ビークル群によるネットワークの変化に依存しない 協調取り囲み行動

川 上 裕 樹*・滑 川 徹**

Network-topology Independent Cooperative Target-enclosing Behavior
by Swarms of Vehicles

Hiroki KAWAKAMI* and Toru NAMERIKAWA**

This paper deals with cooperative target-enclosing problem for swarms of vehicles with dynamic network-topology. First, we introduce a dynamic network topology that depends on relative distance between the vehicles. Secondly, we propose the target-enclosing strategy based on consensus seeking with dynamic network-topology. In proposed strategy, at least one vehicle has to acquire the states of target-object. Furthermore, we prove that convergence speed of each vehicle is independent of network-topology. To analyze the convergence of target-enclosing behavior under dynamic network topology, algebraic graph theory and matrix theory are utilized. Finally, numerical simulation results and experimental results are provided that demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key Words: target-enclosing problem, swarms of vehicles, consensus seeking, dynamic network-topology

1. はじめに

ビークルフォーメーションをはじめとして、ビークル群を協調させて動作させることによって、単数では困難である複雑なタスクを達成する研究が盛んに行なわれている^{1)~10)}。これらの研究の多くは、近傍のビークルと情報交換を行なう、もしくは相対的な情報を取得することによって制御系を構成している。また、複数のビークルが情報交換などにより協調行動することによって、単数の場合、情報交換を行わない場合に比べて、一般的にシステム全体のロバスト性が向上することが知られている¹¹⁾。

現在、複数のビークルが協調して移動対象物を取り囲み捕獲する制御問題が注目されている^{12)~16)}。文献 14) で著者らは、仮想構造を用いることによって非ホロノミック拘束を有する車両型ビークルに対して線形合意アルゴリズムを基にした制御則を提案している。この制御則で取り囲みを漸近的に達成するためには、対象物を根とした有向全域木を有していることが必要条件となる。しかし、実際のシステム環境を考

えた場合、センサ範囲や通信範囲によってネットワーク構造が動的に変化し、固定のネットワークではない場合が想定される。動的ネットワークによる合意、群れ、フォーメーションについては、多くの先行研究が存在する^{1), 9), 11), 17)~21)}。それらの多くは、動的ネットワークがある条件下ですべてのビークルの状態がある一定値に合意することを証明している。しかしながら、動的に移動する目標値（対象物など）が与えられておらず、consensus seeking の概念を用いた移動対象物の取り囲み問題にそのまま適用することは困難である。文献 22) では consensus seeking を基にした動的目標値に追従するフォーメーション制御問題を提案している。しかし、捉えるべき対象物が想定されておらず、ビークル群から逃げるような挙動を示す対象物の協調取り囲みに対する考察、検証がなされていない。

一方、文献 23) では対象物がある戦略をもってビークル群から逃げる場合の協調捕獲可能な条件を導出している。しかし、ビークル同士の情報交換については考慮されておらず、対象物の速度情報を使用していないことから、制御則のゲインに対して制約条件が存在し、取り囲みを達成できない場合が存在する。また、対象物がビークルの状態に依存せず移動する場合には、移動中に位置偏差が生じてしまう。また、対象物のもつ戦略としてビークルと同じ形式の線形システムを考えており、対象物とビークルとの相対距離に比例して対象物の速度が速くなるモデルを用いている。一般的には、対象物とビークルが離れている場合には対象物の速度は小さく緩

* 金沢大学大学院自然科学研究科 金沢市角間町

** 慶應義塾大学理工学部 横浜市港北区日吉 3-14-1

* Graduate School of Science and Technology, Kanazawa University, Kakuma-machi, Kanazawa

** Faculty of Science and Engineering, Keio University, 3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama

(Received March 12, 2009)

(Revised August 24, 2009)

やかに移動し、ビークルが対象物に近付いた場合により対象物の逃げる速度が大きくなることが想定される。

本稿では、ビークル群によって移動対象物を取り囲む制御問題に対して、合意アルゴリズムに基づく制御則を提案する。この制御則は、ビークル間のネットワーク構造が連結であり、ビークル群の中で少なくとも1台のビークルが対象物を認識できる範囲内で動的に変化する場合に協調取り囲みを漸的に達成できる。

さらに、ビークルが対象物周りに収束する速度はネットワーク構造に依存せず、制御則に含まれる設計パラメータであるゲインにのみ依存することを文献(22)とは異なる手法で示す。本手法では、対象物のモデルとしては文献(23)で提案されているものではなく、一般的な非線形モデルとして表現される場合にも取り囲みが達成される。

次章以降では、はじめに問題設定としてビークルと対象物のモデル、動的ネットワーク構造、制御目的を述べる。つぎに、合意アルゴリズムを基にした制御則を導入し、動的ネットワーク下で取り囲みが漸的に達成されることを示す。最後に、数値シミュレーションと制御実験によって提案手法の有効性を検証する。その際に、対象物がエージェント情報を用いた戦略によって逃げる場合の取り囲みについても取り扱う。

2. 問題設定

2.1 ビークルと対象物のモデル

本稿では、以下の線形一次システムで表現される n 台のビークルを扱う (Fig. 1 参照)。

$$\dot{r}_i = u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

ここで、 $r_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T \in \mathbb{R}^3$ は i 台目のビークルの重心位置、 $u_i \in \mathbb{R}^3$ は制御入力を表わす。つぎに、取り囲むべき対象物は以下のダイナミクスを有するものを想定する。

$$\dot{r}_{obj} = f(t, r_{obj}, r_1, \dots, r_n) \quad (2)$$

ここで、 $r_{obj} = [x_{obj} \ y_{obj} \ z_{obj}] \in \mathbb{R}^3$ は対象物の重心位置を表わす。本稿では、対象物は自らの状態と近傍に存在するビークルの状態を用いて行動するとする。さらに、対象物を表わす関数 $f(\cdot)$ は以下の仮定を満たすとする。

[仮定 1] $f(t, r_{obj}, r_1, \dots, r_n)$ は t において区分的に連続で、 $r_{obj}, r_1, \dots, r_n$ において局所リプシッツ連続である (注 1)。

Fig. 1 Definition of variables

2.2 ネットワーク構造

システム全体のネットワーク構造を表現するためにグラフの定義を行なう²⁴⁾。グラフ $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ は、点集合 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$ 、辺集合 $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ から構成される図形である²⁴⁾。グラフにおいて、点と点が辺によって結合している状態を隣接していると呼び、 i 番目の点に隣接している点の集合を近傍集合 $\mathcal{N}_i$ として以下のように定義する。

$$\mathcal{N}_i(t) = \{j \mid \|r_{ij}(t)\| \leq \rho\} \subseteq \{1, \dots, n\} \quad (3)$$

ここで、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルム、 $r_{ij} = r_i - r_j$ 、 $\rho \in \mathbb{R}_+$ とする。上記の近傍集合は、ビークル間の相対距離に依存した定義であり、 ρ は実際のシステムでは各ビークルの通信範囲もしくはセンサ範囲として考えることができる。

グラフには、辺に方向のない（もしくはすべての辺が双方向である）無向グラフと、方向のある有向グラフがある。無向グラフにおいて任意の点から任意の点への経路が存在するとき、無向グラフは連結であると呼び、有向グラフにおいて任意の点から任意の点への経路が存在する場合、強連結であるという。すべての点が他のどの点とも辺を有していない場合、このグラフは空グラフという。さらに、他の点から辺が存在しない点（根、root などと呼ばれる）からそれ以外のすべての点に対して経路が存在するとき、このグラフは全域木 (spanning tree) を有していると呼ぶ。また、有向グラフにおける全域木のことを有向全域木 (directed spanning tree) と呼ぶ。

さらに、グラフを数式で表現するために、以下の行列を定義する。隣接行列 $\mathcal{A}(\mathcal{G}) = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は隣接している辺の本数（次数）を行列要素にもつ行列である。

$$a_{ii} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \|r_i - r_j\| \leq \rho \ (j \in \mathcal{N}_i) \\ 0, & \|r_i - r_j\| > \rho \ (j \notin \mathcal{N}_i) \end{cases} \quad (5)$$

次数行列 $\mathcal{D}(\mathcal{G}) = \text{diag}[d_1, \dots, d_n] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は点の次数を要素にもち、隣接行列の要素を用いると $d_i = \sum_{j \neq i} a_{ij}$ と表現することができる。上記の行列を基に以下のラプラシアン $\mathcal{L}$ を定義する。

$$\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A} \quad (6)$$

上記のように定義されたグラフラプラシアンには以下のような性質があることが一般的に知られている¹¹⁾。

(1) 無向グラフの場合、以下の SOS(sum-of-squares) 特性を満たす。

$$x^T \mathcal{L} x = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (x_i - x_j)^2 \quad (7)$$

ここで、 $x = [x_1 \ \dots \ x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ となるベクトルである。

(2) 零固有値を有し、 $\mathbf{L}\mathbf{1} = \mathbf{0}$ が成り立つ (ただし、

(注 1) 仮定 1 により、(2) 式の解の存在性、唯一性が保証される。

$\mathbf{1} = [1 \cdots 1]^T \in \mathbb{R}^n$.

(3) 連結グラフの場合, 唯一零固有値を有し, 準正定行列となる.

ここで, ビークル間のネットワーク構造に対して以下の仮定をおく.

[仮定 2] ビークル間のネットワークは時変であるが, 連結である.

仮定のネットワークの連結性を維持することは, 各ビークルに搭載される無線通信装置などの制約が大きく影響し, 通信範囲が取り囲みの行動範囲よりも十分広い場合には固定のネットワークと同様に考えることができる. 一方, 通信範囲が狭い場合には, 連結性を維持することが必要となる. 本稿では, グラフの連結維持について詳しく言及しないが, グラフの連結維持に関する議論は文献 25)-27) を参照されたい.

2.3 制御目的

本稿では, 対象物の取り囲みを以下のように定義する (Fig. 2 参照).

[定義] (対象物の取り囲み) n 台のビークルが, 対象物が移動している場合においても, 対象物の重心位置を中心とした同心円状に配置し, 隣り合うビークル間の距離がすべて等しくなること.

ここで, 本稿の制御目的を以下のように設定する.

[制御目的]

C01) 各ビークルは対象物を中心として距離 ξ の位置に配置される.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|r_i(t) - r_{obj}(t)\| = \xi, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

C02) 各ビークルの速度は対象物の速度と等しくなる.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{r}_i(t) - \dot{r}_{obj}(t)\| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

C03) 各ビークルは対象物を中心として均等の角度に配置される.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\phi_{i+1}(t) - \phi_i(t)\| = \frac{2\pi}{n} \text{ [rad]}$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad \phi_{n+1} = \phi_1$$

ただし, $\xi \in \mathbb{R}_+$ は取り囲む円の半径, $\phi_i = \angle(e_x, r_i - r_{obj}) \in [0, 2\pi) \text{ rad}$ は対象物の位置を中心とした i 番目のエージェントの角度とする. また, 取り囲む半径 ξ は本稿では原則としてセンサ範囲 ρ に比べて十分小さい環境を考える.

Fig. 2 Configuration of control objectives

3. 提案手法

本章では, consensus seeking の概念を基にした取り囲み制御手法を提案する. はじめに, ビークル群と対象物の間に以下の仮定をおく.

[仮定 3] $n \geq 1$ 台のビークル群のうち少なくとも 1 台のビークルは対象物を認識している.

本稿では, 対象物の状態を取得する場合には, ビークル搭載のカメラ, IR センサを用い, 通信範囲内のビークル状態の取得には, それらのビークルが自らの状態を無線通信などで送信してくることを想定する.

取り囲み制御則を以下のように提案する.

$$u_i = \kappa_i \left[a_{iobj}(\|r_{iobj}\|) \{-k(\hat{r}_i - r_{obj}) + \dot{r}_{obj}\} + \sum_{j=1}^n a_{ij}(\|r_{ij}\|) \{-k(\hat{r}_i - \hat{r}_j) + \dot{\hat{r}}_j\} \right] \quad (8)$$

$$a_{iobj}(\|r_{iobj}\|) = \begin{cases} 1, & (\|r_i - r_{obj}\| \leq \rho_{obj}) \\ 0, & (\|r_i - r_{obj}\| > \rho_{obj}) \end{cases} \quad (9)$$

$$\kappa_i = \frac{1}{a_{iobj}(\|r_{iobj}\|) + \sum_{j=1}^n a_{ij}(\|r_{ij}\|)} \quad (10)$$

$$R_i = \xi \begin{bmatrix} \cos \alpha_i \cos \beta_i \\ \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ \sin \beta_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\alpha_i = \frac{2\pi(i-1)}{n}, \quad \beta_i \in (0, \pi) \text{ [rad]} \quad (12)$$

ただし, $k > 0 \in \mathbb{R}$ は定数ゲイン, $R_i \in \mathbb{R}^3$ は取り囲み位置, $R_{ij} = R_i - R_j$, $\hat{r}_i = r_i - R_i$, $\rho_{obj} \in \mathbb{R}$ である. また, a_{iobj} は, i 台目のビークルが対象物を認識できるかを表す変数である. α_i, β_i は取り囲み位置 R_i を構成する角度となるが, 本稿では簡単化のために $\beta_1 = \dots = \beta_n$ とする. この制御則は, ビークルや対象物の状態によってネットワーク構造が変化するため, スイッチング制御則となっている.

(11) 式のように R_i を設定することによって制御目的 C01) は, 以下のように考えることができる.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|r_i - r_{obj}\| = \|R_i\| = \xi$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{r}_i - r_{obj}) = \lim_{t \rightarrow \infty} (r_i - R_i - r_{obj}) = 0 \quad (13)$$

また, 制御目的 C03) は,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{r}_{i+1} - \hat{r}_i) = \lim_{t \rightarrow \infty} (r_{i+1} - R_{i+1} - r_i) = 0$$

となる. ここで, $R_i = \xi e^{j \frac{2\pi(i-1)}{n}} \in \mathbb{R}^2 \approx \mathbb{C}$ ($\beta_i = 0$) と表現すると R_{i+1} は,

$$R_{i+1} = e^{j \frac{2\pi}{n}} R_i \quad (14)$$

となる. したがって, 制御目的 C01)-C03) は以下の制御目的 C0'1), C0'2) に置き換えることができる.

$$\begin{aligned}
\mathcal{CO}'1) \quad & \lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{r}_i(t) - \hat{r}_j(t)\| = 0, \\
& \text{for } i, j = 1, \dots, n+1, r_{n+1} = r_{obj}, R_{obj} = 0. \\
\mathcal{CO}'2) \quad & \lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{\hat{r}}_i(t) - \dot{\hat{r}}_j(t)\| = 0 \\
& \text{for } i, j = 1, \dots, n+1, r_{n+1} = r_{obj}.
\end{aligned}$$

ここでネットワークの切り替えは、以下の区分的に定数信号 σ で $t_0, t_1, \dots, t_m$ の有限回のタイミングで行なわれると考える。

$$\sigma: [0, \infty) \rightarrow \mathcal{P} \quad (15)$$

ここで、 $\mathcal{P}$ は仮定 2, 3 を満たすすべてのネットワーク構造の集合とする。 σ によって変化する場合は、添え字に σ を付けて表わす。このとき、つぎの定理が成り立つ。

《定理 1》 $N \geq 1$ 台のビークル (1) と仮定 1 を満たす対象物 (2) を考える。対象物を含めたネットワーク構造は仮定 2, 3 を常に満たすとする。各ビークルに対して制御則 (8)-(12) を適用するとき、制御目的 $\mathcal{CO}'1)$ - $\mathcal{CO}'2)$ は漸近的に達成される。

[証明]

i 台目のビークル (1) に制御則 (8)-(12) を代入する。

$$\begin{aligned}
\dot{r}_i = & \kappa_i \left[a_{iobj} (\|r_{iobj}\|) \{-k(\hat{r}_i - r_{obj}) + \dot{r}_{obj}\} \right. \\
& \left. + \sum_{j=1}^N a_{ij} (\|r_{ij}\|) \{-k(\hat{r}_i - \hat{r}_j) + \dot{\hat{r}}_j\} \right] \quad (16)
\end{aligned}$$

ここで、対象物を $N+1$ 台目のビークルとして表現することを考える ($r_{obj} = \hat{r}_{N+1}$, $a_{iobj} = a_{iN+1}$)。システム全体 ($i = 1, \dots, N+1$) で表現すると下式を得る。

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes I_3 \begin{bmatrix} \dot{\hat{r}}_1 \\ \dot{\hat{r}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{r}}_{N+1} \end{bmatrix} \\
= & -k \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \cdots & -a_{1(N+1)} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \ddots & -a_{2(N+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes I_3 \begin{bmatrix} \hat{r}_1 \\ \hat{r}_2 \\ \vdots \\ \hat{r}_{N+1} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & \cdots & a_{1(N+1)} \\ a_{21} & 0 & \ddots & a_{2(N+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes I_3 \begin{bmatrix} \dot{\hat{r}}_1 \\ \dot{\hat{r}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{r}}_{N+1} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

上式において、左辺は次数行列 $\mathcal{D}_\sigma$ 、右辺第 1 項はグラフラプシアン $\mathcal{L}_\sigma$ 、第 2 項は隣接行列 $\mathcal{A}_\sigma$ として表わされるため、以下を得る。

$$(\mathcal{L}_\sigma \otimes I_3) \dot{\hat{r}} = -k(\mathcal{L}_\sigma \otimes I_3) \hat{r} \quad (17)$$

となる。ここで、 $\mathcal{L}_\sigma$ は信号 σ によって切り替わるラプラ

シアン、 $\otimes$ はクロネッカ積を表わす。 $\hat{r} \in \mathbb{R}^{3(N+1)}$ は $\hat{r} = \begin{bmatrix} \hat{r}_1^T & \hat{r}_2^T & \cdots & \hat{r}_{N+1}^T (= r_{obj}^T) \end{bmatrix}^T$ である。

つぎに、状態を $\hat{r}_{ei} = \hat{r}_i - \hat{r}_{N+1}(r_{obj})$ と変換することによって以下の表現を得ることができる。

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \cdots & -a_{1N} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & -a_{23} & -a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1} & \cdots & -a_{N(N-1)} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{Nj} \end{bmatrix} \otimes I_3 \begin{bmatrix} \dot{\hat{r}}_{e1} \\ \dot{\hat{r}}_{e2} \\ \vdots \\ \dot{\hat{r}}_{eN} \end{bmatrix} \\
= & -k \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \cdots & -a_{1N} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & -a_{23} & -a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1} & \cdots & -a_{N(N-1)} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{Nj} \end{bmatrix} \otimes I_3 \begin{bmatrix} \hat{r}_{e1} \\ \hat{r}_{e2} \\ \vdots \\ \hat{r}_{eN} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

ベクトル $\hat{r}_e = \begin{bmatrix} (\hat{r}_1 - \hat{r}_{N+1})^T & \cdots & (\hat{r}_N - \hat{r}_{N+1})^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{3N}$ 、ネットワークを表現する新たな行列 $\mathcal{M}_\sigma \in \mathbb{R}^{N \times N}$ を用いて表現すると以下を得る。ここで、 $\mathcal{M}_\sigma$ は $\mathcal{L}_\sigma$ に比べて次元が 1 次低い行列となる。

$$(\mathcal{M}_\sigma \otimes I_3) \dot{\hat{r}}_e = -k(\mathcal{M}_\sigma \otimes I_3) \hat{r}_e \quad (18)$$

(17) 式と (18) 式とは等価な式となる。上式は、 $\mathcal{M}_\sigma$ にのみネットワークに依存した項が含まれているため、上式から $\mathcal{M}_\sigma$ を消すことを考える。そのために、 $\mathcal{M}_\sigma$ が正則であるかどうかを調べる。正則性の判別には、以下の関係を用いて検証する。

$\mathcal{M}_\sigma$ が正定 $\implies \mathcal{M}_\sigma$ が正則

ここで、任意の非零ベクトル $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_N] \in \mathbb{R}^N$ を用いて以下を計算する。

$$\begin{aligned}
& x^T \mathcal{M}_\sigma x \\
= & x^T \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \cdots & -a_{1N} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \cdots & -a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & -a_{N-1N} \\ -a_{N1} & \cdots & -a_{NN-1} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{Nj} \end{bmatrix} x \\
= & \left(a_{1N+1} x_1^2 + a_{2N+1} x_2^2 + \cdots + a_{NN+1} x_N^2 \right) \\
& + \sum_{j=1}^N a_{1j} x_1^2 + \sum_{j=1}^N a_{2j} x_2^2 + \cdots + \sum_{j=1}^N a_{Nj} x_N^2 \\
& - a_{21} x_1 x_2 - a_{31} x_1 x_3 - \cdots - a_{N1} x_1 x_N \\
& - a_{12} x_1 x_2 - a_{32} x_2 x_3 - \cdots - a_{N2} x_2 x_N \\
& - \cdots - a_{1N} x_1 x_N - a_{2N} x_2 x_N - a_{3N} x_3 x_N - \cdots
\end{aligned}$$

上式は、ビークル間のネットワーク構造が連結グラフで表現される場合、つまり $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j (i, j \neq N+1)$ が成り立つとき、以下のようにまとめて表現することができる。

$$x^T \mathcal{M}_\sigma x = \sum_{l=1}^N a_{lN+1} x_l^2 + \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j)^2 \quad (19)$$

と表現することができる．ここで，少なくとも1台のビークルが常に対象物情報を取得する場合，つまり，いずれかのビークルで $a_{iN+1} = 1$ となり $x \neq \alpha \mathbf{1}$ であるとき

$$\sum_{l=1}^N a_{lN+1} x_l^2 > 0 \quad (20)$$

となる．ただし， α は任意のスカラー関数である．さらに，(19) 式の第2項は

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j)^2 = x^T \mathcal{L}_\sigma x \quad (21)$$

と表現でき ($\mathcal{L}_\sigma$ はグラフラプラシアン)，グラフラプラシアンの性質1から

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j)^2 = x^T \mathcal{L}_\sigma x \geq 0 \quad (22)$$

となる．グラフラプラシアン $\mathcal{L}_\sigma$ の固有値が零となるのは，固有ベクトルが $\mathbf{1} = [1 \ 1 \cdots 1]^T$ に線形従属となる場合のみである (グラフラプラシアンの性質2)．(19) 式左辺の第2項が零となるときの，第1項は厳密に正となり，逆に第1項が零となるとときには，グラフラプラシアンの性質3から第2項は常に正となるため，

$$x^T \mathcal{M}_\sigma x = \sum_{l=1}^N a_{lN+1} x_l^2 + \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j)^2 > 0$$

が成り立つ．このことから， $\mathcal{M}_\sigma$ はどのようなサイズであっても，ビークル間のネットワーク構造が連結であり，対象物を認識するビークルが少なくとも1台は存在する場合，正則行列となる．(18) 式の両辺に $(\mathcal{M}_\sigma \otimes I_3)^{-1}$ を左側からかける．

$$\begin{aligned} \dot{\hat{r}}_e &= -k(\mathcal{M}_\sigma \otimes I_3)^{-1}(\mathcal{M}_\sigma \otimes I_3) \hat{r}_e \\ \dot{\hat{r}}_e &= -k \hat{r}_e \end{aligned} \quad (23)$$

つまり，ゲイン k にのみ依存し，ネットワークに依存しないシステムとして表現することができる．したがって，

$$\hat{r}_e \rightarrow 0 \text{ as } t \rightarrow \infty, \quad \hat{r} \rightarrow \mathbf{1} \otimes \hat{r}_{N+1} \text{ as } t \rightarrow \infty \quad (24)$$

$$\dot{\hat{r}}_e \rightarrow 0 \text{ as } t \rightarrow \infty, \quad \dot{\hat{r}} \rightarrow \mathbf{1} \otimes \dot{\hat{r}}_{N+1} \text{ as } t \rightarrow \infty \quad (25)$$

$$\hat{r} \rightarrow \mathbf{1} \otimes r_{obj} \text{ as } t \rightarrow \infty \quad (26)$$

$$\dot{\hat{r}} \rightarrow \mathbf{1} \otimes \dot{r}_{obj} \text{ as } t \rightarrow \infty \quad (27)$$

が成り立つ．よって，ネットワークの変化に依存せず，以下の制御目的 $\mathcal{CO}'1)$, $\mathcal{CO}'2)$ を達成することができる．

$$\hat{r}_i(t) - \hat{r}_j(t) \rightarrow 0 \text{ as } t \rightarrow \infty \quad (28)$$

$$\dot{\hat{r}}_i(t) - \dot{\hat{r}}_j(t) \rightarrow 0 \text{ as } t \rightarrow \infty \quad (29)$$

したがって，制御目的 $\mathcal{CO}'1)$, $\mathcal{CO}'2)$ を達成する．そのため制御目的 $\mathcal{CO}1)$ - $\mathcal{CO}3)$ を達成し，取り囲みが達成される．□

(注意1) すべてのビークルが対象物を認識できない場合， $\mathcal{M}_\sigma$ は零固有値を有し，(19) 式の右辺第1項が常に零とな

る．また，グラフラプラシアンの性質2より準正定行列となることから，正則行列にはならない．

[命題] すべてのビークルが対象物を認識できる場合 ($a_{iobj} = 1, \forall i \in \mathcal{V}$) には，ビークル間のネットワークが空グラフでも対象物の取り囲みを達成できる．

[証明] 定理1の結果 ((19) 式の構造) より明らか．□

4. 有効性の検証

本章では，対象物がビークルの状態に依存せずランダムに移動する場合 (Case 1) とビークルの状態に依存して移動する場合 (Case 2) について数値シミュレーションによって提案手法の有効性を検証する．さらに，制御実験によって提案手法の有効性を確認する．

4.1 数値シミュレーションによる検証

4.1.1 Case 1

対象物がビークルの状態には依存せず移動する場合を考える．本稿では対象物はランダムに移動することとする．初期状態は適当に設定し，パラメータは， $n = 4, k = 0.5, \rho = \rho_{obj} = 2.5, \xi = \sqrt{2}, \beta_i = 0$ とする．シミュレーション結果を Fig. 3 に示す．Fig. 3(a) はトラジェクトリ，Fig. 3(b) は $\hat{r}_i - r_{obj}$ と $\phi_{i+1} - \phi_i - \pi/2$ の時間応答を示す．図中の $\times$ は初期位置， $\bullet$ は最終位置を表わす．これらの結果から，対象物が移動し続ける場合にも位置・速度偏差なく，取り囲みを漸近的に達成していることがわかる．

4.1.2 Case 2

対象物がある戦略によって逃げる場合の取り囲みについてシミュレーションにて検証する．文献23)で，戦略を有する

Fig. 3 Simulation results of Case 1: (a) Trajectory (b) Time response

Fig. 4 Simulation results of Case 2: (a) Trajectory (b) Time response

Fig. 5 An example of potential function $U_{obj}(x\text{-axis})$

対象物を取り囲む問題について議論されており、対象物の戦略としてビークルとの相対距離に比例して対象物の移動速度が大きくなるモデルを考えているが、実際には相対距離が小さい場合に移動速度が大きくなるモデルのほうが想定される。本稿では、対象物は以下のようなモデルによって移動することを考える。

$$U_{obj} = k_{obj} \sum_{j=1}^N a_{objj} e^{-k_o \|r_{obj} - r_j\|} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \dot{r}_{obj} &= -\nabla U_{obj} \\ &= k_{obj} \sum_{j=1}^N a_{objj} \frac{(r_{obj} - r_j)}{\|r_{obj} - r_j\|} e^{-k_o \|r_{obj} - r_j\|} \end{aligned} \quad (31)$$

ただし、 $k_{obj} = \text{diag}(k_{obj1}, k_{obj2}, k_{obj3}) > 0$, $k_o \in \mathbb{R}_+$ となるゲインである。上記の U_{obj} は対象物とビークルの相対距離に依存する一種のポテンシャル関数と見ることができ。 $k_{obj1} = 20$ のときの U_{obj} の例を Fig. 5 に示す。ポテンシャル U_{obj} は、相対距離が $\|r_{obj} - r_i\| = 0$ のときには $U_{obj}(0) = k_{obj}$ 、相対距離が $\|r_{obj} - r_i\| \rightarrow \infty$ のときには $U_{obj}(\infty) \rightarrow 0$ となる関数である。対象物はこのポテンシャルの傾きにより移動するため、対象物はビークルに近い位置にある場合に速く移動し、遠い場合には遅く移動することになる。(31) 式において、認識（隣接）するビークルでは $a_{objj} = 1$ 、認識（隣接）しないビークルでは $a_{objj} = 0$ とする。

シミュレーションの際の各パラメータは、 $n = 4$, $k = 0.5$, $k_{obj} = 3$, $\rho = \rho_{obj} = 2.5$, $\xi = \sqrt{2}$, $\beta_i = 0$ とする。シミュレーション結果を Fig. 4 に示す。この結果から対象物が戦略をもって逃げる場合も取り囲みを漸近的に達成していることが確認できる。

Case 1 の結果 (Fig. 3 (a)) Case 2 の結果 (Fig. 4 (a)) と比べると、対象物の移動する軌道が全く異なっているのに対して、各ビークルの対象物付近への収束速度は変わっていないことが確認できる (Fig. 3(b), Fig. 4(b) 参照)。

4.2 制御実験による検証

つぎに、2次元平面上で制御実験によって提案手法の有効性を検証する。使用した実験装置を Fig. 6 に示す。実験検証は、エージェント3台と対象物1台に対して同一型の独立駆動型二輪車両4台を使用して行なう。二輪車両には、左右に同型のステッピングモータをもち、無線通信モデムが付属され

Fig. 6 Experimental setup

Fig. 7 Multi-vehicles for experiments

ている Ftech 製 F0181STP を使用する (Fig. 7 参照)。実験では、文献 14) と同様に仮想構造を用いたフィードバック線形化を行なっている。フィードバック線形化によって、ビークルは仮想的に線形 1 次システムとして制御することが可能となる。本装置では使用する車両同士でリアルタイム双方向無線通信ができないため、自律分散システムを構築することができない。そのため、本実験では PC 内で仮想的にネットワーク、各ロボットのコントローラを構成し、制御実験を行なう。ただし、集中管理型の装置でなく、自律分散型であった場合でも、エージェントが自らの状態を無線通信などによって隣接しているエージェントに対して送信できる環境では同程度の結果を得ることができると考えられる。本実験では、各車両に対して制御信号 dSPACE 制御ボード DS1104 に実装したコントローラから無線通信により送信する。エージェントと対象物の位置、速度、姿勢の情報はカメラ画像から画像処理ソフト HALCON により取得する。また、制御ボードのサンプリング時間は、画像処理時間、ビークル搭載のマイコン性能を考慮し 0.2s とする。

初期状態は適当に設定し、実験の際のパラメータは、 $n = 3$, $k = 0.5$, $\rho = \rho_{obj} = 0.5\text{m}$, $\xi = 0.33\text{m}$, $\beta_i = 0\text{rad}$ とし、制御 PC のサンプリングは 0.2s とする。対象物は x 軸正方向に速度 0.03m/s の速度で移動するとする。実験結果として Fig. 8 にトラジェクトリ、Fig. 9 に $\hat{r}_i - r_{obj}$ と $\phi_{i+1} - \phi_i - 2\pi/3$ の時間応答を示す。制御実験ではネットワークが変化する場合に対する応答を確認するため、あらかじめ 1 台のビークルのみ孤立点にしておき、約 20s に対象物を認識し、ネットワークが結合するとする。これらの実験結果から、実機においてもビークル群は漸近的に取り囲みを達成していることが確認できる。

Fig. 8 Experimental results: Trajectory

Fig. 9 Experimental result: Time responses of states ($\hat{r}_i - r_{obj}$ and $\phi_{i+1} - \phi_i - 2\pi/3$)

5. おわりに

本稿では、合意アルゴリズムを基にした制御則を基に、ビークル間のネットワーク構造が連結であり、少なくとも1台のビークルが対象物を認識できる範囲内で動的に変化する場合に協調取り囲みを漸近的に達成できることを示した。またその際、ビークルが対象物周りに収束する速度はネットワーク構造に依存しないことを示した。数値シミュレーションによって、対象物がランダムに移動する場合と、提案したポテンシャルに依存して移動する場合について検証し、その有効性を確認した。最後に、実機を用いた場合にも提案手法が有効であることを制御実験によって確認した。

参考文献

- 1) A. Jadbabaie and A.S. Morse: Coordination of Groups of Mobile Autonomous Agents Using Nearest Neighbor Rules, *IEEE Trans. Autom. Contr.*, **48**-6, 988/1001 (2003)
- 2) 滑川徹 (編): 協調とフォーメーションの制御理論, ミニ特集号, 計測と制御, **46**-11 (2007)
- 3) 早川, 藤田: マルチエージェントシステムとビークルフォーメーション, 計測と制御, **46**-11, 823/828 (2007)
- 4) 根, 福島, 松野: 衝突回避問題に適合した分岐限定法に基づく複数移動体の編成制御, 計測自動制御学会論文集, **44**-1, 36/43 (2008)
- 5) 桜間, 中野: 衝突回避を考慮した複数ロボットのオンライン目標軌道修正—ロボット間の相対角度を用いた手法—, 計測自動制御学会論文集, **43**-11, 1037/1046 (2007)
- 6) 内田健康: 分散制御とチーム/ゲーム理論: 再訪と最近の発展, 計測と制御, **46**-11, 835/846 (2008)
- 7) 五十嵐, 畑中, 藤田: 受動性に基づいた3次元姿勢協調, 計測自動制御学会論文集, **43**-12, 1156/1164 (2007)
- 8) 吉岡, 滑川: マルチエージェントシステムの合意問題とそのフォーメーション制御への応用, 計測自動制御学会論文集, **44**-8, 663/669 (2008)
- 9) W. Ren: Multi-vehicle Consensus with a Time-varying Reference State, *Sys. & Contr. Lett.*, **56**-7-8, 474/483 (2007)
- 10) J.A. Marshall, M.E. Broucke and B.A. Francis: Formations of Vehicles in Cyclic Pursuit, *IEEE Trans. Autom. Contr.*, **49**-11, 1963/1974 (2004)
- 11) R.O. Saber, J.A. Fax and R.M. Murray: Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems, *Proc. IEEE*, **95**-1, 215/233 (2007)
- 12) 小林, 大坪, 細江: 群ロボットによる協調捕獲行動の自律分散制御, 計測自動制御学会論文集, **43**-8, 663/671 (2007)
- 13) T.H. Kim and T. Sugie: Cooperative control for target-capturing task based on a cyclic pursuit strategy, *Automatica*, **43**-8, 1426/1431 (2007)
- 14) H. Kawakami and T. Namerikawa: Virtual Structure Based Target-enclosing Strategies for Nonholonomic Agents, *Proc. IEEE Multi-conf. Sys. & Contr.*, 1043/1048 (2008)
- 15) 山口博明: 非ホロノミックな拘束を有する移動ロボット群の捕獲行動, 日本機械学会論文集 C 編, **69**-688, 3285/3292 (2003)
- 16) G. Antonelli, F. Arrichiello and S. Chiaverini: The Entrapment/Escorting Mission: An Experimental Study Using a Multirobot System, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, **15**-1, 22/29 (2008)
- 17) W. Ren and R.W. Beard: Consensus of Information Under Dynamically Changing Interaction Topologies, *Proc. Amer. Contr. Conf.*, 4939/4944 (2004)
- 18) H. Tanner, A. Jadbabaie and G.J. Pappas: Flocking in fixed and switching networks, *IEEE Trans. Autom. Contr.*, **52**-5, 863/868 (2007)
- 19) N. Chopra, D.M. Stipanovic and M.W. Spong: On Synchronization and Collision Avoidance for Mechanical Systems, *Proc. Amer. Contr. Conf.*, 3713/3718 (2008)
- 20) R.O. Saber and R.M. Murray: Consensus Problems in Networks of vehicles With Switching Topology and Time-Delays, *IEEE Trans. Autom. Contr.*, **49**-9, 1520/1533 (2004)
- 21) R. Olfati-Saber: Flocking for Multi-Agent Dynamic Systems: Algorithms and Theory, *IEEE Trans. Autom. Contr.*, **51**-3, 401/420 (2006)
- 22) W. Ren and R.W. Beard: Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control, Springer-Verlag (2008)
- 23) 櫻井, 津村, 金: マルチエージェントシステムにおける協調捕獲可能条件, 計測自動制御学会第8回制御部門大会資料 (2008)
- 24) C. Godsil and G. Royle: *Algebraic Graph Theory*, Springer-Verlag (2001)
- 25) D.P. Spanos and R.M. Murray: Robust Connectivity of Networked Vehicles, *Proc. IEEE Conf. on Dec. and Contr.*, 2893/2898 (2004)
- 26) M.C. DeGennaro and A. Jadbabaie: Decentralized control of connectivity for multi-agent systems, *Proc. IEEE Conf. on Dec. and Contr.*, 3628/3633 (2006)
- 27) A. Muhammad and M. Egerstedt: Connectivity graphs as models of local interactions, *Proc. of IEEE Conf. on Dec. and Contr.*, 124/129 (2004)

[著 者 紹 介]

川 上 裕 樹 (学生会員)

2007 年金沢大学工学部電気電子システム工学科卒業。2009 年同大学大学院自然科学研究科博士前期課程電子情報工学専攻修了。現在 (株) 小松製作所開発本部システム開発センタ勤務。メカトロ制御開発に従事。

滑 川 徹 (正会員)

1994 年金沢大学大学院自然科学研究科システム科学専攻博士課程中退。同年金沢大学工学部電気・情報工学科助手。同講師を経て 2002 年長岡技術科学大学機械系助教授。2006 年金沢大学大学院自然科学研究科電子情報科学専攻助教授を経て 2007 年同大学理工研究域電子情報学系准教授。2009 年より慶應義塾大学理工学部システムデザイン工学科准教授となり現在に至る。ロバスト制御理論、分散協調制御理論とそのロボティクス応用に関する研究に従事。博士 (工学)。システム制御情報学会、IEEE などの会員。