不確かな片持ち梁型搬送機の振動抑制のためのジャーク制御

三浦 享博*・池田 雅夫*・星島 耕太**

Jerk Control for Vibration Suppression of an Uncertain Mechanical Transfer System with a Flexible Beam

Takahiro MIURA*, Masao IKEDA* and Kohta HOSHIJIMA**

High productivity is commonly required in manufacturing processes. For this purpose, we need to run machines at high speed. However, high-speed motion usually generates vibration in positioning and then makes the settling time long. For this reason, various control strategies have been proposed for high-speed motion and vibration suppression at the same time. In this paper, we deal with a mechanical transfer system with a loading beam, which is widely used in manufacturing processes. We represent the system as composed of three rigid bodies, that is, a driving unit, a hand, and a work. The driving unit and the hand are connected by an elastic link, and slide on a smooth floor. The work is loaded on a flexible beam which is connected rigidly to the hand. When the driving unit moves on the floor, the work is vibrated not only in the translational motion but also in the bending motion because of the flexibility of the beam. Under polytopic uncertainties of the stiffness and damping parameters in the link and the beam, we apply the idea of jerk reduction control to the hand for vibration suppression of the work and shortening the settling time in positioning. We show the effectiveness of jerk reduction of the hand by numerical simulations for a finite element model.

Key Words: vibration suppression, optimal control, flexible structure, jerk reduction, polytopic uncertainty

1. はじめに

製造現場では、被搬送物（以下、ワークと呼ぶ）を積載し、始点から終点まで搬送する装置（搬送機）が広く用いられている。このような搬送機に求められる第一の性能は高速な搬送である。しかし、単純に高速な動作をさせると、搬送機がもつ振動モードにより、ワークは容易に振動し整定時間が長くなって、結局は高速な搬送にはならない。そこで、ワークの高速運動と振動抑制の両方を実現することが必要であるが、そのための1つの方法として、ジャーク（加加速度）すなわち加速度の1次微分を抑制する方法が効果的であり、これまでいくつもの研究がなされてきている。たとえば、ジャークを抑制する最適軌道を計算しフィードフォワード入力として用いる方法^{1),2)}や、ジャークを抑制するが、ジャークの測定値を必要としないフィードバック系を設計する方法^{3)~6)}などが挙げられる。ジャーク値を測定するセンサはまだ実用段階にないので⁷⁾、ジャーク値を測定せずにジャークを抑制する

ことができるこれらの制御法は有用である。

実際の搬送機は不確かな要素をもつが、そのようなシステムに対してジャークを抑制するロバストなコントローラを設計するには、 H_∞ 制御理論によるフィードバック制御系を別に設計し、不確かさを重み関数に反映して間接的に補償する手法²⁾が提案されている。しかし、コントローラが複雑になる。著者らが知る限り、ほかにはジャークを抑制するロバストなコントローラの設計方法は考えられていない。

本稿は、液晶パネルやシリコンウェハの搬送に用いられるフォークのように、片持ち梁でワークを搬送する搬送機に対して、ジャークを抑えることで、ワークの高速運動と振動抑制を実現するフィードバック制御系を設計することを目的とする。搬送機の不確かさは機械構造物としての剛性と減衰のポリトープ型不確かさとして扱う。制御系設計に用いる数式モデルは梁の1次モードのみを含むものとするが、得られた制御則の有効性は、多数の高次モードを含み現実のシステムを十分に模擬すると考えられる有限要素モデルに対するシミュレーションで示す。

2. 制御問題

本稿で扱う搬送機は、駆動ユニットと手先が弾性をもつリンクで結合され、手先に取り付けられた柔軟な片持ち梁の端にワークが積載されるもので、**Fig. 1**のようにモデル化されるものである。駆動ユニットと手先は同じ水平床面に設置さ

* 大阪大学大学院工学研究科 吹田市山田丘 2-1

** 株式会社ダイヘン 大阪市淀川区田川 2-1-11

* Graduate school of Engineering, Osaka University, 2-1 Yamadaoka, Suita

** Daihen Corporation, 2-1-11 Tagawa, Yodogawa-ku, Osaka

(Received September 28, 2009)

(Revised January 12, 2010)

とした。また、梁のたわみ角 $\theta(p, t)$ は十分小さく、以下の近似が成り立つとした。

$$\begin{aligned}\sin \theta(p, t) &\approx \theta(p, t) \approx \frac{\partial q(p, t)}{\partial p} \\ 1 - \cos \theta(p, t) &= 2 \left(\sin \frac{\theta(p, t)}{2} \right)^2 \\ &\approx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial q(p, t)}{\partial p} \right)^2\end{aligned}$$

さらに、記号の簡素化のために、

$$\frac{\partial^{(i+j)} q(l, t)}{\partial t^i \partial p^j} \triangleq \frac{\partial^{(i+j)} q(p, t)}{\partial t^i \partial p^j} \Big|_{p=l}, \quad i, j = 0, 1, 2, \dots$$

と表わしている。

ここで、梁のたわみ $q(p, t)$ を重力とつりあった平衡状態の成分 $Y_0(p)$ と多数の振動成分に分け、さらに各振動成分を直交した p の関数 $Y_i(p)$ と t の関数 $q_{bi}(t)$ に変数分離して

$$q(p, t) = \sum_{i=1}^{\infty} Y_i(p) q_{bi}(t) + Y_0(p) \quad (12)$$

と表わす。さらに、梁の i 次固有振動数を Ω_i とする。このとき、(1), (12) 式から以下の運動方程式を得る。

$$m_1 \ddot{p}_1 + d(\dot{p}_1 - \dot{p}_h) + k(p_1 - p_h) = u \quad (13)$$

$$\begin{aligned}(m_h + m_w + m_b) \ddot{p}_h - d(\dot{p}_1 - \dot{p}_h) - k(p_1 - p_h) \\ - m_w \sum_{j=1}^{\infty} \Theta_j \ddot{q}_{bj}(t) = 0\end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}-m_w \Theta_i \ddot{p}_h + \ddot{q}_{bi}(t) + d_{bi} \dot{q}_{bi}(t) + k_{bi} q_{bi}(t) = 0 \\ (i = 1, 2, \dots, \infty)\end{aligned} \quad (15)$$

ここに、

$$\begin{aligned}k_{bi} &= \Omega_i^2, \quad d_{bi} = d_b \Omega_i^2, \quad (\Omega_i \leq \Omega_j, \quad \forall i < j) \\ \Theta_i &= h \frac{dY_i(l)}{dp} + \int_0^l \frac{dY_0(p)}{dp} \frac{dY_i(p)}{dp} dp\end{aligned}$$

である。

3.2 状態方程式

制御系設計のために、運動方程式 (13), (14), (15) から状態方程式を導出する。ここでは、簡単のため、状態方程式に含める梁のモードは1次のみとする。つまり、制御系設計は低次元モデルを対象に行なうことにする。この場合、一般に状態変数は以下のように変位と速度で構成される。

$$x = \begin{bmatrix} p_1 & p_h & \dot{p}_1 & \dot{p}_h & q_{b1} & \dot{q}_{b1} \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

このときの状態方程式は以下のとおりである。

$$\dot{x} = Ax + bu \quad (17)$$

ここで、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{31} & -a_{31} & a_{33} & -a_{33} & 0 & 0 \\ a_{41} & -a_{41} & a_{43} & -a_{43} & a_{45} & a_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{61} & -a_{61} & a_{63} & -a_{63} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{13} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{31} = -k/m_1, \quad a_{33} = -d/m_1$$

$$a_{41} = k/M, \quad a_{43} = d/M$$

$$a_{45} = -m_w \Theta_1 k_{b1}/M, \quad a_{46} = -m_w \Theta_1 d_{b1}/M$$

$$a_{61} = m_w \Theta_1 k/M, \quad a_{63} = m_w \Theta_1 d/M$$

$$a_{65} = -(m_h + m_w + m_b) k_{b1}/M$$

$$a_{66} = -(m_h + m_w + m_b) d_{b1}/M$$

$$b_{13} = 1/m_1, \quad M = m_h + m_w + m_b - m_w^2 \Theta_1^2$$

である。

文献3)~6)のように手先のジャークを評価するために、状態変数に手先の加速度 $\ddot{p}_h$ とジャーク $p_h^{(3)}$ を含んだ

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} p_1 & p_h & \dot{p}_1 & \dot{p}_h & \ddot{p}_h & p_h^{(3)} \end{bmatrix}^T \quad (18)$$

を考えると、状態方程式は以下のようになる^{5), 6)}。

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{b}_1 u + \bar{b}_2 \dot{u} \quad (19)$$

ここで、

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \bar{a}_{31} & -\bar{a}_{31} & \bar{a}_{33} & -\bar{a}_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \bar{a}_{61} & -\bar{a}_{61} & \bar{a}_{63} & -\bar{a}_{63} & \bar{a}_{65} & \bar{a}_{66} \end{bmatrix}$$

$$\bar{b}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{b}_{13} & 0 & 0 & \bar{b}_{16} \end{bmatrix}^T, \quad \bar{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{b}_{26} \end{bmatrix}^T$$

$$\bar{a}_{31} = -k/m_1, \quad \bar{a}_{33} = -d/m_1$$

$$\bar{a}_{61} = (-\alpha_2 k + k_{b1} k)/M$$

$$\bar{a}_{63} = (-\alpha_2 d - \alpha_1 k + k_{b1} d + d_{b1} k)/M$$

$$\bar{a}_{65} = (\alpha_1 d - k - d_{b1} d + k_{b1} (m_h + m_w + m_b))/M$$

$$\bar{a}_{66} = -((m_h + m_w + m_b) d_{b1} + d)/M$$

$$\bar{b}_{13} = 1/m_1, \quad \bar{b}_{16} = \alpha_2/M, \quad \bar{b}_{26} = \alpha_1/M$$

$$\alpha_1 = d/m_1, \quad \alpha_2 = (-\alpha_1 d + k + d_{b1} d)/m_1$$

である。状態方程式 (19) は、入力 u の微分 $\dot{u}$ を含んでいるが、 $\bar{x} - \bar{b}_2 \dot{u}$ を新しい状態変数として定義すると入力の微分の項がない形にすることができ、一般的な制御理論を適用することができる^{5), 6)}。

ここで、梁やリンクの剛性 k , k_{b1} や減衰係数 d , d_{b1} が不確かな場合を考えよう。これらの不確かさをポリトープ型不確かさとして扱うことができれば、線形行列不等式を用いた制御系設計が行なえる⁸⁾。しかし、手先のジャークを含んだ

状態方程式 (19) では k, k_{b1}, d, d_{b1} が非線形の形で現われているため、ポリトープ型不確かさとして扱うことができない。一方、状態方程式 (17) においては、梁やリンクのパラメータの不確かさをポリトープ型で扱うことができる。そこで、本稿では、(17) 式を用いることとして、手先のジャーク値の計算に文献 3)~6) とは異なるアプローチを採る。

4. 制御系設計

制御系設計の目的は、目標位置でワークを速く整定させることである。いま、初期状態 $x_0 = x(0)$ は

$$x_0 = \begin{bmatrix} -L & -L & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

とする。これは、初期時刻 0 で駆動ユニットと手先がおのこの座標で $-L$ の位置、ワークおよび梁が重力とつりあった位置 0 において静止している状態を表わしている。考えている運動は、 $t \geq 0$ で駆動ユニットに力 u を加えて、駆動ユニット、手先、ワークをおのこの目標値 0 まで移動、静止させるものである。本稿では、この制御目的を手先の変位とジャークおよび入力 u の 2 次形式評価関数の最小化で達成することを考える。

4.1 周波数重み付き評価関数

前章で述べたように、梁やリンクの剛性と減衰係数の不確かさをポリトープ型として扱うために、ジャークを含まない状態方程式 (17) を用いるが、手先のジャークは評価しなければならない。そこで、ジャークは速度の 2 次微分であるから、手先の速度 $\dot{p}_h$ の 2 次微分を含む評価関数を用いることを考える。実際には、2 次微分そのものを評価関数に含んだのでは解くことができないので、本稿では、擬似 2 次微分を導入して周波数重み付き評価関数⁹⁾の問題として考える。

そのため、まず、擬似 2 次微分をつぎの伝達関数で与える。

$$w(s) = \left(\frac{s}{Ts+1} \right)^2 \quad (21)$$

ここに、 T は時定数である。そして、状態方程式 (17) の状態変数 x から、手先の変位と速度の擬似 2 次微分を抽出するための伝達関数行列を

$$W(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w(s) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

で表わし、 $W(s)$ の状態方程式実現を

$$W(s) : \begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + Gx(t) \\ y(t) = Hz(t) + Mx(t) \end{cases} \quad (23)$$

$$\left[\begin{array}{c|c} F & G \\ \hline H & M \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|cccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/T^2 & -2/T & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1/T^4 & -2/T^3 & 0 & 0 & 0 & 1/T^2 \end{array} \right]$$

とする。その初期状態 $z_0 = z(0)$ は

$$z_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

とする。そのとき、(17)、(23) 式を合わせた拡大システムは全体の状態を $\tilde{x} = \begin{bmatrix} z^T & x^T \end{bmatrix}^T$ として以下のように記述できる。

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{b}u, \quad y = \tilde{C}\tilde{x} \quad (25)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} F & G \\ 0 & A \end{bmatrix}, \quad \tilde{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = \begin{bmatrix} H & M \end{bmatrix}$$

そして、手先の変位と速度の擬似 2 次微分を評価する関数を以下のように表わす。

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \hat{x}^T(-j\omega) W^T(-j\omega) Q W(j\omega) \hat{x}(j\omega) \right. \\ &\quad \left. + r \hat{u}(-j\omega) \hat{u}(j\omega) \right\} d\omega \\ &= \int_0^{\infty} \left\{ y^T(t) Q y(t) + r u^2(t) \right\} dt \end{aligned} \quad (26)$$

ここで、 $\hat{x}, \hat{u}$ は x, u のフーリエ変換、 Q, r は状態と入力に掛かる重み行列である。このとき

$$(\tilde{A} + \tilde{b}\tilde{f})^T X + X(\tilde{A} + \tilde{b}\tilde{f}) + \tilde{C}^T Q \tilde{C} + r \tilde{f}^T \tilde{f} \leq 0 \quad (27)$$

を満たす $\tilde{f}$ と正定行列 X が存在するならば、制御則 $u = \tilde{f}\tilde{x}$ によりシステム (25) は安定化され、初期値

$$\tilde{x}_0 = \begin{bmatrix} z_0 & x_0 \end{bmatrix}^T$$

に対する評価関数 (26) の上界 $\tilde{J}$ は

$$J \leq \tilde{J} = \tilde{x}_0^T X \tilde{x}_0 \quad (28)$$

で表わされる⁸⁾。ここで、

$$\tilde{f} = \begin{bmatrix} \tilde{f}_z & \tilde{f}_x \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} \tilde{f}_z & \tilde{f}_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ x \end{bmatrix} \quad (29)$$

と書き、

$$\tilde{f}_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{f}_x = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

に制限して、(28) 式の右辺を最小化する $\tilde{f}$ を求めれば、駆動ユニットと手先の変位、速度のみのフィードバックにより手先のジャークを抑制する制御則を設計できる。

つぎに、(29)、(30) 式の構造をもつ $\tilde{f}$ の求解法について述べる。(27) 式において $\tilde{f}, X$ をそれぞれ微小量 $\tilde{f}_\delta, X_\Delta$ だけ変化させた場合を考えると、

$$\begin{aligned} &\{(\tilde{A} + \tilde{b}(\tilde{f} + \tilde{f}_\delta))^T (X + X_\Delta) + (X + X_\Delta)(\tilde{A} + \tilde{b}(\tilde{f} + \tilde{f}_\delta))\} \\ &\quad + \tilde{C}^T Q \tilde{C} + r(\tilde{f} + \tilde{f}_\delta)^T (\tilde{f} + \tilde{f}_\delta) \leq 0 \end{aligned} \quad (31)$$

となる。この式の微小量の 2 乗項は無視できるものとし、 $\tilde{f}_\delta, X_\Delta$ について整理すると、

$$\hat{A}^T X_\Delta + X_\Delta \hat{A} + \hat{b}\tilde{f}_\delta + (\hat{b}\tilde{f}_\delta)^T + \hat{Q} < 0 \quad (32)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \tilde{A} + \tilde{b}\tilde{f} \\ \hat{b} &= X\tilde{b} + r\tilde{f}^T \\ \hat{Q} &= \hat{A}^T X + X\hat{A} + \tilde{C}^T Q \tilde{C} + r\tilde{f}^T \tilde{f} \end{aligned} \quad (33)$$

である。ただし (32) 式では 2 乗項を無視した影響を考慮して、(27) 式の等号付き不等号よりも厳しい等号なしの不等号としている。(32) 式を満たし、かつ $\tilde{x}_0^T X_\Delta \tilde{x}_0 < 0$ となる $\tilde{f}_\delta$, X_Δ の組が存在するならば、ゲイン $\tilde{f} + \tilde{f}_\delta$ は安定化ゲイン、かつ評価関数の上界 (28) がより小さくなると期待できる。すなわち、(30) 式の構造をもつ初期安定化ゲイン $\tilde{f}_0$ からゲインの構造を保ったまま、(32) 式を用いて $\tilde{f}$, X を更新するという繰り返し法で $\tilde{x}_0^T X \tilde{x}_0$ を最小化する⁴⁾。

以上のように、本稿で考えるフィードバック制御則は状態変数の一部しか使わないものである。したがって、(26) 式の評価関数を最小にするゲインは一般には存在しない。しかし、本稿では、1 つの初期状態に対する評価関数値のみを最小化することを考えているので、解が存在する。

4.1.1 フィードバックゲインの計算例

状態方程式 (17) を用いて手先の速度の擬似 2 次微分を評価して得られる制御則と、状態方程式 (19) を用いて手先のジャークを評価して得られる制御則の性能の比較を数値シミュレーションによって行なう。シミュレーションにおいて用いるパラメータの数値は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} EI &= 0.239 \text{ [Nm}^2\text{]}, \quad \rho = 2700 \text{ [kg/m}^3\text{]}, \\ A &= 64 \times 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]}, \quad l = 0.3 \text{ [m]}, \quad m_1 = 1.0 \text{ [kg]}, \\ m_h &= 1.0 \text{ [kg]}, \quad m_w = 0.1 \text{ [kg]}, \quad b = 0.02 \text{ [m]}, \\ h &= 0.0996 \text{ [m]}, \quad J = 347 \times 10^{-6} \text{ [kgm}^2\text{]}, \quad L = 0.5 \text{ [m]}, \\ k &= 2000 \text{ [N/m]}, \quad d = 1.0 \text{ [Ns/m]}, \quad d_b = 0.005 \text{ [Ns/m]} \end{aligned}$$

梁の 1 次固有振動数 Ω_1 と $Y_1(p)$ は、これらの数値から有限要素モデルを用いて求めた。ここでは、まだパラメータの不確かさは考えない。

まず、以下の評価関数によって、状態方程式 (19) を用いて手先のジャークを評価することを考える。

Case 0: 手先の変位とジャークを評価

$$\bar{J} = \int_0^\infty (\bar{x}^T \bar{C}^T \bar{Q} \bar{C} \bar{x} + \bar{r} u^2) dt \quad (34)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{r} = 1.00$$

そして、手先の加速度とジャークに対するゲインを 0 に制限した状態で、評価関数 (34) を最小にするフィードバック制御則 $u = f\bar{x}$ を前節に示したのと同様の方法⁴⁾で求めると以下ようになる。

$$f = \begin{bmatrix} -2.301 & -5.530 & -623.4 & 617.6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

これに対し、擬似 2 次微分 (21) の時定数 T としてつぎの 3 つの場合を考え、評価関数 (26) を最小にする制御則 $u = \tilde{f}_x x$ を求める。

Case 1: $T = 0.01$

Table 1 Comparison of $\bar{J}$

Case	T	$\bar{J}$
Case 0	-	92.7
Case 1	0.01	92.8
Case 2	0.1	646
Case 3	1.0	4770

$$Q = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad r_1 = 0.95$$

$$\tilde{f}_{x1} = \begin{bmatrix} 130.8 & -138.4 & -536.2 & 530.6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Case 2: $T = 0.1$

$$Q = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad r_2 = 2.83$$

$$\tilde{f}_{x2} = \begin{bmatrix} -12.77 & 4.076 & -13.88 & 8.317 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Case 3: $T = 1.0$

$$Q = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad r_3 = 5.82$$

$$\tilde{f}_{x3} = \begin{bmatrix} -4.439 & -4.824 & -2.931 & -3.391 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここでは、すべての場合について入力 u の 2 乗積分値 $\int_0^\infty u^2 dt$ が Case 0 の場合と同じになるように Q , r_* を選んだ。Case 0, 1, 2, 3 について求めた制御則を施して、手先のジャークを評価する評価関数 (34) の値を計算した結果を **Table 1** に示す。時定数 T の値が小さくなるほど、Case 0 の評価関数値に近い値になっていることがわかる。

4.1.2 有限要素モデルによるシミュレーション

上記のフィードバックゲインの制御性能の比較を現実に近いモデルで行なうため、Fig. 1 のシステムの有限要素モデルに対してシミュレーションを行なう。Case 0 と Case 1 のフィードバックゲインについてシミュレーションを行なった場合のワーク重心の水平方向と鉛直方向の過渡応答を **Fig. 2** に、Case 0, 2, 3 のフィードバックゲインを適用して同様のシミュレーションを行なった結果を **Fig. 3** に示す。Fig. 2 より Case 0 と Case 1 の結果がほぼ一致していることがわかる。一方、Fig. 3 より、時定数 T の値が大きくなると、ワークの応答が Case 0 の応答から離れ、特にワークの鉛直方向の振動が抑制できていないことがわかる。Case 0 の考え方がワークの振動抑制に有効であることはすでに文献 5), 6) で示されており、したがって以上より、時定数 T を十分に小さく選定すれば、手先の速度の擬似 2 次微分を抑制する制御則がワークの振動抑制に効果的であるということが出来る。

なお、擬似微分の時定数 T を小さくすると、高周波帯域でのゲインが大きくなる。そのため、得られた制御則は高周波のノイズの影響を受けやすいと考えられるかもしれない。しかし、本設計法においては擬似微分は評価関数に用いているだけで、実際にその結果をフィードバック制御に使ってはいないので、直接的な影響はないと考えられる。ただし、評価

Fig. 2 Responses of the work (Case 0, 1)

Fig. 3 Responses of the work (Case 0, 2, 3)

関数中の擬似微分の時定数を小さくするとフィードバックゲインが大きくなる傾向にあるため、結果的にノイズの影響を受けやすくなる可能性もある。

4.1.3 フィードバックゲインの値に関する考察

ところで、上記の4つの場合のフィードバックゲインは大きく異なっている。特に、Case 0, 1の評価関数値はほぼ同じ値であるが、ゲインの一部は符号も異なっている。そこで、それらの違いを解明するために、このフィードバックが直接影響を与える駆動ユニット、手先、弾性リンクからなる部分を取り出し、その部分の特性がどのように変化するか考察を行なう。

この部分の運動方程式は(13)、(14)式より、つぎのように表わすことができる。

$$m_1 \ddot{p}_1 + d(\dot{p}_1 - \dot{p}_h) + k(p_1 - p_h) = u \quad (35)$$

$$m_h \ddot{p}_h + d(\dot{p}_h - \dot{p}_1) + k(p_h - p_1) = 0 \quad (36)$$

Table 2 Comparison of feedback gain

Case	$f_1 + f_2$	$f_3 + f_4$	$f_1 - f_2$	$f_3 - f_4$
Case 0	-7.83	-5.81	3.23	-1241
Case 1	-7.60	-5.53	269.3	-1067
Case 2	-8.69	-5.05	-16.8	-22.7
Case 3	-9.26	-6.32	0.38	0.46

シミュレーションで用いた値を(35)、(36)式に代入し、これらの和を考えると、

$$\ddot{p}_r = \frac{1}{2}u, \quad p_r = \frac{p_1 + p_h}{2} \quad (37)$$

となる。また、これらの差を考えると

$$\ddot{p}_b + 2\dot{p}_b + 4000p_b = \frac{1}{2}u, \quad p_b = \frac{p_1 - p_h}{2} \quad (38)$$

となる。式の形からわかるように、(37)式は駆動ユニット、手先、弾性リンクから成るシステムの剛体モードの運動を表わし、(38)式は振動モードの運動を表わしている。ここで、 p_r 、 p_b はそれぞれ剛体モードと振動モードの変位を表わす。

いま、(29)、(30)式の構造のフィードバック制御則を

$$\begin{aligned} u &= f_1 p_1 + f_2 p_h + f_3 \dot{p}_1 + f_4 \dot{p}_h \\ &= (f_1 + f_2)p_r + (f_3 + f_4)\dot{p}_r \\ &\quad + (f_1 - f_2)p_b + (f_3 - f_4)\dot{p}_b \end{aligned} \quad (39)$$

のように剛体モードと振動モードの表現にしてみよう。ここで、 $f_1 + f_2$ 、 $f_3 + f_4$ は剛体モードに対する変位と速度のフィードバックゲインを表わし、 $f_1 - f_2$ 、 $f_3 - f_4$ は振動モードに対する変位と速度のフィードバックゲインを表わす。これらのゲインの値をCase 0, 1, 2, 3のおおのについてTable 2に示す。

Table 2より、Case 0, 1, 2, 3のすべてにおいて剛体モードに対する変位と速度のフィードバックゲインはほぼ同じであることがわかる。一方、振動モードに対しては擬似2次微分を評価しているCase 1, 2, 3において、この順でゲインの絶対値が大きい。その理由は、Case 2, 3の擬似2次微分の帯域が狭く、この振動モードをほとんど評価しないものになっているからと考えられる。Case 0, 1については振動モードの変位のゲインが大きく異なっている。しかし、いずれも振動モードの剛性4000に比べるとそれを大きく変えるものではない。以上より、Case 0, 1で求めた駆動ユニットと手先に対するフィードバックゲインは大きく異なるように見えるが、剛体モードと振動モードという見方をすると、極端な差はないといえる。

4.2 パラメータに不確かさがある場合

つぎに、梁とリンクのパラメータ k_{b1} 、 d_{b1} 、 k 、 d の値が以下のようにある範囲にあることだけが知られている場合について、手先のジャークを抑制する方法を考える。

$$k_{bl} \leq k_{b1} \leq k_{bu}, \quad d_{bl} \leq d_{b1} \leq d_{bu} \quad (40)$$

$$k_l \leq k \leq k_u, \quad d_l \leq d \leq d_u \quad (41)$$

このとき、状態方程式 (25) において、梁のパラメータが $k_{b1} = k_{b*}$, $d_{b1} = d_{b*}$, $* = l, u$ であり、リンクのパラメータが $k = k_*$, $d = d_*$, $* = l, u$ である場合の行列 $\tilde{A}$ を $\tilde{A}(k_{b*}, d_{b*}, k_*, d_*)$ で表わし、(40), (41) 式によって決まるポリトープの 16 の端点について、

$$\tilde{A}_1 = \tilde{A}(k_{bl}, d_{bl}, k_l, d_l), \quad \tilde{A}_2 = \tilde{A}(k_{bl}, d_{bl}, k_l, d_u), \quad \dots$$

$$\dots, \quad \tilde{A}_{16} = \tilde{A}(k_{bu}, d_{bu}, k_u, d_u)$$

とする。このとき、 $\tilde{A}$ は

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^{16} \lambda_i \tilde{A}_i, \quad \sum_{i=1}^{16} \lambda_i = 1, \quad \lambda_i \geq 0 \quad (42)$$

のように表わすことができる。同様に、(27) 式の X を、

$$X = \sum_{j=1}^{16} \lambda_j X_j, \quad X_j > 0, \quad j = 1, \dots, 16 \quad (43)$$

で表わす。そして、(42), (43) 式を (27) 式に代入して整理すると次式を得る。

$$\sum_{i=1}^{16} \sum_{j=1}^{16} \lambda_i \lambda_j \left\{ (\tilde{A}_i + \tilde{b}\tilde{f})^T X_j + X_j (\tilde{A}_i + \tilde{b}\tilde{f}) \right. \\ \left. + \tilde{C}^T Q \tilde{C} + r \tilde{f}^T \tilde{f} \right\} \leq 0 \quad (44)$$

上式において、 $\lambda_i \lambda_j = \lambda_j \lambda_i$ より、 $i, j = 1, \dots, 16$ の組合せのすべてにおいて

$$(\tilde{A}_i + \tilde{b}\tilde{f})^T X_j + X_j (\tilde{A}_i + \tilde{b}\tilde{f}) + (\tilde{A}_j + \tilde{b}\tilde{f})^T X_i \\ + X_i (\tilde{A}_j + \tilde{b}\tilde{f}) + 2(\tilde{C}^T Q \tilde{C} + r \tilde{f}^T \tilde{f}) \leq 0 \quad (45)$$

を満たす共通の $\tilde{f}$ と正定行列 X_i, X_j が存在するならば、梁とリンクのパラメータが (40), (41) 式の範囲内にあるシステムは安定化される。このとき、ポリトープの各端点の評価関数 (26) の上界値は初期値 $\tilde{x}_0$ に対して

$$\tilde{J}_i = \tilde{x}_0^T X_i \tilde{x}_0, \quad i = 1, \dots, 16 \quad (46)$$

として得られる。 $\tilde{f}$ に (30) 式と同様の拘束を課し、4.1 節と同様の手法により、 $\sum_{i=1}^{16} \tilde{J}_i$ を最小化することで、梁やリンクのパラメータが不確かな搬送機モデルに対し駆動ユニットと手先の変位、速度のみをフィードバックすることにより手先のジャークを抑制する制御則が設計できる。

4.2.1 有限要素モデルによるシミュレーション

一般に、梁に比べてリンクのほうが構造が複雑で不確かさも大きいことを考慮し、リンクのみパラメータが不確かなシステムに対して設計した制御則の性能を数値シミュレーションにより確認する。本稿では示さないが、梁のパラメータの不確かさも考慮した制御則についても同様である。

ここで、搬送機のパラメータは 4.1.1 項のシミュレーションに用いたものを公称値とする。そして、一般に剛性よりも減衰係数の不確かさが大きいことを考慮し、以下では k の不確かさの範囲を $\pm 50\%$, d の不確かさの範囲を $\pm 80\%$ として

Table 3 Comparison of $\tilde{J}$

	nominal	$k: -50\%$ $d: -80\%$	$k: -50\%$ $d: +80\%$	$k: +50\%$ $d: +80\%$	$k: +50\%$ $d: -80\%$
Case 1	92.8	100.3	100.1	95.6	95.7
Case 4	92.9	98.4	98.3	96.2	96.3

制御則の設計を行なう。

Case 4:

$$Q = \begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad r_4 = 0.25, \quad T = 0.01,$$

$$\tilde{f}_{x4} = \begin{bmatrix} -681.7 & 672.2 & -664.8 & 657.8 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここでは、求めたフィードバックゲインの制御則をパラメータが公称値をとる搬送機モデルに適用したときの入力 u の 2 乗積分値 $\int_0^\infty u^2 dt$ が Case 0 の入力 u の 2 乗積分値と同じになるように Q, r_4 を選択している。このフィードバックゲインを Case 1 のゲインと比較すると、振動モードの変位フィードバックのゲインが $f_1 - f_2 = -1353.9$ で、Case 1 の場合と符号と値が大きく異なっている。これは、剛性が 50% 減少する可能性に対する補償と考えられる。他のゲインについては Case 1 の場合とそれほど大きな違いはない。

ここで、Case 1, 4 の制御則をポリトープの各端点のモデルに施したときの評価関数 (34) の値を Table 3 に示す。表中、“nominal” はパラメータが公称値をとる場合を示す。評価関数値の公称値からの増加量は Case 1 の制御則に比べて Case 4 の制御則のほうが小さく、評価関数値のばらつきも Case 4 の制御則のほうが小さい。一方、Case 4 の公称値における評価関数値は Case 1 と比べるとわずかに増加していない。したがって、本稿で提案した手法により、公称値における性能をわずかに犠牲にすることで各ポリトープ端点における性能の違いを抑えられたことがわかる。

Case 4 の制御則を有限要素モデルに適用し、2 つのポリトープ端点 ($k: -50\%, d: +80\%$), ($k: +50\%, d: -80\%$) について数値シミュレーションを行なった結果として、ワーク重心の水平方向と鉛直方向の過渡応答を Fig. 4, 5 に示す。図中、Case 1, 4 のシミュレーション結果において、パラメータが公称値の場合の応答はほぼ一致するため、1 本の線 (“nominal”) で示している。Table 3 の評価関数値の差として現われているとおり、特に Fig. 4 において、Case 4 の応答がワークの鉛直、水平方向共に、Case 1 のゲインを適用した場合より振動が少なく、速く収束していることがわかる。

本稿では図示しないが、他の 2 つのポリトープ端点 ($k: -50\%, d: -80\%$), ($k: +50\%, d: +80\%$) に対するシミュレーション結果はそれぞれ Fig. 4, 5 と同様である。これらの結果から、不確かさを考慮せずに制御則を設計するより、本稿で提案した方法によればワークの振動が抑制できることがわかる。

5. おわりに

本稿では、片持ち梁型搬送機を駆動ユニット、弾性のある

Fig. 4 Responses of the work (Case 1, 4, k : -50%, d : +80%)

Fig. 5 Responses of the work (Case 1, 4, k : +50%, d : -80%)

リンク, 手先, 柔軟な梁, ワークでモデル化し, 梁やリンクのパラメータが不確かである場合について, 手先のジャークを抑制してワークの振動を励起されにくくする制御系設計手法を与えた. この考えには, 従来, ジャークを状態変数に含む状態方程式が用いられてきた. しかし, この状態方程式には剛性や減衰係数の不確かさは係数のポリトープ型としては現われず, 有用な設計法が得られない. そのため, 本稿では変位と速度を状態変数とする状態方程式に擬似 2 次微分を加えることにより手先のジャークを評価することを行なった. その有用性は, 実際のシステムを十分に模擬すると考えられる有限要素モデルに対するシミュレーションで示した.

参考文献

- 1) 伊藤, 辻, 小笠原, 光田: ジャーク値を制約とした最適軌道による振動制御, 日本機械学会論文集 (C 編), **59**-558, 372/378 (1993)
- 2) 原進: 柔軟構造物のサーボ位置決め制御のための目的軌道生成

手法, 日本機械学会論文集 (C 編), **66**-649, 187/194 (2000)

- 3) K. Hoshijima and M. Ikeda: Jerk reduction control of rotational mechanical systems for vibration suppression in positioning, Proceedings of the 2006 CACS Automatic Control Conference, 316/321 (2006)
- 4) K. Hoshijima and M. Ikeda: Vibration suppression control for mechanical transfer systems by jerk reduction, International Journal of Control, Automation, and Systems, **5**-6, 614/620 (2007)
- 5) T. Miura, M. Ikeda and K. Hoshijima: Jerk reduction control of a mechanical transfer system with a flexible beam, Proceedings of the ICROS-SICE International Joint Conference 2009, 298/303 (2009)
- 6) 三浦, 池田, 星島: 片持ち梁積載構造をもつ搬送機の振動抑制のためのジャーク制御, 日本機械学会論文集 (C 編), **76**-762, 244/252 (2010)
- 7) 辺見信彦: ジャーク/加加速度の直接検出と応用, 日本機械学会誌, **112**-1088, 51 (2009)
- 8) S. Boyd et al: Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM (1994)
- 9) B.D.O. Anderson and D.L. Mingori: Use of frequency dependence in linear quadratic control problems to frequency-shape robustness, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, **8**-3, 397/401 (1985)
- 10) 阿部, 児島: むだ時間・分布定数系の制御, 140/165, コロナ社 (2007)

[著者紹介]

三浦 享博 (学生会員)

1975 年生. 2001 年大阪大学大学院工学研究科電子制御機械工学専攻博士前期課程修了. 同年株式会社ニデック入社, 2007 年同退社. 同年大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻特任研究員, 同年同博士後期課程に入学し, 現在に至る.

池田 雅夫 (正会員・フェロー)

1947 年生. 71 年大阪大学大学院工学研究科通信工学専攻修士課程修了, 73 年同博士課程を中途退学. 同年神戸大学工学部システム工学科助手, 90 年同教授, 95 年大阪大学に移り, 現在, 工学研究科機械工学専攻教授. 制御理論とその応用の教育と研究に従事. 工学博士. IEEE Fellow, 日本機械学会フェロー, 日本工学教育協会特別教育士 (工学・技術). 2005 年計測自動制御学会会長.

星島 耕太 (正会員)

1973 年生. 98 年大阪大学大学院工学研究科電子制御機械工学専攻博士前期課程修了, 2001 年同博士後期課程に入学, 2004 年同単位取得退学. 博士 (工学). 98 年 (株) ダイヘンに入社し, 現在に至る.