰り返し行う。

このとき注意しなければならないのは、ファンが相互干渉するため、すべてのファン特性が固定されると、それ以前に固定されたファンの解析作動点は必ずしも最適ではなく、そのファン特性はさらに低圧側へ移動する可能性があるということである。したがって、固定された各ファン特性を初期値とし、同様の計算を所定の精度を満足するまで行う必要がある。その手順をまとめると図2に示す通りである。ただし、同図は基本的流れを示したものであり、ファンの相互干渉の形態によってはさらに複雑な流れとなる場合もあるが、これについては後述する。

3. ファンの干渉が最適化に及ぼす影響

本報ではファンの相互干渉が通気網の最適化へ与える影響に従って、干渉のあり方を2種類に分けることにする。

図3 解析例1の通気網

表1 解析例1のデータ

坑道 番号	抵抗 $N \cdot s^2/m^8$	抵抗の 制約条件	所要風量 m^3/s 下限	所要風量 m^3/s 上限	ファンの 調節	坑道 番号	抵抗 $N \cdot s^2/m^8$	抵抗の 制約条件	所要風量 m^3/s 下限	所要風量 m^3/s 上限	ファンの 調節
1	0.031088					27	0.161252				
2	0.036680					28	4.285710	抵抗増加	17	27	
3	0.006123					29	0.543296	抵抗増加	13	23	
4	0.009204					30	4.375813	抵抗増加	17	27	
5	0.805311					31	0.040495	抵抗増加			
6	0.970970					32	0.045005				可
7	0.004293					33	0.043290				
8	0.069507					34	1.032767				
9	0.014196					35	0.201828				
10	0.009741					36	0.307398				
11	0.921440					37	0.002074				
12	0.572845	抵抗増加	8	18		38	1.038392	抵抗増加	8.2	18	
13	2.906150	抵抗増加	7	17		39	0.079238				
14	4.246398	抵抗増加	15	25		40	0.013554				
15	4.239690	抵抗増加	15	25		41	0.119190	抵抗増加	2.5	12	
16	3.075150	抵抗増加	7	17		42	0.024310				
17	0.040498	抵抗増加				43	0.097483	抵抗増加			
18	0.059033	抵抗増加				44	0.184106				
19	0.262392				可	45	0.561028	抵抗増加			
20	0.022802					46	0.149292				
21	0.758147					47	0.006604				
22	0.005850					48	0.153448				
23	0.003926					49	4.107359	抵抗増加	15	25	
24	0.736086					50	4.885374	抵抗増加	15	25	
25	0.065715					51	0.314618	抵抗増加	7.5	15	
26	0.009741					52	0.155409				可

3・1 第1類干渉

図1に示す通気網を例として、これを検討する。2. で述べた最適作動点の計算方法に基づいて、 w 回目のファン特性の変更後に、ファン1の特性が固定され、ファン2の特性を低圧側へ移動して最適化の計算を続けるとき、許容される範囲内で通気網の抵抗をどのように調節するかを問わずに、ファン1の圧力が上昇せず風量が減少しなければ、本報ではこれを第1類干渉と呼ぶことにする。このような場合ファン2の特性を低圧側へ移動してもファン1の風量は減少しない。すなわち、ファン2の特性の変更がファン1の収束性に影響せず、すなわち各ファンは独立した収束性を有する。ここで、ファン1がそれを含むサブシステムに所要風量を供給できることを「ファン1は収束する」と呼び、そうでない場合、「ファン1は収束しない」と呼ぶことにする。第1類干渉の場合の通気網の最適化は、図2に示す計算方法そのまま可能である。第1類干渉の例を次に示す。なお、解析例で用いている実際の数値等の計算方法等については後で記述する。

解析例1 図3に示すような、52本の坑道、32個の節点、3台のファンからなる通気網を考える。通気網のデータは表1に示す通りである。

$hf^0 = -100q + 17000$ を3台のファンの共通の初期特性、 $S^0 = (0, 0, \dots, 0)$ を初期抵抗調節値として、この例に最適化を行った。最適化の過程において、各ファンの圧力と風量の変化は図4に示す通りである。

ファン1の特性が $ha_1 = -100q + 7561.298$ になったときに、その特性が固定された。 ha_1 を固定値とし、ファン2と3の特性を低圧側へ移動して最適化の計算を続けるとき、計算が終了するまでファン1の解析作動点はほぼ変化しなかった。同様に、ファン3の特性が $ha_3 = -100q + 6649.87$ 、ファン2の特性が $ha_2 = -100q + 6376.702$ になったときに、それぞれの特性が固定された。ファン3の特性が固定された後に、ファン2の特性を低圧側へ移動して計算を続けても、ファン1とファン3の収束性に影響はなかった。

図2に示した計算法に基づいて、 ha_1 、 ha_2 および ha_3 を新しい初期ファン特性として再度同様の計算を行うとき、ファン1、

2および3の作動点は変化せず、所定の精度が満たされ最適化計算が終了した。

3・2 第2類干渉

図1に示す通気網を用いて検討を続ける。ファン1の特性が固定されたあと、ファン2の特性を低圧側へ移動して最適化の計算を行うとき、ファン1の圧力が上昇し風量が減少すれば、本報ではこれを第2類干渉と呼ぶことにする。このような場合ファン1の風量が、ファン2の特性を低圧側へ移動することによって減少するため、ファン2は収束できても、ファン1は圧力を増やさなければ収束しない。ファン圧力を増加する場合、次式をファン特性の更新式とすることができる。

$$hf_i^{w+1} = hf_i^w + \beta L_i^w \dots\dots\dots (2)$$

β はファンの干渉程度を表す量である。通常、 $0 < \beta \leq 1$ であるが、ファン2の特性を低圧側へ移動することによってファン1の風量が大幅に減少する場合、 β は大きい値を取り、そうでなければ、小さい値を取る。

第1類干渉と第2類干渉に関する検討をまとめると以下のである。ファン1の特性を固定し、ファン2の特性を低圧側へ移動するとき、もしファン1が収束すれば、この類の干渉は第1類干渉に属し、もし収束しなければ、この類の干渉は第2類干渉に属する。したがって第1類干渉と第2類干渉は簡単にファン1の

表2 解析例2のデータ

坑道 番号	抵抗 $N \cdot s^2/m^8$	抵抗の 調節条件	所要風量 m^3/s		ファンの 調節
			下限	上限	
1	0.1				可
2	0.15				可
3	1.2	抵抗増加	20	30	
4	1.0	抵抗増加	15	25	
5	1.3	抵抗増加	25	35	
6	1.5	抵抗増加	20	30	
7	0.1				
8	0.2				
9	0.3				
10	0.1	抵抗増加

図4 最適化を行う過程におけるファンの風量と圧力の変化 (例1)

図5 第2類の干渉がある場合でも適用できるファン特性の計算方法

図6 解析例2の通気網

図7 最適化を行う過程におけるファンの風量と圧力の変化 (例2)

収束性で判断できる。第1類干渉と第2類干渉の判断およびファン特性の更新方法をまとめると図5に示すようになる。図2に点線で示した枠内の部分を図5に換えれば、どのような干渉でも計算できる。第2類干渉の例を次に示す。

解析例2 図6に示すような、10本の坑道、2台のファンから構成される通気網を考える。通気網のデータは表2に示す。

$hf^0 = -100q + 12300$ を2つのファンの共通の初期特性、 $S^0 = (0, 0, \dots, 0)$ を初期抵抗調節値として、この例に最適化を行った。最適化の過程における各ファンの圧力と風量の変化は図7に示す通りである。

ファン2の特性が $hd_2 = -100q + 5877.909$ になったとき、その特性が固定された。 hd_2 を固定値とし、ファン1の特性を低圧側へ移動して計算を続けたとき、ファン1は収束するが、ファン2は収束しない。図5に示す方法を用いファン2の特性を高圧側へ移動し ($\beta = 0.5$)、ファン1の特性を低圧側へ移動して計算を続けると、ファン1と2の特性が固定されるとき、その特性はそれぞれ $he_1 = -100q + 5455.26$ と $he_2 = -100q + 6677.64$ 、作動点はそれぞれ $E1$ ($34.895 \text{ m}^3/\text{s}$, 1965.761 Pa) と $E2$ ($45.130 \text{ m}^3/\text{s}$, 2164.644 Pa)、通気網の消費エネルギーの総和は 166.268 kW になった。図2に示した計算法に基づき he_1 と he_2 を新しい初期ファン特性として、再度同様の計算を行うと、ファン1と2の解析作動点はそれぞれ $G1$ ($34.986 \text{ m}^3/\text{s}$, 1647.607 Pa)、 $G2$ ($45.023 \text{ m}^3/\text{s}$, 2161.785 Pa) に収束し、通気網の消費エネルギーの総和は 154.972 kW になった。

4. 連合運転の経済性

通気網に供給する風量の総和が同じ場合でも、通気網の風量分布が異なると消費エネルギーが異なる。風量分布は通気抵抗の調節によって異なるが、また、使用するファンの特性曲線によっても異なる。したがって複数のファンを連合運転する通気網に対してファンの圧力を合理的に設定しなければならない。連合運転を行うファンの圧力の合理的設定については、風量の安定性の観点から検討した場合⁹⁾と、経済的な観点から検討した場合¹⁰⁾が報告されている。

4・1 経済的条件

任意の坑道数が n 、節点数が p の通気網は入気坑、坑内の通気網、排気坑の3つの部分から成り立つと見なせる (図8)。すべての入気坑口にある仮想の坑道 (図8、点線) に接続し、この坑道の番号を0、起点番号を0、終点番号を1、通気抵抗を0、風量 q_0 を通気網の風量の総和とすれば、複数の入気坑の通気網は1つの総入気坑のみ、坑道数が $n+1$ 、節点数が $p+1$ の通気網と考えることができる。通気網の抵抗 $R = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ および総風量 q_0 が与えられる場合、通気網の消費エネルギーを最小にする風量分布 $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ は次式で求めることができる。

$$\text{minimize } E = \sum_{j=1}^n r_j |q_j^3| \quad \dots\dots\dots (3)$$

図8 複数のファンを連合運転する通気システム

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^n a_{kj} q_j = 0 \quad (k=1, 2, \dots, p) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\sum_{j=1}^n b_{ij} r_j q_j^2 = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m-F) \quad \dots\dots (5)$$

ここで、 m : 独立メッシュの数; F : ファンの台数; j : 坑道番号; i : メッシュ番号; k : 節点番号; a_{kj} : 接合マトリックス A の要素、 k 節点は j 坑道の起点である場合、 $a_{kj} = -1$ 、 j 坑道の終点である場合、 $a_{kj} = 1$ 、上記以外の場合、 $a_{kj} = 0$; b_{ij} : 独立メッシュマトリックス B の要素、 j 坑道が i メッシュに属し、かつ i の方向と同じ場合、 $b_{ij} = 1$ 、 i の方向と逆の場合、 $b_{ij} = -1$ 、上記以外の場合、 $b_{ij} = 0$ 。ただし(5)式にはファンがあるメッシュを含まない。

(3)~(5)式に示すのは等式制約のある非線形計画問題である。次にこのモデルを利用して、通気網の消費エネルギーが最小の場合の各ファンの圧力の関係について検討する。

この問題に対する Lagrange 関数 $L(Q, \lambda)$ は次のようである。

$$L(Q, \lambda) = \sum_{j=1}^n r_j |q_j^3| + \sum_{k=1}^p \lambda_k \left(\sum_{j=1}^n a_{kj} q_j \right) + \sum_{i=1}^{m-F} \lambda_{p+i} \left(\sum_{j=1}^n b_{ij} r_j q_j^2 \right) \quad (\lambda \geq 0) \quad \dots\dots\dots (6)$$

まず $\partial L / \partial q_j = 0$ の条件により Lagrange 乗数 λ を求める。(6)式を微分すれば、

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} = 3r_j q_j^2 + \sum_{k=1}^p \lambda_k a_{kj} + \sum_{i=1}^{m-F} \lambda_{p+i} (2b_{ij} r_j q_j) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ファンのないメッシュを選び、 $\sum b_{ij} \partial L / \partial q_j$ を求めると

$$3 \sum_{j=1}^n b_{ij} r_j q_j^2 + \sum_{j=1}^n b_{ij} \left(\sum_{k=1}^p \lambda_k a_{kj} \right) + 2 \sum_{j=1}^n b_{ij} \left(\sum_{i=1}^{m-F} \lambda_{p+i} b_{ij} r_j q_j \right) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m-F) \quad \dots\dots\dots (8)$$

(8)式の第1項はキルヒホッフの第2法則を満たすので

$$\sum_{j=1}^n b_{ij} r_j q_j^2 = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m-F)$$

メッシュ i における任意の坑道 j は2つの節点に隣接する。節点 u は坑道 j の起点、節点 v は坑道 j の終点とすれば、接合マトリックスの定義によって $a_{uj} = -1$ 、 $a_{vj} = 1$ が得られる。これを

(8)式の第2項 $\sum_{j=1}^n b_{ij} \left(\sum_{k=1}^p \lambda_k a_{kj} \right)$ に代入すると括弧内の部分は

$$\left(\sum_{k=1}^p \lambda_k a_{kj} \right) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, p)$$

したがって、(8)は次式のようにになる。

$$\sum_{j=1}^n b_{ij} \left(\sum_{i=1}^{m-F} b_{ij} \lambda_{p+i} r_j q_j \right) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m-F) \quad \dots\dots\dots (9)$$

(9)式を行列で記述すれば

$$DY = 0$$

となる。ここで、 $d_{ij} = b_{ij} \left(\sum_{i=1}^{m-F} b_{ij} r_j q_j \right)$ 、 $y_i = \lambda_{p+i}$ 。

B は独立メッシュマトリックスであり、その行は線形独立なので、行列 D の行は線形独立である。行列の性質によって、行列 D の行が線形独立であれば $DY = 0$ は唯一の解 $Y = 0$ を持つ。すなわち

$$\lambda_{p+i} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m-F) \quad \dots\dots\dots (10)$$

(10)式を(7)式に代入すると、

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} = 3r_j q_j^2 + \sum_{k=1}^p \lambda_k a_{kj} = 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (11)$$

各パスに沿って $\partial L / \partial q_j$ を加えると

表3 連合運転の経済性を考慮しない最適化結果

組合せ		初期値		最適化結果		
		圧力(Pa)	風量(m³/s)	圧力(Pa)	風量(m³/s)	エネルギー(kW)
I	ファン1	6472.405	85.198	1647.627	34.989	57.649
	ファン2	6480.017	69.964	2161.772	45.022	97.328
II	ファン1	5301.420	86.985	1645.650	34.675	57.064
	ファン2	4913.815	50.861	2166.420	45.348	98.243
III	ファン1	4526.853	67.365	1646.649	34.839	57.368
	ファン2	4673.692	63.263	2163.825	45.171	97.743
IV	ファン1	4542.941	54.570	1566.836	19.619	30.739
	ファン2	5205.672	78.971	2411.427	60.586	146.100

$$3 \sum_{j=1}^n c_{ij} r_{ij} q_j^2 + \sum_{j=1}^n c_{ij} \left(\sum_{k=1}^p \lambda_k a_{kj} \right) = 0 \quad (t=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (12)$$

が得られる。ここで、 c_{ij} はパスマトリックスの要素を表し、また

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{坑道 } j \text{ がパス } t \text{ に属する場合} \\ 0 & \text{上記以外の場合} \end{cases}$$

節点 0, 1 以外のすべての節点 k ($k = 2, 3, \dots, p$) はそのパスに属する 2 本の坑道に接合する。節点 k を坑道 b の終点、坑道 d の起点とすれば $a_{kb} = -1$, $a_{kd} = 1$ が得られる。これを(12)式の第 2 項に代入すれば、

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} \sum_{k=2}^p \alpha_{kj} = 0 \quad (t=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (13)$$

また、節点 1 はすべての入気坑の起点であり、すべての入気坑に対して $a_{1j} = -1$, 入気坑以外の坑道に対して $a_{1j} = 0$ なので、 a_{1j} を(12)式に代入すれば

$$3 \sum_{j=1}^n c_{1j} r_{1j} q_j^2 - \lambda_1 = 0 \quad (t=1, 2, \dots, m)$$

したがって

$$\sum_{j=1}^n c_{1j} r_{1j} q_j^2 = \lambda_1 / 3 \quad (t=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (14)$$

が得られる。(14)式の左端はパスの圧力降下である。

以上の検討から、次の結論が得られる。任意の通気網に対して通気網の抵抗および総風量が与えられる場合、通気網の消費エネルギーが最小になる必要条件是すべてのパスの圧力降下が等しいことである。パスの圧力降下はファンの圧力に等しいので、複数のファンを連合運転する場合の最も経済的な条件はすべてのファンの圧力が等しいことである。しかし、この条件を誘導する際、ファン特性および所要風量を考慮していない。坑内の各所に所要風量を供給する場合、抵抗の調節およびファン特性の変更によって、各ファンの圧力を等しくすることは極めて困難である。しかしこれをファンの制御を行うための理論的な最適条件と見なすことができる。この理論的な最適条件は複数のファンの調節に重要な指針を与える。すなわち、ファンの圧力差は小さいほど、ファンの連合運転は経済的である。

4・2 連合運転の経済性を考慮する最適化

前報においてファンが 1 台の場合、初期ファン特性および初期抵抗調節値が最適作動点へ及ぼす影響について検討し、初期ファン特性の計算法を提案した。しかしながら複数のファンを連合運転する場合には、干渉が存在するので、前報で提案した方法を用いて初期ファン特性を選定してもその結果は必ずしも最適値とはいえないことがある。例えば例 2 (図 6) に示す通気網では、圧力、勾配などが異なる初期ファン特性の組合せ

$$\text{I} \quad \begin{cases} hf_1 = -100q + 14991 \\ hf_2 = -100q + 13476 \end{cases}$$

表4 連合運転の経済性を考慮する最適化結果

組合せ		圧力(Pa)	風量(m³/s)	エネルギー(kW)
I	ファン1	1647.700	34.997	57.665
	ファン2	2161.686	45.015	97.309
II	ファン1	1647.607	34.986	57.644
	ファン2	2161.785	45.023	98.331
III	ファン1	1647.713	34.999	57.669
	ファン2	2161.679	45.011	97.299
IV	ファン1	1647.749	34.973	57.627
	ファン2	2162.099	45.039	97.379

$$\begin{aligned} \text{II} \quad & \begin{cases} hf_1 = -100q + 10000 \\ hf_2 = -100q + 10000 \end{cases} \\ \text{III} \quad & \begin{cases} hf_1 = -200q + 18000 \\ hf_2 = -100q + 11000 \end{cases} \\ \text{IV} \quad & \begin{cases} hf_1 = -100q + 10000 \\ hf_2 = -200q + 21000 \end{cases} \end{aligned}$$

を選び、 $S^0 = (0, 0, \dots, 0)$ を初期抵抗調節値として最適化を行った結果は表 3 に示す通りである。表 3 から次のことが分かる。

(a) 計算結果は初期ファン特性の選定に関係し、初期ファン圧力の差は小さいほど調節後のファンの圧力差も小さい。初期ファン圧力とは初期ファン特性を用い通気網の風量解析を行って得られたファンの圧力である。

(b) ファンの圧力差は大きいほど通気網の消費エネルギーの総和は大きい。この結果は 4・1 の結論と一致する。

したがって、連合運転の最適条件を満たすファン作動点を求めるには、圧力の差が小さい初期ファン特性を選定することが重要である。しかしながら図 2 に示す計算法はこれを考慮していない。連合運転の経済性を考慮すれば、図 2 に示す計算法に次の点で補正を行う必要がある。

(1) **ファン特性の方程式** ファンの最適作動点はその作動可能範囲において唯一であって、最適化計算が用いるファン特性の方程式には無関係なので、最適化の過程におけるファンの圧力差が最小となることを保障するため、すべてのファンに対して次式で示すような同じ傾き b の直線

$$hf_i = bq_i + c_i \quad (i = 1, 2, \dots, F) \quad \dots\dots\dots (15)$$

をファン特性とし、同じ L をファン特性の補正值とする。

(2) **初期ファン特性の選定** ファンを連合運転する場合、干渉が存在するので、初期ファン特性が最適化の結果へ及ぼす影響はファンが 1 台の場合より一層複雑になる。前報で提案したファンが 1 台の場合の初期ファン特性の計算方法を参照し、ファンの相互干渉および連合運転の最適条件を考慮して、次の初期ファン特性の選定方法を提案する。

$S^0 = (0, 0, \dots, 0)$ を初期抵抗調節値として、適当な初期ファン特性を選んで (具体的計算ではファンの作動可能範囲の上限をファン初期特性とする)、図 2 に示す方法で最適化を行い、各ファンの作動点 M_i' (qm_i' , hm_i') ($i = 1, 2, \dots, F$) および抵抗調節値 $S' = (s_1', s_2', \dots, s_n')$ を求める。次に S' を初期抵抗調節値に代替し、同じ初期ファン圧力を持つ傾き b の直線 ((15)式) を各ファンの初期特性に代替して、再度同様の計算を行う。最後に 2 度目の計算結果を最適値とする。

1 回目の最適化計算が終了してから、同じ圧力を持つ初期ファン特性の計算は次の通りである。まず、すべてのファンに対して hm_i' ($i = 1, 2, \dots, F$) の最大値 Mh を求める。ついで圧力が Mh より k ($K \geq 1$) 倍高い水平直線をすべてのファンの共通特性とし、 $S' = (s_1', s_2', \dots, s_n')$ を通気抵抗として、通気網の

表5 解析例1の最適化結果

坑道番号	風量 m ³ /s	抵抗の調節値 N・s ² /m ⁸	坑道番号	風量 m ³ /s	抵抗の調節値 N・s ² /m ⁸
1	38.7664		27	29.6055	
2	35.7465		28	17.0001	
3	4.9548		29	13.0059	6.778930
4	33.8115		30	17.0021	0.065786
5	17.6036		31	30.0060	
6	16.2079		32	47.0082	
7	35.8506		33	23.2987	
8	52.0586		34	9.1620	
9	44.0553		35	24.9254	
10	30.0152		36	5.9336	
11	18.2470		37	14.1366	
12	8.0032	17.278789	38	8.2030	19.024836
13	7.0200	17.412104	39	30.8590	
14	15.0048		40	40.0210	
15	15.0104	0.003535	41	2.5002	181.155269
16	7.0200	17.243104	42	17.5101	
17	30.0152		43	32.5101	
18	44.0553		44	15.0049	
19	52.0586		45	0.0048	50914301.388
20	40.7014		46	7.5108	
21	8.6473		47	15.7139	
22	32.0540		48	22.5158	
23	38.2528		49	15.0098	0.577296
24	8.7553		50	15.0000	
25	47.0082		51	7.5060	20.201133
26	30.0060		52	48.2241	
ファン1		hf = 2355.2341 Pa	gf = 52.0586 m ³ /s		E = 122.6102 kW
ファン2		hf = 1675.6923 Pa	gf = 47.0082 m ³ /s		E = 78.7713 kW
ファン3		hf = 1827.6756 Pa	gf = 48.2241 m ³ /s		E = 88.1380 kW

表6 解析例2の最適化結果

坑道番号	風量 m ³ /s	抵抗の調節値 N・s ² /m ⁸
1	34.9867	
2	45.0238	
3	20.0003	
4	15.0014	1.298772
5	25.0004	
6	20.00083	0.622812
7	80.0106	
8	45.0007	
9	35.0098	
10	0.0150	1467891.943624
ファン1		hf = 1647.607 Pa
ファン2		hf = 2161.785 Pa
		gf = 34.986 m ³ /s
		gf = 45.023 m ³ /s
		E = 57.644 kW
		E = 97.331 kW

風量解析を行い、各ファンの作動点 D_i (q_{di} , h_{di}) ($i = 1, 2, \dots, F$) を求める。ファンの共通特性は水平直線なので、以上の通気網の風量解析で求めた各ファンの圧力は等しい。したがって点 D_i (q_{di} , h_{di}) を通る傾き b の直線をそれぞれのファンの初期特性とすれば、すべてのファンの初期圧力が等しくなる。

D_i (q_{di} , h_{di}) をファン特性の方程式(15)に代入すると

$$h_{di} = bq_{di} + c_i \quad (i = 1, 2, \dots, F)$$

この式を解けば、

$$c_i = h_{di} - bq_{di} \quad (i = 1, 2, \dots, F)$$

が得られる。すなわち、2度目の最適化を行うための初期ファン特性は

$$hf_i = b(q_i - q_{di}) + h_{di} \quad (i = 1, 2, \dots, F) \quad \dots\dots (16)$$

図9 通気網図

十数種類の通気網を用いて最適化を行った結果、次のことが明らかになった。すなわち1回目の計算でファンの解析作動点が最適作動点に収束する場合があるが、1回目の最適化で最適作動点に収束しない場合、前述した初期ファン特性の計算法を用いて2度目の計算を行えば、いずれも最適値に収束する。

初期ファン特性の組合せは表3と同じであるが、上記の対策を考慮した最適化の結果は表4に示す通りであり、求めたファンの解析作動点はほぼ同一である（ファン特性の計算精度は1 Paである）。

解析例1と例2に示す通気網に対して、この計算法を用いた最適化の結果はそれぞれ表5と表6に示す通りである。

5. 最適調節の判断方法

前報で述べたように筆者らは最適調節を通気動力コストと調節のための工事コストの両者が最小になる調節であると定義している。既に述べたように⁴⁾、抵抗調節値(絶対値)は小さいほど調節の経済的効果は大きい。したがって、最適な調節は抵抗調節値が最小の調節でなければならない。またファンの動力コストは風量に関係するので、風量も最小値でなければならない。次に最小風量および最適抵抗調節値の判断方法を検討する。

5・1 最小風量の判断条件

通気網の一部の坑道を削除して通気網を入気側と排気側に切り離す場合、削除された坑道の集合を通気網のカットセット (cut set) と呼ぶことにする。たとえば図9に示す通気網では、坑道の集合 {1, 2} あるいは {3} を削除すれば、通気網が切り離されるので、集合 {1, 2} および {3} はこの通気網のカットセットである。これらのカットセットの中で、所要風量を与える坑道を含むカットセットを、本論文では所要風量カットセットと呼ぶことにする。カットセットの風量は通気網の総風量に等しいので、所要風量カットセットの風量が最小であれば通気網の風量は最小である。次に抵抗の調節結果によって2種類に分けて検討を行う。

(1) 所要風量を与える坑道は抵抗の調節が可能であるが、調節の結果が0に等しくない場合

たとえば図9に示す通気網では、坑道1と2の所要風量はそれぞれ $[Lq_1, Uq_1]$ と $[Lq_2, Uq_2]$ 、坑道1は抵抗の調節が不可、坑道2は抵抗増加の調節が可の条件を設定すれば、坑道1と2は所要風量カットセットを構成している。最適化の計算を行うとき、 qn_2 と s_2 の双方は変数なので、 $[Lq_2, Uq_2]$ を満足する qn_2 と s_2 の組合せは無数に存在する。しかしこの無数の組合せの中で qn_2 は小さいほど所要風量カットセットの風量は小さいので、 qn_2 が Lq_2 に等しいことは所要風量カットセットの風量が最小になる必要条件である。同様に、坑道2で抵抗減少の調節を行う場

図10 通気網図

合にも同じ結論を得ることができる。

一般的に、通気網の風量が最小値になる条件の1つは、「所要風量カットセットに属する所要風量を与える坑道に対して、坑道の抵抗調節が可能であるが、抵抗の調節結果が0ならば、この坑道の解析風量はその所要風量の下限に等しい」ことである。

また所要風量が要求されない坑道に対しては、その所要風量の下限は0と考えられるので、この類の坑道が所要風量カットセットに属し、かつ抵抗増加の調節が可能であれば、その坑道の解析風量は0に等しいことである。

(2) 所要風量を与える坑道において、その一部の坑道の抵抗の調節結果が0に等しい場合

これについて図10に示す通気網を例として検討を行う。同例では坑道1, 2および3の所要風量はいずれも[10, 15] (単位: m^3/s)、各坑道の抵抗をそれぞれ $r_1 = 0.15$, $r_2 = 0.12$, $r_3 = 0.1 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^8$ 、坑道1, 2は抵抗の調節が不可、坑道3で抵抗増加の調節を行うとすると、坑道1, 2および3は所要風量カットセットを構成している。

坑道1, 2および3からなるメッシュに風量調節の基本公式を応用して

$$r_1 q_{n1}^2 = (r_3 + s_3) q_{n3}^2 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$r_1 q_{n1}^2 = r_2 q_{n2}^2 \quad \dots\dots\dots (18)$$

を得る。(17)式と(18)式から、坑道3の抵抗調節によって、坑道1, 2および3の解析風量をすべて所要風量の下限にすることが不可能であるが、 $r_1 > r_2$ なので、坑道1および3の解析風量を所要風量の下限にすることができると分かる。坑道1および3の解析風量はそれぞれの所要風量の下限に等しいとき、坑道2の解析風量は $11.18 \text{ m}^3/\text{s}$ 、坑道3の抵抗調節値は $0.05 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^8$ になる。これらの風量が最小風量である。抵抗の調節が不可の条件を与えた坑道1および2に対して、その抵抗調節値を0とすれば、抵抗調節値が0に等しい2つの坑道において、坑道1の解析風量のみその所要風量の下限に等しい。

一般的に、通気網の風量が最小値になる2番目の条件は、「所要風量カットセットに属する坑道において、抵抗調節値が0に等しい坑道が複数あれば、解析風量がその所要風量の下限に等しい坑道が少なくとも1つ存在する」ことである。

通気網の風量が以上の2つの条件を両方とも満たせば、最小風量であると考えられる。

次にこの判断方法を用いて本法による最適化の計算結果を検証する。例えば図3に示す通気網は3つのサブシステムがある。各サブシステムに対応する所要風量カットセットを坑道番号で表せば、それぞれ {12, 13, 14, 15, 16}, {28, 29, 30}, {38, 41, 45, 49, 50, 51} である。これらの坑道は坑道45のほかすべて所要風量を与える坑道である。最適化の結果(表5, 参照)によって、所要風量を与える坑道の解析風量はそれぞれの所要風量の下限に収束し、坑道45の風量は0に収束した。また図6に示す通気網では、所要風量カットセット {3, 4, 5, 6} の風量はすべて所要風量の下限に収束した(表6, 参照)。したがって、本法で求めた通気網の風量は最小風量である。

5・2 最適な抵抗調節値の判断条件

まず抵抗増加による最適化の場合の判断条件を検討する。通気網の最適化によって求められた風量を $QM = (q_{m1}, q_{m2}, \dots, q_{mn})$ 、抵抗調節を $SM = (sm_1, sm_2, \dots, sm_n)$ で表す。いま SM は最小値ではないとすれば、 SM より抵抗の減少が可能な坑

道が存在することになる。通気網の風量分布 QM を変えずに、 SM を減らすとき、ファン圧力が減少する。ファン圧力はパスの圧力降下に等しいので、ファン圧力が減少するとき、すべてのパスの圧力降下は同じ値で減少する。つまり SM より抵抗の減少が可能な坑道が存在すれば、それは各パスごとに少なくとも1本ずつ存在する。したがって抵抗調節値が0であるパスが存在すれば、 sm_j より抵抗の減少は不可能で、 SM は最適値である。

同様に抵抗減少による最適化の場合にも同じ結論を得ることができる。

以上の検討を総合すると、通気網の最適化によって求められる抵抗調節値が最適値になる十分条件は、抵抗調節値が0であるパスが少なくとも1つは存在することである。

ファンが1台の場合、この条件を満足すれば SM は通気網の最適調節値であるが、ファンが複数の場合、各サブシステムがこの条件を満足しなければならない。

たとえば図3に示す通気網では、抵抗増加による最適化の結果(表5参照)に基づいて、パス

1 → 4 → 6 → 8 → 9 → 10 → 14 → 17 → 18 → 19 → f1,

27 → 23 → 25 → 26 → 28 → 31 → 32 → f2,

2 → 20 → 22 → 33 → 34 → 40 → 44 → 50 → 43 → 52 → f3

など、図6に示す解析例(表6参照)では、パス

7 → 8 → 3 → 1 → f1,

7 → 8 → 5 → 2 → f2

などは抵抗調節値 $sm_j = 0$ なので、この2つの例に対して本法で求めた抵抗調節値は最小値である。

6. 結 言

本報では、ファンの相互干渉が通気網の最適化に及ぼす影響、および連合運転の経済的条件を検討し、複雑な条件が与えられても計算が可能であるような通気網の最適化方法を提案した。本報の結果を要約すると以下の通りである。

1) 複数のファンを連合運転する通気網の最適化を行う場合、ファンの相互干渉が通気網の最適化に影響し、これを考慮しないと最適な結果を求められない場合がある。

2) 経済的な観点から複数のファンを連合運転する場合のファンの圧力の合理的設定について理論的な検討を行い、各ファンの圧力差が小さいほど連合運転が経済的であることを証明した。

3) 全コストの観点から、最適調節結果の判断方法を述べた。

本報は坑外の複数のファンを取扱うものであるが、この理論は同時に坑内の複数の補扇に対しても適用できるものである。

引 用 文 献

- 1) 熊沢良雄：北海道鉱山学会誌, Vol. 8, No. 1, p. 5-7, (1952)
- 2) 佐山総平：採鉱採炭ハンドブック, 朝倉書店, (1962)
- 3) Fan, M. X. and Li, B. R. : Coal Mine safety (in Chinese), Vol. 1990, No. 8, p. 42-44, (1990)
- 4) Wu, X., Topuz, E. and Karfakis, M. : Proceedings of 5th US Mine ventilation symposium, p. 391-399, (1992)
- 5) Huang, C. H. and Wang, Y. J. : Proceedings of 6th US Mine ventilation symposium, p. 153-161, (1993)
- 6) 李・井上・内野：資源と素材, Vol. 111, p. 829-834, (1995)
- 7) 李・内野・井上：資源と素材, Vol. 112, p. 147-152, (1996)
- 8) 前田 渡：グラフ理論の基礎, オーム社出版, (1978)
- 9) 吳中立：鉱山通気と安全(中国語), p. 108-111, (1989)
- 10) Wang, Y. J., Hartman, H. L. and Mutmansky, J. M. : Proceedings of 2nd US Mine ventilation symposium, p. 667-675, (1985)