色 差 計 算 尺 ^{UDC} 535.646.7:681.143

The Slide rule for the calculation of color difference

川 上 元 郎*

KAWAKAMI Genrō

要 旨

2色の色差を測色学的に表示するために、Adamsの考案したクロマチック・バリュエを変数とした色差式は有名で、わが国の工業界でも実用されているものの一つである。筆者は2色のそれぞれのクロマチック・バリュエの差を特に v_X, v_Y および v_Z で表わし、その色差式を変形し計算操作を簡単にした。

別にマンセル明度関数式として与えられている5次式の微分した式をこしらえ、その式に最も近似したパワー関数式を最小自乗法によって求めた。その関係からクロマチック・バリュエの差を表わす v と三刺激値を表わす R および三刺激値の差を表わす ΔR との間に $v=3.905 \Delta R/R^{0.653}$ という関係のあることを見つけた。この関係は簡単な設計要素の計算尺と簡易な操作によって、迅速に計算をすることができる。試作された計算尺の外観とその操作方法については本文中に詳述されているが、計算対象として10 NBS単位以下の場合に用いる分には、通常の方法でアダムスの色差式から求めた値と非常によく一致した。

1. 緒 言

色材の色彩管理上、色の許容差がうんぬんされることがある。その許容差は一般に「色差」という尺度で表わされている。色差は感覚の大きさに対応する単位を持っている数量的等歩度色空間の研究、すなわち UCSの研究と併行して発達してきた。

「色差計」と銘うって市販されているものは除くが、大部分の測定器械の測定値は「三刺激値」または「色度座標」によって得られる。その測定値差で、色の差を表わして、色彩管理を行なうことができれば、手間がはぶけてよいが、それではツブのそろった管理ができないで困ることが生ずる。たとえば、上記の測定値差がそれぞれ等しくても、赤系の色材と青系の色材とでは、前者はツブがそろいが、後者はバラッキの多い管理のされ方になる。青系の方は前もって小さい許容差の取り決めをしておかなければツブが赤系統とそろわない。各系統ごとにもその取り決めをして程度をそろえるというケース・バイ・ケースのやり方は繁雑になるだけなので、一般には UCSの研究結果を利用し、上記の測定値を数学的に座標変換して得た値を色差の尺度として活用するくふうをする。

そうすれば、どの系統の色材でもツブのそろった管理をすることができて都合がよい。

今のところ、「色差」に関する日本工業規格 (JIS) は制定されていないが、現状では、米国方式の色差の表示方法である「NBS単位 (National Bureau of Standards Unit)」が暫定的に多く用いられている。

2. Adamsの色差式

色差を測色学的に求める方式には十種近くあるが、その中で現在、わが国で関心のもたれ、かつ実用されている方式は数種である¹⁾。すなわち、Juddの方式²⁾³⁾、Hunterの方式⁴⁾、MacAdamの方式をアレンジした方式⁵⁾、Adamsの方式⁶⁾、Goldloveの方式⁷⁾およびHunterの色差計に用いられている方式⁸⁾などがそれである。中でもAdamsの方式はMunsell色空間とも比較的良好に感覚的歩度が似ていて、かつ測色学的手続もしっかりしているのも好評である。

これはAdamsが最初 chromance 空間⁹⁾、chromatic value 空間⁹⁾ および chromatic valence 空間¹⁰⁾を発表したが、それらのうち、chromatic value を基にして Nickerson および Stultz らが明度関数として Munsell 明度関数を用いてつぎのような色差式を作った⁶⁾。

$$\Delta E = f_g \{ (0.23 \Delta V_Y)^2 + [\Delta(V_X - V_Y)]^2 \}$$

昭 38.4.15 受理

* 財団法人 日本色彩研究所

$$+ [0.4 \Delta(V_Z - V_Y)]^2]^{1/2} \quad \dots\dots (1)$$

ここにおいて, $f_g = 40$ (Nickerson-Stultz は 41.854 を与えている) または 50 (Judd の推奨値¹¹⁾)。

V_X, V_Y および V_Z のそれぞれの関数が三刺激値 X, Y および Z で定義されている。

$$\left. \begin{aligned} X &= 0.98041(1.2219V_X - 0.23111V_X^2 \\ &\quad + 0.23951V_X^3 - 0.021009V_X^4 \\ &\quad + 0.0008404V_X^5) \\ Y &= (1.2219V_Y - 0.23111V_Y^2 \\ &\quad + 0.23951V_Y^3 - 0.021009V_Y^4 \\ &\quad + 0.0008404V_Y^5) \\ Z &= 1.18103(1.2219V_Z - 0.23111V_Z^2 \\ &\quad + 0.23951V_Z^3 - 0.021009V_Z^4 \\ &\quad + 0.0008404V_Z^5) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (2)$$

上の式において, 測色器械から測定値として, われわれは三刺激値 X, Y および Z の値を得る。その値を上の式に代入すると, 未知数 V_X, V_Y および V_Z を求めるためには 5 次方程式を解くという数値計算をしなければならない。この作業はまことに手数のかかる作業である。カッコの中にくくられている部分の V の添え字を無視すれば, Y の式に等しいことに着眼して, Y について関数表を用意する。それにはあらかじめ V に任意の値を与え, そのときの Y の値を求めて数値表をこしらえる方が数値計算も楽である。この数値表はいわゆる Munsell 明度関数表として公表されているから, それを利用するといふ。

したがって, われわれは三刺激値 X, Y および Z の値が得られたら, ただちに $X/0.98041$ および $Z/1.18103$ について予備計算をして, その三種の値について数値表を引いて, それぞれ該当する V の値, すなわち V_X, V_Y および V_Z を求めるのが通常の手続である。上記予備計算する手間をはぶくために, X, Y および Z からそれぞれただちに V_X, V_Y および V_Z を求めることのできる三種の数値表も発表されている^{2) 11)}。

3. Adams の色差式の変形

Adams の色差式については前節 (1) 式で示したが, この公式の中の $\Delta(V_X - V_Y)$ は標準色の $(V_X - V_Y)$ と試料色の $(V_X' - V_Y')$ との差を意味する。

今もしも

$$V_X' = V_X - v_X, \quad V_Y' = V_Y - v_Y$$

であるならば

$$\begin{aligned} \Delta(V_X - V_Y) &= (V_X - V_Y) - (V_X' - V_Y') \\ &= (V_X - V_X') - (V_Y - V_Y') \\ &= v_X - v_Y \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

同様な手続きを用いて

$$\begin{aligned} V_Z' &= V_Z - v_Z \\ \Delta(V_Z - V_Y) &= v_Z - v_Y \quad \dots\dots (4) \end{aligned}$$

そして

$$\Delta(V_Y) = v_Y \quad \dots\dots (5)$$

(3), (4) および (5) の関係を上述公式 (1) の Adams の chromatic value の各項に用いると, つぎのように書き替えることができる。ただし, $f_g = 4 D$ とする。

$$\begin{aligned} \Delta E &= 40 \{ [v_X - v_Y]^2 + [0.23 v_Y]^2 \\ &\quad + [0.4(v_Z - v_Y)]^2 \}^{1/2} \quad \dots\dots (6) \end{aligned}$$

4. Munsell 明度関数の微係数を表わす パワー関数

前節に述べた (2) 式のカッコの中の関数の微係数はつぎのように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dv} &= 1.2219 - 0.46222V + 0.71855V^2 - 0.084036V^3 \\ &\quad + 0.0042020V^4 \quad \dots\dots (7) \end{aligned}$$

この式に最もよく近似するパワー関数を最小自乗法を用いて示すとつぎのようになった。

$$\frac{dV}{dR} = 3.905R^{-0.653} \quad \dots\dots (8)$$

原則的に, もしも, chromatic value 差 v が非常に小さい数の場合は上式の関係から

$$v = 3.905 \Delta R / R^{0.653} \quad \dots\dots (9)$$

という関係が得られる。この式の R の代わりにそれぞれ X, Y および Z を置き替えることにより, v_X, v_Y および v_Z を求めるとつぎのようになる。

$$v_X = 3.957 \Delta X / X^{0.653} \quad \dots\dots (10)$$

$$v_Y = 3.905 \Delta Y / Y^{0.653} \quad \dots\dots (11)$$

$$v_Z = 3.504 \Delta Z / Z^{0.653} \quad \dots\dots (12)$$

この関係を (6) 式の中に与えると, $[\quad]$ の値はそれぞれつぎの N_1, N_2 および N_3 のようになる

$$N_1 = (158.3 \Delta X / X^{0.653}) - (153.2 \Delta Y / Y^{0.653}) \dots (13)$$

$$N_2 = (35.9 \Delta Y / Y^{0.653}) \quad \dots\dots (14)$$

$$N_3 = (56.1 \Delta Z / Z^{0.653}) - (62.5 \Delta Y / Y^{0.653}) \dots\dots (15)$$

$$\Delta E = (N_1^2 + N_2^2 + N_3^2)^{1/2} \quad \dots\dots (16)$$

5. 計算尺の設計

上式 (10), (11) および (12) の両辺の値に対する対数をとると, それが割合に単純なので, v_X, v_Y および v_Z の値は簡単な計算尺から求めることが可能であると考え

* 山口・川上: 色彩工学入門 (1963): オーム社, 色彩科学ハンドブック (1962: 南江堂) 中にも転載してある。

図-1 色 差 計 算 尺

られる。図-1 にその計算尺の外観を示したが、この計算尺は固定尺と滑尺とから成っている至極簡単な構造のもので、固定尺にはAスケールおよび m_1 スケールが目盛っており、滑尺にはBスケールおよび m_2 スケールが目盛っている。

6. 計算尺の使用法

いま、色差を計算したいと思う二つの物体色のそれぞれの三刺激値を X_1, Y_1 および Z_1 (標準値) ならびに X_2, Y_2 および Z_2 (被験値) とする。測色によって、それぞれの三刺激値が得られたならば、筆算などによって $\Delta X, \Delta Y$ および ΔZ をあらかじめ求めておく。

$$\Delta X = X_1 - X_2, \Delta Y = Y_1 - Y_2, \Delta Z = Z_1 - Z_2 \dots (17)$$

そこでこの色差計算尺を用いて、まず $Y \rightarrow X \rightarrow Z$ の順に計算を行なう。

1) 計算尺のAスケールに Y_1 の値をカーソルで採り、Bスケールに ΔY の値を拾って滑尺を動かし、カーソル上で合致させる。その状態をくずさないようにしておき、カーソルをAスケールの上に目盛っている三つの緑色指標に左より順次合わせ、そのカーソルが示すBスケール上の読みを n_{2y}, n_{3y}, n_{1y} として、それぞれ、かたわらのメモ用紙にでも書き取っておく。

2) 次に計算尺のAスケールに X_1 の値をカーソルで採り、Bスケールに ΔX を拾って滑尺を動かし、カーソル上で合致させる。その状態をくずさないようにしておき、カーソルをAスケールの上に目盛っている赤色指標に合わせ、カーソルをAスケールが示すBスケール上の読みを n_{1x} としてメモ用紙に書き取る。

3) 最後に $Z_1, \Delta Z$ についても上記同様に滑尺、カーソルを動かし、黒色指標に合わせて n_{3z} としてメモしておく。

4) メモ用紙は次に示すようにあらかじめ印刷しておくことと便利である。アンダラインを引いたところの数値がすなわち N_1, N_2 および N_3 に相当する。

n_{1x} *	n_{1y} *	$n_{1x} - n_{1y}$ _____	N_1
	n_{2y} *	n_{2y} _____	N_2
n_{3z} *	n_{3y} *	$n_{3z} - n_{3y}$ _____	N_3

* 記入個所

5) つぎに再び計算尺を持ち出して、 m_2 スケールに N_1 の値をカーソルで採り、滑尺を動かし、 m_2 スケールの0(ゼロ)をカーソル上で合致させる。その状態をくずさないようにしておき、 m_2 スケールに N_2 の値を拾ってカーソルに合わせる。次に滑尺の方を動かし、 m_2 スケールの0(ゼロ)をカーソル上で合致させる。再びくずさないようにうにしておき、 m_2 スケールに N_3 の値を拾ってカーソルを合わせると、そのカーソルが示す m_1 スケールの上の読みが求める色差 ΔE の値となる。この値はNBS単位で表わすことができ、Adamsの色差値とごく近似した値が得られる。

m_1' および m_2' スケールは色差が大きい場合に用いるものである。また、この計算尺はIO NBS単位以内の計算に使用する方がよい。

7. 検討および結論

色差の値を得るためには、たとえばAdamsの方式の場合のように、数段階の計算作業を行ない、結果が求められている。角野¹²⁾は「huc単位」という分光分布からただちに色差を求める方法を考案した。これは多少NBS単位の値とは差異があるといえども、評価作業が簡単でかつ迅速であることから、わが国の一部の工業界では便利視し、実用しているところもある。

しかし、上記の角野の方式は結果において、分光分布が違っても、三刺激値は近似しているというような、いわゆる条件等色(メタメリズム)は許さないのが原則で、一部の色合わせ作業または商業取引では合格率が悪いので、この方式はすこしきつすぎるという声もある。角野も述べているように、色合わせ作業や商業取引が全部この角野の方式で行なわれるようになれば、実はそれを照明する光源によって生ずる演色性に関するクレームは激減するだろうということは自明のことである。しかし、条件等色を許さない等色管理は、今のところ至難視されているが、いずれは開発しなければならない大切な技術である。

著者の色差計算尺は角野の方式に比べれば、まだ作業量を減少させ得たことにはならないが、三刺激値のみ測色できれば、ただちにAdamsの色差にごく近似した色差が得られる。

この色差計算尺は1957年ごろに試作したものである。がぼつぼつ普及している。この色差計算尺の基礎になっている(8)式で示したパワー関数を求めるのに、最初はMunsell明度関数の微係数を図式的に求めた¹³⁾¹⁴⁾。しかし、それは精度がよくないので、後で数学的に求め直し、わずかに修正をした。

Hunter の考案をした色差計では明度関数に

$$V=10 R^{1/2} \quad \cdots \cdots (18)$$

を用いている²⁾⁴⁾⁸⁾。これを微分すると

$$\frac{dV}{dR} = 5 R^{-0.5} \quad \cdots \cdots (19)$$

となる。係数の大きさは筆者がこしらえた (8) 式の係数と、そのオーダーは大差ない。(18) 式の関数は Priest, Gibson, Mc Nicholas ら¹⁵⁾が Munsell 色票系の明度段階を数量化するのに、なるべく簡単な形で表わそうと努めたものであろう。この明度関数はかなり広く利用されている。Judd²⁾⁸⁾および Hunter⁴⁾の色差式および Hunter の色差計⁸⁾に应用されている。

そこで改めて 5 次式の微係数、筆者のこしらえた微係数および Hunter の色差計に用いられている微係数を比較してみると、図-2 に示すようになる。図からもわかるように、Hunter の色差計は中明度ではよいが、高明度で明度差を大きめに判定し、低明度では明度差を小さめに判定するくせのあることがわかる。特に低明度のくせは評価に大きく響く。

Munsell 明度関数も 5 次式に改良され、広く用いられている今日、著者は (19) 式を (8) 式のように改造すべきだと思う。パワー関数の形を保っているので、計算尺が仕立て得る。この事がら、色差計算の簡易化、迅速化を計ることを促進できると考える。

しかし、この計算尺は 10 NBS 単位以上の色差計算はオーバー・スケールして、使用できない。それは、本来色差を計算するためのどの種の方式も 10 NBS 単位を超えるとみな若干結果に差異を生ずる。実用上は 10 NBS 単位以内で色差は用いたい。

この計算尺で計算された数値結果は、Adams の色差値と 10% 以下の精度でよく一致する。筆者は色差の表示、たとえば NBS 単位的小数以下は原則として丸めて記載しないことを提案している¹⁾。記載するときは添え字として小さく書き、その値は参考程度にとどめるようにする。

終りに臨み、この計算尺の試作に際して「ヘンミ計算尺株式会社」の示めされた御好意に対して深甚なる謝意

図-2 微係数の比較

を表する。なお、この計算尺は日本特許が取得されていて、頒布は財団法人 日本色彩研究所が実費で提供している。

文 献

- 1) 川上元郎：照学誌, 44(1960)443
- 2) D. B. Judd : Textile Research, 9 (1939) 235 ; Color in business, science & industry (1952 : John Wiley & Sons, Inc.) 258
- 3) D. B. Judd : Am. J. Psychology, 52 (1939) 418
- 4) R. S. Hunter : JOSA, 32(1942)509
- 5) H. R. Davidson, E. Friede : JOSA, 43 (1953) 581
- 6) D. Nickerson, K. F. Stultz : JOSA, 34 (1944) 550
- 7) I. H. Godlove : JOSA, 41 (1951) 765
- 8) R. S. Hunter : JOSA, 38(1948) 661 (A), 1904 (A) ; JOSA, 48(1958) 985
- 9) E. Q. Adams : JOSA, 32(1942) 168
- 10) E. Q. Adams : JOSA, 33(1943) 683
- 11) D. B. Judd : Color in business, science & industry (1952 : John Wiley & Sons, Inc.) 267
- 12) 角野正夫：照学誌, 40(1956)57
- 13) 川上元郎：昭和32年照明学会東京大会講演(1957)
- 14) 川上元郎：色彩研究, 4(1957)53
- 15) I. G. Priest, K. S. Gibson, H. J. Mc Nicholas : Bur. Std. Tech. Paper No. 167(1920)