反復実験の不要な射影型連続時間システム同定

丸 田 一 郎*・杉 江 俊 治*

Projection-based Identification of Continuous-time Systems from a Single Set of I/O Data

Ichiro MARUTA* and Toshiharu SUGIE*

This paper presents a novel approach for the identification of continuous-time systems. The proposed method is based on the projection of measured signals onto the finite-dimensional signal subspace whose basis is determined by the structure of the parameterized model of the target system. This structure-dependent basis enables us to estimate the specific parameter of the target system efficiently, and this aspect is especially useful in continuous-time system identification because parameters of such systems often correspond directly to physical parameters of the target system. Also, the proposed method can handle the closed-loop setting, which is frequently demanded in practical applications, as the specific structure of the model. The effectiveness of the method is demonstrated through a numerical example of closed-loop identification for an unstable magnetic levitation system with known physical constants.

Key Words: identification, continuous-time systems

1. はじめに

システム同定は制御理論の実応用における重要なプロセスの一つであり、これまで多くの研究が行われてきた^{1),2)}。システム同定の理論のほとんどは離散時間のモデルを対象としたものであるが、連続時間システムとしての対象システムの表現は、物理パラメータとの対応が明確であることや、モデルのサンプリング時間に依存しないという利点があり、連続時間システムを直接同定する方法がこれまでに提案されている^{3)~5)}。また、計測雑音の存在下における性能の優位性も近年注目されている⁶⁾。

一方で、連続時間システム同定においては、入出力信号の微分情報の必要性が共通の問題となっている。著者らはこれまでに、信号の有限次元の部分空間における反復学習制御を利用した連続時間システム同定法を提案しており、この問題に対して微分に基づかないアプローチを示している^{7)~9)}。この方法は反復学習制御に基づいたものであるために実験の反復を必要とするが、このような反復実験は実プラントへの適用において大きな負担であり、たとえば文献 10) では IFT に基づく同定における実験回数の低減が扱われている。

そこで本研究では、一回の実験で得られた対象システムの入出力データから、有限次元部分空間への信号の射影に基づ

いて連続時間システム同定を行なう手法を提案する。また、連続時間システム同定におけるモデルパラメータが物理パラメータとの対応をもっていることに留意し、既知のモデル構造を考慮した手法を提案して、その有用性を示す。この手法は既知の制御器との閉ループ系をモデル構造として扱うことができ、閉ループで計測された入出力データに基づいた同定を行なうことが可能となる。連続時間システムを対象とした閉ループ同定としては、文献 11), 12) などで行なわれているが、実用上の重要性とは対照的に研究が少ない領域であり、この領域への新たなアプローチとしても本研究は意味をもつものである。

本稿で用いる表記は以下のとおりである。

$\mathbb{R}$ — 実数の集合

$L_2[a, b]$ — $[a, b]$ において自乗可積分な関数の集合

$\|\cdot\|_2$ — ベクトルまたは信号の 2 ノルム

$\mathbf{I}, \mathbf{I}_{n \times n}$ — 単位行列 (添え字はその大きさを示す。)

$\mathbf{O}, \mathbf{O}_{l \times k}$ — 零行列 (添え字はその大きさを示す。)

$f(t) * g(t)$ — 信号 $f(t), g(t)$ の畳み込み積分. $f(t) * g(t) \triangleq \int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau$.

s, z^{-1} — ラプラス演算子および遅延演算子

p — 微分演算子 ($pu(t) = \frac{d}{dt}u(t)$).

$\mathcal{L}^{-1}[G(s)]$ — $G(s)$ の逆ラプラス変換

また、基底 $V \triangleq [v_1(t), v_2(t), \dots, v_n(t)]$ が張る部分空間への、信号 $x(t) \in L_2[0, T]$ の射影について、 $V \cdot x(t)|_V$ が射影となるように、そのベクトル表現 $x(t)|_V \in \mathbb{R}^n$ を定義する。

* 京都大学大学院情報学研究科 宇治市五ヶ庄

* Graduate School of Informatics, Kyoto University, Gokasho, Kyoto

(Received May 29, 2009)

(Revised December 7, 2009)

2. 問題設定

以下の微分方程式で記述される安定な 1 入力 1 出力の線形時不変システムを考える.

$$y(t) = G(p, \theta)u(t) \triangleq \frac{N(p, \theta)}{D(p, \theta)}u(t) \quad (1)$$

$$N(p, \theta) \triangleq [n_0(p), n_1(p), \dots, n_{n_\theta}(p)] \cdot [1, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n_\theta}]^T$$

$$D(p, \theta) \triangleq [d_0(p), d_1(p), \dots, d_{n_\theta}(p)] \cdot [1, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n_\theta}]^T$$

ここで $u(t)$ は入力, $y(t)$ は出力信号であり,

$\theta \triangleq [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n_\theta}]^T \in \mathbb{R}^{n_\theta}$ はパラメータである. また, $\{n_0(p), \dots, n_{n_\theta}(p)\}$ および $\{d_0(p), \dots, d_{n_\theta}(p)\}$ は p の多項式であり, モデルの構造を規定する. (1) 式で記述される伝達関数の分母多項式 $D(p, \theta)$ および分子多項式 $N(p, \theta)$ は θ について線形であり, p の多項式となっている.

本研究の目標は, 与えられた一組の入出力データ $\tilde{y}(t), u(t) \in L_2[0, T]$ から, パラメータ θ を推定する同定法を提案することである. ただし, $\tilde{y}(t)$ は観測雑音を含んだ出力信号であり, 観測雑音を $\eta(t)$ とおいて

$$\tilde{y}(t) \triangleq y(t) + \eta(t) \quad (2)$$

と表わされる. ここで簡単のために (1) 式で記述されるシステムは $t = 0$ において平衡状態にあるものとし, パラメータ θ は未知であるが, モデルの構造を規定する多項式 $\{n_0(p), \dots, n_{n_\theta}(p)\}$ および $\{d_0(p), \dots, d_{n_\theta}(p)\}$ は与えられているものとする. また, 観測雑音 $\eta(t)$ が以下の仮定を満たすものとする.

- $E\{\eta(t)\} = 0$.
- $\eta(t)$ は $u(t)$ と相関をもたない.

これらの仮定を満たす雑音は, 提案法において行なわれる信号の射影の過程で, データのサンプル数が増えるに従って除去されることが従来の結果^{8), 9)}から期待される.

ここで, いくつかの典型的な設定に対応する対象システムの記述について説明する.

例 1. 対象システムのすべての係数が未知の場合, 対象システムは以下のようにパラメータ表現される.

$$G(p, \theta) = \frac{\theta_{n+1} + \theta_{n+2}p + \dots + \theta_{n+m+1}p^m}{\theta_1 + \theta_2p + \dots + \theta_n p^{n-1} + p^n}$$

このとき,

$$n_0(p) = 0, \quad d_0(p) = p^n,$$

$$\begin{bmatrix} n_1(p) & n_2(p) & \dots & n_n(p) \\ d_1(p) & d_2(p) & \dots & d_n(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & p & \dots & p^{n-1} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} n_{n+1}(p) & \dots & n_{n+m+1}(p) \\ d_{n+1}(p) & \dots & d_{n+m+1}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & p & \dots & p^m \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

である. $\square$

例 2 (閉ループ系の扱い). **Fig. 1** に示す閉ループ系の設定に

(a) closed-loop system

(b) equivalent open-loop system

Fig. 1 Closed-loop setting

おいて, $u(t)$ から $y(t)$ への伝達関数は

$$G(p, \theta) = \frac{N_P(p, \theta)N_K(p)}{D_P(p, \theta)D_K(p) + N_P(p, \theta)N_K(p)} \quad (3)$$

と書かれる. ここで, $\frac{N_P(p, \theta)}{D_P(p, \theta)} \triangleq P(p, \theta)$ は $N_P(p, \theta)$ および $D_P(p, \theta)$ がパラメータ θ について線形なプラントである. なお, 提案法において問題となるのは $G(p, \theta)$ の安定性であり, $P(p, \theta)$ は不安定であってもよい. また, $\frac{N_K(p)}{D_K(p)} \triangleq K(p)$ は閉ループ系を安定化する既知の制御器である. このとき, $G(p, \theta)$ の分母多項式および分子多項式は θ について線形である. したがって, 本研究での問題設定のもとで, 閉ループ系の入出力データに基づく閉ループ内のプラントの同定を扱うことが可能である. $\square$

注意 1. 分子多項式および分母多項式にパラメータを線形に含むシステムと, パラメータを含まないシステムの直列・並列・フィードバック結合によって表現されるシステムは, パラメータを分子多項式および分母多項式に線形に含むシステムとなり, (1) 式の形式で書くことができる. $\square$

3. 射影型連続時間システム同定

本章では, 信号の部分空間への射影に基づいた連続時間システム同定について説明する. なお, 本章では表記の簡単のために観測雑音を含まない出力信号 $y(t)$ が得られるものとして記述する.

3.1 パラメータ推定のための基底

まず, 推定パラメータ $\hat{\theta} \in \mathbb{R}^{n_\theta}$ と,

$$e_{\hat{\theta}}(t) \triangleq \mathcal{L}^{-1} [G(s, \hat{\theta})] * u(t) - y(t) \quad (4)$$

で定義される推定誤差信号 $e_{\hat{\theta}}(t) \in L_2[0, T]$ を考えると, $e_{\hat{\theta}}(t)$ は以下の関係式を満たす.

$$e_{\hat{\theta}}(t) = G(p, \hat{\theta})u(t) - y(t) \quad (5)$$

$$= \{G(p, \hat{\theta}) - G(p, \theta)\} u(t) \quad (6)$$

$$= \left[\{D(p, \theta) - D(p, \hat{\theta})\} G(p, \theta) - \{N(p, \theta) - N(p, \hat{\theta})\} \right] \frac{u(t)}{D(p, \hat{\theta})}. \quad (7)$$

したがって,

$$e_{\hat{\theta}}(t) = \sum_{j=1}^{n_{\theta}} \left(\frac{d_j(p)}{D(p, \hat{\theta})} G(p, \theta) - \frac{n_j(p)}{D(p, \hat{\theta})} \right) u(t) (\theta_j - \hat{\theta}_j) \quad (8)$$

と書き下せる. このとき, 基底

$$\begin{aligned} V_{\hat{\theta}} &\triangleq [v_{\hat{\theta},1}(t), v_{\hat{\theta},2}(t), \dots, v_{\hat{\theta},n_{\theta}}(t)] \\ v_{\hat{\theta},j}(t) &\triangleq \left[\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{d_j(s)}{D(s, \hat{\theta})} G(s, \theta) \right] - \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{n_j(s)}{D(s, \hat{\theta})} \right] \right] * u(t) \\ &\quad (j = 1, 2, \dots, n_{\theta}) \end{aligned} \quad (9)$$

を定めれば,

$$e_{\hat{\theta}}(t) = V_{\hat{\theta}} \cdot (\theta - \hat{\theta}) \quad (10)$$

となり, 射影のベクトル表現 $\varepsilon \triangleq e_{\hat{\theta}}(t)|_{V_{\hat{\theta}}} \in \mathbb{R}^{n_{\theta}}$ を定義すると,

$$\varepsilon = (\theta - \hat{\theta}) \quad (11)$$

が成立する. この ε を用いれば直ちに θ を計算することが可能であるが, 実際には (9) 式の基底の生成には対象システムの伝達関数 $G(p, \theta)$ が必要であり, 同定の問題においてこれを用いることはできない.

そこでつぎに, $G(p, \theta)$ のインパルス応答の何らかの推定値 $\hat{g}(t)$ が与えられるものとし, $V_{\hat{\theta}}$ の近似値として

$$\begin{aligned} \hat{V}_{\hat{\theta}} &\triangleq [\hat{v}_{\hat{\theta},1}(t), \hat{v}_{\hat{\theta},2}(t), \dots, \hat{v}_{\hat{\theta},n_{\theta}}(t)] \\ \hat{v}_{\hat{\theta},j}(t) &\triangleq \left[\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{d_j(s)}{D(s, \hat{\theta})} \right] * \hat{g}(t) - \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{n_j(s)}{D(s, \hat{\theta})} \right] \right] * u(t) \\ &\quad (j = 1, 2, \dots, n_{\theta}) \end{aligned} \quad (12)$$

を用いることを考える. この場合, 対応して得られる射影のベクトル表現を $\hat{\varepsilon} \triangleq e_{\hat{\theta}}(t)|_{\hat{V}_{\hat{\theta}}} \in \mathbb{R}^{n_{\theta}}$ と定義すると, $\hat{\varepsilon}$ は

$$\hat{\varepsilon} = (I + \Delta_{\hat{\theta}}) (\theta - \hat{\theta}) \quad (13)$$

を満たす. ただし, $\Delta_{\hat{\theta}} \in \mathbb{R}^{n_{\theta} \times n_{\theta}}$ は $\hat{g}(t)$ に含まれる誤差に起因する項であり, $g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s, \theta)]$ とおくと

$$\begin{aligned} \Delta_{\hat{\theta}} &= [\Delta_{\hat{\theta},1}, \dots, \Delta_{\hat{\theta},n_{\theta}}] \\ \Delta_{\hat{\theta},j} &= \left(\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{d_j(s)}{D(s, \hat{\theta})} \right] * (g(t) - \hat{g}(t)) * u(t) \right) \Big|_{\hat{V}_{\hat{\theta}}} \\ &\quad (j = 1, 2, \dots, n_{\theta}) \end{aligned} \quad (14)$$

と表わされる.

したがって, この基底 $\hat{V}_{\hat{\theta}}$ を用いて得られたベクトル $\hat{\varepsilon}$ からは, 直ちにパラメータ θ の値を得ることはできない. そこで, (13) 式の関係に注目し, 推定パラメータ $\hat{\theta}$ と基底 $\hat{V}_{\hat{\theta}}$ を反復更新することによってパラメータ θ を求めることにする.

Fig. 2 Stability analysis of the algorithm

そのような更新則についてつぎに述べる.

3.2 基底の反復更新による同定

ここで, 以下のようなステップで構成されるアルゴリズムを考える.

[Step 1] $k \leftarrow 1$ とする. また, パラメータの初期推定値 $\hat{\theta}^1$ は与えられているものとする.

[Step 2] 与えられた $\hat{g}(t)$ および $\hat{\theta}^k$ をもとに基底 $\hat{V}_{\hat{\theta}^k}$ を計算する.

[Step 3] $e_{\hat{\theta}^k}(t)$ と, 基底 $\hat{V}_{\hat{\theta}^k}$ に基づく $e_{\hat{\theta}^k}(t)$ の射影のベクトル表現 $\hat{\varepsilon}^k$ を計算する.

[Step 4] 更新則

$$\hat{\theta}^{k+1} = \hat{\theta}^k + \alpha \hat{\varepsilon}^k \quad (15)$$

に従って $\hat{\theta}^k$ を更新し, $k \leftarrow k+1$ とする.

[Step 5] $\{\hat{\theta}^k\}$ が収束していると判定されれば $\hat{\theta}^k$ を θ の推定値としてアルゴリズムを終了し, 収束していなければ [Step 2] に戻る.

ただし, (15) 式の $\alpha \in \mathbb{R}$ は更新則のゲインであり, $0 < \alpha < 1$ とする.

このとき, $\{\hat{\theta}^k\}$ は以下の差分方程式を満たす.

$$(\hat{\theta}^{k+1} - \theta) = \{(1-\alpha)I - \alpha \Delta_{\hat{\theta}^k}\} (\hat{\theta}^k - \theta). \quad (16)$$

したがって, k を離散時刻とみなすと, このシステムの平衡点は $\hat{\theta}^k = \theta$ であり, このシステムが安定であれば [Step 1] ~ [Step 5] のアルゴリズムによって真のパラメータ θ が得られる. また, このシステムの安定性は時変の不確かさ $\Delta_{\hat{\theta}^k}$ をもつノミナル安定なシステムとして考察することができ, 安定性について以下の定理を得る.

定理 1 (収束の十分条件). すべての時刻 $k = 1, 2, \dots$ について $\bar{\sigma}(\Delta_{\hat{\theta}^k}) < 1$ であればアルゴリズムは安定であり, $\hat{\theta}^k \rightarrow \theta$ ($k \rightarrow \infty$) となる. (ただし, $\bar{\sigma}(\cdot)$ は最大特異値を表わす.)

証明. $\frac{\alpha z^{-1}}{(1-\alpha)z^{-1}-1} \cdot I$ と $\Delta_{\hat{\theta}^k}$ によって構成される閉ループを考える (Fig. 2 参照). このシステムは (16) 式の差分方程式で記述されるシステムと等価である. このとき, $\frac{\alpha z^{-1}}{(1-\alpha)z^{-1}-1} \cdot I$ は安定であり, その ∞ ノルムは α によらず 1 であるので, 小ゲイン定理から命題が証明される. $\square$

この定理は, 与えられた $\hat{g}(t)$ が $g(t)$ に十分に近いき, アルゴリズムは安定であり, $\hat{\theta}^k$ が θ に収束することを示している.

Fig. 3 Flow chart of the proposed identification procedure

注意 2 (α の選定). 経験的に $\alpha \in (0, 1)$ の選定はアルゴリズムの安定性にほとんど影響せず, この事実は定理 1 の証明において α の値が安定性に影響していないことと矛盾しない. また, 収束速度は $\alpha \simeq 1$ のときに速くなるので, 本稿の数値例では $\alpha = 0.99$ を採用する. $\square$

4. 実 装

本章では, 提案法の実装に関する事項を扱う. 実装における同定の手続きは Fig. 3 に示すフローチャートのとおりである. 以下では, 各過程の実装について説明する.

4.1 入出力データ

まず最初に, 実装における入出力データは一定のサンプリング間隔 T_s で連続時間信号をサンプリングして得られるものと仮定する. また, サンプリング数を $N+1$ (すなわち, $T = NT_s$) とおく. したがって, 実装において用いることができる入出力データは $\{u(0), \tilde{y}(0), u(T_s), \tilde{y}(T_s), \dots, u(NT_s), \tilde{y}(NT_s)\}$.

である.

4.2 パラメータの反復更新

つぎに, パラメータの反復更新部の実装について説明する. 実装においては, 各反復で離散時間信号の基底

$$V_D^k \triangleq \begin{bmatrix} \hat{v}_{\hat{\theta}^k,1}(0) & \hat{v}_{\hat{\theta}^k,2}(0) & \cdots & \hat{v}_{\hat{\theta}^k,n_\theta}(0) \\ \hat{v}_{\hat{\theta}^k,1}(T_s) & \hat{v}_{\hat{\theta}^k,2}(T_s) & \cdots & \hat{v}_{\hat{\theta}^k,n_\theta}(T_s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{v}_{\hat{\theta}^k,1}(NT_s) & \hat{v}_{\hat{\theta}^k,2}(NT_s) & \cdots & \hat{v}_{\hat{\theta}^k,n_\theta}(NT_s) \end{bmatrix} \quad (17)$$

および推定誤差信号

$$e_D^k = [e_{\hat{\theta}^k}(0), e_{\hat{\theta}^k}(T_s), \dots, e_{\hat{\theta}^k}(NT_s)]^T \quad (18)$$

を, 入力信号 $\{u(0), u(T_s), \dots, u(NT_s)\}$, 対象の初期モデル $\{\hat{g}(0), \hat{g}(T_s), \dots, \hat{g}(NT_s)\}$ および $\hat{\theta}^k$ から (12) 式と (4) 式に従って計算する.

つぎに, 得られた V_D^k と e_D^k から, $\hat{\epsilon}^k$ の近似値を計算する. ここで, V_D^k の QR 分解を

$$V_D^k = QR \quad (19)$$

とおく. ただし, $Q \in \mathbb{R}^{(N+1) \times n_\theta}$ は $Q^T Q = I$ を満たし, $R \in \mathbb{R}^{n_\theta \times n_\theta}$ は正則な上三角行列である. ここで, Q の列ベクトルは V_D^k の列ベクトルが張る部分空間の正規直交基底となっているので

$$R^{-1} Q^T e_D^k \quad (20)$$

を $\hat{\epsilon}^k$ の近似として用いることができる.

注意 3. R の条件数 $\text{cond}(R)$ が大きい場合, 射影の計算を適切に行なうことができない場合がある. この場合, 反復における初期値 $\hat{\theta}^1$ を変更することで, この問題を回避できる可能性がある. $\square$

また, 反復の停止条件としては, 推定パラメータ $\hat{\theta}^k = [\hat{\theta}_1^k, \hat{\theta}_2^k, \dots, \hat{\theta}_{n_\theta}^k]^T$ の各要素の変化量に関する条件

$$\max_{l=1,2,\dots,n_\theta} \left| \frac{\hat{\theta}_l^{k+1} - \hat{\theta}_l^k}{\hat{\theta}_l^k} \right| < \epsilon \quad (21)$$

などを用いることができる.

4.3 $\hat{g}(t)$ の準備

提案法では, 基底の生成に用いられる対象システムのインパルスモデル $\hat{g}(t)$ をパラメータ更新に先立って得る必要がある. $\hat{g}(t)$ は各反復における推定値 $\hat{\theta}^k$ を用いて

$$\hat{g}(t) = \mathcal{L}^{-1} [G(s, \hat{\theta}^k)] \quad (22)$$

のように定めることもできるが, 定理 1 の結果から不正確な $\hat{g}(t)$ に基づいて計算された基底はアルゴリズムを不安定にする可能性がある. ここでは, 十分に正確なプラントの初期モデル $\hat{g}(t)$ が与えられない場合の方策について説明する.

$\hat{g}(t)$ が与えられない場合, $\tilde{y}(t)$ を用いて基底 V_D^k を

Fig. 4 Magnetic levitation system

$$\begin{aligned}\hat{V}_{\hat{\theta}} &\triangleq [\hat{v}_{\hat{\theta},1}(t), \hat{v}_{\hat{\theta},2}(t), \hat{v}_{\hat{\theta},n_{\theta}}(t)] \\ \hat{v}_{\hat{\theta},j}(t) &\triangleq \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{d_j(s)}{D(s, \hat{\theta})} \right] * \tilde{y}(t) - \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{n_j(s)}{D(s, \hat{\theta})} \right] * u(t) \\ (j &= 1, 2, \dots, n_{\theta})\end{aligned}\quad (23)$$

の式に従って計算し、パラメータの反復更新を行なうことができる。ただし、このように計算される基底信号は $\tilde{y}(t)$ に含まれる雑音と相関をもつために、射影の計算において雑音の影響が除去されないと考えられる。したがって、この基底を用いて得られた推定値 $\hat{\theta}$ を最終的な解とすることは不適切であるが、この解から $\hat{g}(t) = \mathcal{L}^{-1} [G(s, \hat{\theta})]$ を計算して、(12) 式の基底を用いた反復を行なうことができる。

5. 数 値 例

本章では数値例を挙げて提案法の有用性を示す。ここで扱う例題は閉ループ系での入出力信号に基づいて同定を行なうものであり、推定の対象となる未知パラメータをもつプラント $P(p, \theta)$ は Fig. 1 のように既知の制御器 $K(p)$ と閉ループを構成している。この例題において同定の対象とするシステムは、Fig. 4 に示すような磁気浮上系実験装置の平衡点近傍における線形近似モデルであり、

$$P(p) = \frac{-K_i}{(Mp^2 - K_x)(Lp + R)} \quad (24)$$

と記述される。このシステムの入力電圧は電磁石電圧、出力は鉄球の変位であり、 $R = 27.03 [\Omega]$ および $L = 2.027 [\text{H}]$ は電磁石の抵抗およびインダクタンス、 $M = 0.358 [\text{kg}]$ は鉄球の質量、 $K_i = 5.187 [\text{N/A}]$ および $K_x = 177.0 [\text{N/m}]$ は平衡点に応じて決定される電磁吸引力に関する定数である。ここでは、直接的な測定が比較的容易な R , L および M を既知とし、 K_i , K_x をパラメータとして同定を行なうケースを想定して、

$$P(p, \theta) = \frac{-\theta_1}{(Mp^2 - \theta_2)(Lp + R)} \quad (25)$$

と定めた。また、 H_{∞} 制御理論によって設計された制御器

$$K(p) = \frac{-1.197 \times 10^8 (p + 9.294)(p + 13.99)(p + 20.9)}{(p + 399.9)(p + 0.1)((p + 121.5)^2 + 141.1^2)} \quad (26)$$

を用いて閉ループ系を構成し、入出力を得るものとした。その際、 $y(t)$ のサンプリング周期および $K(p)$ のデジタル実装の制御周期は $1 [\text{ms}]$ と定め、 $y(t)$ のサンプリングの際に平均

Fig. 5 An example of I/O data set

Fig. 6 Bode plots of the estimated $P(s, \hat{\theta})$ in 100 trials

0 標準偏差 1 の正規性白色雑音が含まれるものとした。また、同定に用いる入力信号としては、6 段のシフトレジスタを、40 分周したサンプリング周期で駆動して生成される疑似乱数二値信号列を用いる（すなわち、データ点数は 2520）。この入力信号 $u(t)$ と観測信号 $\tilde{y}(t)$ の例を Fig. 5 に示す。なお、 $\tilde{y}(t)$ のプロットにおいて太い実線は、比較のために示した雑音がない状況のシミュレーションによって得られた応答であり、灰色の線は雑音を含めたシミュレーションによって得られた応答の一例である。

これらの入出力データをもとに、提案法を適用してパラメータ θ を推定する。反復を開始する際に初期推定値 $\hat{\theta}^1$ が必要となる。この値の選択はほとんど任意であるが、ここでは $\hat{\theta}^1 = [1, 0]^T$ とし、停止条件として (21) 式を $\epsilon = 10^{-5}$ としして用いた。また、 $\hat{g}(t)$ を得るために、最初に (23) 式の基底を用いた反復を行ない、得られた仮のパラメータ推定値 $\hat{\theta}$ から $\hat{g}(t) = \mathcal{L}^{-1} [G(s, \hat{\theta})]$ を計算して、再び (12) 式の基底を用いた反復を行なうことによって最終的なパラメータの推定値を得た。なお、パラメータの推定に必要な計算時間は 1 秒程度であった。

Fig. 6 は、異なる雑音信号を用いた 100 組の入出力データに対し、それぞれ提案法を適用して得られたプラントモデルのボード線図をプロットしたものである。図中の点線は真のパラメータに基づくプラントのボード線図であり、灰色の

Table 1 Statistics of estimated parameters (100 trials)

	True	Mean	Standard Deviation
$\theta_1(K_i)$	5.187	5.155	0.124
$\theta_2(K_x)$	177.0	180.7	13.4

100本の線が推定されたパラメータに基づくプラントに対応している。この結果から、提案法によって得られたモデルが周波数特性において真のプラントとよく一致していることが確認できる。また、得られたパラメータ推定値の統計的な概要を **Table 1** に示す。この結果から、提案法による推定パラメータが真のパラメータに近い範囲で分布しており、提案法によって適切な推定が行なわれていることが確認される。

6. 結 論

本稿では、対象システムの構造に基づいた信号の基底の構築と、その基底が張る部分空間への計測信号の射影に基づく、新しい連続時間システム同定法を提案した。提案した手法は、従来手法で行なっていた入出力信号の更新ではなく基底信号の更新に基づいているために、実験の反復が不要であるという利点を持ち、計測雑音に強いという従来法の利点も受け継いでいる。また、提案法ではモデルの構造に基づいたパラメータ推定が可能であり、システムパラメータが直接的に物理定数と関連する連続時間システム同定の利点を活用することが可能である。さらに、実応用において重要な閉ループ系に含まれるシステムの同定を、モデル構造として扱うことが可能であり、この点でも提案法は有用である。数値例では、磁気浮上系の実験装置に基づいた例題を用いて、提案法のこれらの利点を確認した。

参 考 文 献

- 1) T. Söderström and P. Stoica: *System Identification*, Prentice-Hall International, London (1989)
- 2) L. Ljung: *System Identification: Theory for the User*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ (1999)
- 3) P. Young: Parameter estimation for continuous-time models – a survey, *Automatica*, **17**-1, 23/39 (1981)
- 4) H. Unbehauen and G.P. Rao: Continuous-time approaches to system identification – a survey, *Automatica*, **26**-1, 23/35 (1990)
- 5) N.K. Sinha and G.P. Rao: *Identification of Continuous – Time Systems: Methodology and Computer Implementation*, Springer (1991)
- 6) G.P. Rao and H. Unbehauen: Identification of continuous-time systems, *Control Theory and Applications, IEE Proceedings-*, **153**-2, 185/220 (2006)
- 7) F. Sakai and T. Sugie: Continuous-time systems identification based on iterative learning control, *Proc. of the 16th IFAC World Congress* (2005)
- 8) M.C. Campi, T. Sugie and F. Sakai: An Iterative Identification Method for Linear Continuous-Time System, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **53**-10, 1661/1665 (2008)
- 9) F. Sakai and T. Sugie: A continuous-time closed-loop identification method based on iterative learning control concepts, *46th IEEE Conference on Decision and Control*, 4906/4911 (2007)

- 10) 金子, 藤井: 制御器の調整・学習による閉ループ同定, システム/制御/情報, **50**-3, 100/105 (2006)
- 11) M. Gilson, H. Gamier, P.C. Young and P. Van den Hof: *Identification of Continuous-Time Models from Sampled Data*, chapter Instrumental Variable Methods for Closed-loop Continuous-time Model Identification, Springer Verlag (2008)
- 12) H. Garnier, M. Gilson and WX Zheng: A bias-eliminated least-squares method for continuous-time model identification of closed-loop systems, *International Journal of Control*, **73**-1, 38/48 (2000)

[著 者 紹 介]

丸 田 一 郎 (学生会員)

2006年京都大学工学部物理工学科卒業。2008年同大学院情報学研究科システム科学専攻修士課程修了。現在同専攻博士後期課程に在学中。日本学術振興会特別研究員 DC。

杉 江 俊 治 (正会員・フェロー)

1978年京都大学大学院修士課程精密工学専攻修了。84年同博士後期課程研究指導認定退学。78年～80年日本電信電話公社勤務。84年大阪府立大学工学部助手。88年京都大学工学部助教授を経て、現在情報学研究科教授。ロボスタ制御、システム同定、非線形制御などの研究に従事。工学博士。システム制御情報学会、日本鉄鋼協会、ロボット学会などの会員。IEEEのFellow。