報告

コンプライアンス可変型構成方程式 の定数について*

大久保 誠 介¹ 福井 勝 則²

Brief Note on a Set of Constants in a Variable-Compliance-Type Constitutive-Equation

by Seisuke OKUBO¹ and Katsunori FUKUI¹

1. Graduate School of Engineering, The University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo 113

A variable-compliance-type constitutive-equation was formerly proposed by Okubo et al. In this brief note, several ways how to obtain a set of four constants required to solve the equation are described. The constant strain-rate test, comparing with creep, constant stress-rate and relaxation tests, is recommended to be most appropriate for obtaining constants readily and easily. Based on some example sets obtained through experimental works on seven Japanese rocks, the effects of confining pressure and moisture content on the value of each constant are discussed.

KEY WORDS : Rock, Visco-elasticity, Time-dependent Behaviour, Confining Pressure, Constitutive Equation

1. は じ め に

筆者は、既報（大久保ほか、1987b）にて、コンプライアンス可変型構成方程式を提案した。この構成方程式は、実用の便を図るため、含まれる定数の数をできる限り減らしたものである。その後、いくつかの岩石に対し、構成方程式中の定数を求める試みをくり返し行った。その経験に基づいて、本稿では定数の求め方について解説するとともに、求められた定数を示し若干の検討をする。その際に注目したのは次の2点である。

- (1) 周圧の影響
- (2) 水分の影響

2. 一軸応力下での構成方程式と定数

著者の提案したコンプライアンス可変型構成方程式は、一軸応力下では次のようになる（大久保、1992a）。

$$d\lambda/dt = a\lambda^m\sigma^n \quad \dots\dots\dots (1)$$

λ はコンプライアンスで、歪 ε を応力 σ で除した値 (ε/σ) である。 t は時間である。 n は時間依存性の程度を決める定数で、定歪速度試験におけるピーク強度の載荷速度依存性や、クリープ試験における寿命の応力依存性を決定する。 m はピーク強度以降の応力-歪曲線の傾きを決める定数で、この値が大きいほどピーク強度以降の応力の低下が急激となる。 a はピーク強度を決める定数で、この値が大きいほど強度が低下する。

この構成方程式を一軸応力下で解くには、 λ の初期値 λ_1 と、構成方程式に含まれる3定数 n , m , a の値が必要である。なお、

各定数の範囲は、既報（大久保、1992a）と同じく下記のごとくである。

$$a > 0, \infty > m > -\infty, n \geq 1$$

λ_1 の求め方についてまず述べる。表1に示すように、 λ_1 は通常各試験の途中で得られるピーク強度の50%の位置で得られる接線ヤング率の逆数でよい。岩石によっては、応力の低いうちから応力-歪曲線が非線形となるが、このような岩石の変形特性をより正確に表すには(1)式の右辺に項を追加する必要がある。本稿ではそこまで踏み込まないことにする。

n の値は、クリープ試験、定応力速度試験、定歪速度試験、応力緩和試験のいずれからも求めることができる。クリープ試験では、クリープ応力 σ_1 と寿命 t_c の関係がわかれば、表1に示した次式より n が計算できる。

$$n = \frac{\delta(\ln t_c)}{\delta(\ln \sigma_1)} \quad \dots\dots\dots (2)$$

具体的には、両対数線図の縦軸と横軸を、それぞれ寿命とクリープ応力とし、両者の関係を直線で近似したときの傾きを求めればよい。適用範囲は、 $m > 1$ である。 $m \leq 1$ では、歪硬化が生じるのみで破壊が生じないので t_c が求められない。破壊せず t_c が求められないときは、実験より求めたクリープ曲線と計算結果とが一致するよう、計算機を使用して試行錯誤をする必要がある。以下で述べる他の試験でも、破壊しないときは、計算機を使用した試行錯誤が必要である。

定応力速度試験の場合、載荷速度 C とピーク強度 σ_c の関係がわかれば、表1に示した式より n が計算できる。適用範囲は、 $m > 1$ である。 $m \leq 1$ では破壊が生じないのでピーク強度 σ_c が求められない。定歪速度試験の場合も、表1に示した式より n を計算できる。適用範囲は、 $m > 0$ である。 $m \leq 0$ では破壊が生じないのでピーク強度 σ_c が求められない。応力緩和試験の場合には、 m が $(n+1)$ より大きい場合、表1に示した式から n を

* 1996年10月7日受付 1997年5月12日受理

1. 正会員 工博 東京大学教授 工学系研究科地球システム工学専攻
2. 正会員 工博 東京大学教授 工学系研究科地球システム工学専攻
〔著者連絡先〕 FAX 03-3818-7492 (東大・地球) E-mail:

キーワード: 岩石, 粘弾性, 時間依存性挙動, 周圧, 構成方程式

表1 構成方程式の定数の求め方

Constitutive Equation	$\frac{d\lambda}{dt} = a\lambda^m \sigma^n \quad \lambda = \frac{\varepsilon}{\sigma} \quad a > 0, +\infty > m > -\infty, n \geq 1$			
Test (Condition) Initial Condition	Creep ($\sigma = \sigma_1$) $\varepsilon = \varepsilon_1 = \lambda_1 \sigma_1$	Constant Stress Rate ($\dot{\sigma} = c$) $\lambda = \lambda_1, \sigma = 0$	Constant Strain Rate ($\dot{\varepsilon} = c$) $\lambda = \lambda_1, \varepsilon = 0$	Relaxation ($\varepsilon = \varepsilon_1$) $\sigma = \sigma_1 = \varepsilon_1 / \lambda_1$
λ_1	inverse of 50% tangential Young's modulus			
n	$m > 0$ $\frac{\delta(\ln t_c)}{\delta(\ln \sigma_1)}$	$m > 1$ $\frac{\delta(\ln c)}{\delta(\ln \sigma_c)} - 1$	$m > 0, m \neq n+1$ $\frac{\delta(\ln c)}{\delta(\ln \sigma_c)} - 1$	$m > n+1$ $\frac{\delta(\ln t_c)}{\delta(\ln \sigma_1)}$
m	not feasible		refer to Fig.1	not feasible
a	$m > 1$ $\frac{1}{m-1} \lambda_1^{1-m} \cdot \sigma_1^{-n} \cdot t_c^{-1}$	$m > 1$ $\left(\frac{n+1}{m-1}\right) \lambda_1^{1-m} \cdot \sigma_c^{-(n+1)} \cdot c$	$m > 0, m \neq n+1$ $\left(\frac{m}{n+1}\right)^{\frac{m}{n-m+1}} \lambda_1^{-m} \cdot \sigma_c^{-(n+1)} \cdot c$	$m > n+1$ $\frac{1}{m-n-1} \lambda_1^{1-m} \cdot \sigma_1^{-n} \cdot t_c^{-1}$

σ_c : peak strength, t_c : life time, $\delta(\ln t_c)$: finite difference of $(\ln t_c)$

求めることができる。 m が $(n+1)$ より小さいと、試験片の破壊が生じない。試験開始より破壊するまでの時間 t_c は、応力緩和を開始した応力 σ_1 に依存するので、この関係を利用して n を求めることができる。

m は、定歪速度試験より求める。原理的には他の試験からも求まるはずであるが実際は困難である。定歪速度試験の場合、 m はピーク強度以降の応力-歪曲線の傾きと関係がある。 m を求めるため、実験結果と計算結果とが一致するまで、計算機を使用したくり返し計算を行うことが考えられるが、やや面倒である。簡便に m を求める方法を図1のように提案する。ここで、A点は、ピーク強度の50%の位置B点における接線と、応力をピーク強度に保った直線との交点である。C点は、線分ABとACの長さが等しくなるように決めた。水平な直線($\sigma = \sigma_c$)より右回りに測った角度 α' を図のように求め、 $\alpha = \arctan(\tan \alpha' / \tan \theta)$ を計算する。当然ながら、50%接線の傾き θ を 45° とした場合

には、 α' と α は一致する。こうして求めた α と、 m/n の関係を図2に示す。なお、 α が負の値となるのは、ピーク強度を示さず、応力-歪曲線が右上がりに上昇していく場合である。

各試験で得られた結果(例えば定歪速度試験では載荷速度 C とピーク強度 σ_c)と、 λ_1, n, m の値を、表1に示した式に代入すると a の値が計算できる。

以上では簡単のため一軸圧縮応力下での構成方程式について述べたが、 λ_1, a, m, n の求め方は、周圧下でもほとんど変わらない。これまでの歪 ε と応力 σ を、周圧相当分を差し引いた差歪、差応力として扱うだけである。

3. いくつかの岩石における定数の値

3・1 周圧の影響

表2に検討した岩石と諸値を記す。差応力で表したピーク強度(最大主応力差)および λ_1 は、定歪速度試験より求めた。表中の n の値は、歪速度を何段階かに変えて定歪速度試験を行い、表1に示した式より計算した。なお、一部の岩石では、クリープ試験の結果からも n を求めたが、定歪速度試験より求めた値と大差なかった。 α は図1に示した方法で求めた。構成方程式中の a

- 手順1) 50%接線と、 $\sigma = \sigma_c$ との交点Aを求める。
 2) A点を中心として、半径ABの円弧を描き、交点Cを求める。
 3) 直線ACと、 $\sigma = \sigma_c$ とのなす角を α' とする。
 4) $\alpha = \arctan\left(\frac{\tan \alpha'}{\tan \theta}\right)$ を計算する。

図1 ピーク強度以降の応力-歪曲線の傾きの代表値 α の求め方

図2 α と m/n の間の関係

表2 検討した岩石の諸値

岩石	実験条件	最大主応力差 (MPa)	λ_1 (1/GPa)	n	α (°)	出典
稲田花崗岩	一軸圧縮(気乾)	193	1/37.6	51	99	何(1989a)
	" (湿潤)	185	1/37.6	38	99	何ほか(1989b)
	三軸圧縮(気乾)					Okubo ほか(1990)
	周圧 5MPa	274	1/39.7	72	62	
	10MPa	348	1/39.7	92	56	
	20MPa	422	1/40.4	112	42	
三城目安山岩	一軸圧縮(気乾)	93.9	1/9.3	37	91	何ほか(1989b)
	" (湿潤)	73.4	1/8.4	28	88	Okubo ほか(1990)
	三軸圧縮(気乾)					大久保ほか(1992b)
	周圧 5MPa	141	1/13.7	48	66	
	10MPa	167	1/14.2	56	48	
	20MPa	207	1/14.2	70	27	
河津凝灰岩	一軸圧縮(気乾)	33.3	1/6.3	57	68	何(1989a)
	" (湿潤)	22.3	1/5.2	37	74	何ほか(1989b)
	三軸圧縮(気乾)					Okubo ほか(1990)
	周圧 2.5MPa	36.0	1/6.4	62	9	
	5MPa	37.7	1/6.4	64	3	
	10MPa	39.5	1/6.4	67	0	
大谷凝灰岩	一軸圧縮(気乾)	12.2	1/2.7	35	32	大久保ほか(1992b)
	" (湿潤)	5.63	1/1.3	16	31	
田下凝灰岩	一軸圧縮(気乾)	16.8	1/3.6	42	20	秋(1995)
	" (湿潤)	9.74	1/2.5	23	34	
	一軸引張(気乾)	1.87	1/2.8	42	19	
秋吉大理石	一軸圧縮(気乾)	124	1/35.1	63	38	大久保ほか(1987a)
和泉砂岩	一軸圧縮(気乾)					何(1989a), Okubo ほか(1990)
	一軸圧縮(気乾)	214	1/25.0	61	102	ibid.

図3 時間依存性の指標 n と延性・ぜい性の指標 α の関係 (周圧 σ_3 の影響)

○: 稲田花崗岩 ●: 三城目安山岩 △: 河津凝灰岩

図4 時間依存性の指標 n と延性・ぜい性の指標 α の関係 (水分の影響)

○: 気乾状態 ●: 湿潤状態

と m は、それぞれ表1中の式、図2を利用して簡単に求めるので割愛した。

図3は、縦軸を n とし、横軸を α とし、周圧 σ_3 により位置がどのように変化するかを示したものである。なお、 n の値が大きいくほど、時間依存性は弱くなる。例えば、定歪速度試験におけるピーク強度・速度依存性が小さくなり、次第に塑性的な振舞いに近づく。また、 α が小さいほど、ピーク強度以降の応力の低下が緩やかになり、延性的な挙動を示す。なお、横軸として m ないし m/n をとることも考えたが、 α の方が直截的でわかり易いと思ったので横軸にとった。

まず、○で表した稲田花崗岩の結果を検討する。大気圧下での

試験より、周圧が5, 10, 20, 40 MPaと大きくなるに従って、延性的になるとともに時間依存性が顕著に減少する。周圧の増加により延性的となることはよく知られているが、時間依存性に関する報告は少ない。●で三城目安山岩の結果を示す。花崗岩と比較して、周圧による n の値の変化はやや少ないが、 α の値の変化は大きい。△で河津凝灰岩の結果を示す。この場合には、 n の変化は少ないのに対し、 α はかなり変化する。

3・2 水分の影響

鋼材をはじめとする工業材料においても、まわりの環境、特に水分の有無により腐蝕の進行が大いに異なることが知られている。しかし、多くの場合、材料内部への水の浸透は極めて微小であり、表面近傍の変化のみを議論すれば事足りる。他方、多くの岩石では、水分が内部まで浸透するので、水の有無によって、力学的性質が大きく左右される。

図4に、一軸圧縮応力下で行った定歪速度試験の結果をまとめてみた。○で気乾状態での結果を、●で完全湿潤状態での結果を示す。これよりわかるように、多少のばらつきはあるものの、気乾状態の結果の下方に湿潤状態の結果が位置する傾向がみられる。

4. ま と め

コンプライアンス可変型構成方程式を解くのに必要な定数の求め方を表1に示した。多くの場合、定歪速度試験より諸値を求めるのが最も簡単である。その際計測すべきデータは、応力と歪である。定数を求める順序は、 λ_1 , n , m , a である。まず50%接線ヤング率の逆数として λ_1 を求める。次に载荷速度を変えた時のピーク強度の変化より n を求める。ついで、図1に示したように a を求め m/n の値を得る。最後に、 λ_1 , n , m , 载荷速度 C , ピーク強度 σ_c より a を計算する。

いくつかの岩石の試験結果より定数を求め表2に示した。図3~5に示すように、縦軸を n （時間依存性の指標）、横軸を α （延性・ぜい性の指標）として、周圧の影響、水分の影響を検討してみた。その結果次の傾向がみられた。(1)周圧の増加とともに図上の位置が右上方に移動する。(2)水分があると位置が下方に移動する。

図5 岩石・岩盤における n と α の関係の仮説の例で次の4つの仮定を置いて描いた。(1)周圧の増加とともに図上の位置が右上方に移動する。(2)水分があると位置が下方に移動する。(3)温度が高いと、右下方に移動する。(4)強度が弱いと、右下方に移動する。なお、B, C_H, C_Lは電力中央研究所の方式にならった岩盤分類である。

今後の研究目標として考えている仮説の一例を図5に示す。この図を描くのに以下の2つの仮定を加えた。(3)温度が高いと、時間依存性が増し、延性的な性質を示す。(4)弱い岩石・岩盤ほど、時間依存性が増し、延性的な性質を示す。なお、B, C_H, C_Lは電力中央研究所の方式にならった岩盤分類である。このような仮説を念頭において、室内試験、原位置試験、計算機シミュレーションを併せて行い、真実の姿がどの仮説に近いかを今後検討する予定である。

引用文献

- 秋哲淵 (1995): 岩石の湿潤状態における時間依存性, 東京大学博士論文
- 何昌栄 (1989 a): 岩石の圧縮荷重下での変形・破壊の時間依存性, 東京大学博士論文
- 何昌栄・大久保誠介・西松裕一 (1989 b): 材料, Vol. 38, p. 216-220
- 大久保誠介・何昌栄・西松裕一 (1987 a): 日本鉱業会誌, Vol. 103, p. 177-181
- 大久保誠介・西松裕一・緒方義弘 (1987 b): 日本鉱業会誌, Vol. 103, p. 293-296
- Okubo, S., Nishimatsu, Y. and He, C. (1990): Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 27, No. 6, p. 559-562
- 大久保誠介 (1992 a): 資源と素材, Vol. 108, p. 601-606
- 大久保誠介・西松裕一・何昌栄・秋哲淵 (1992 b): 材料, Vol. 41, p. 403-409