R/C サーボモータのモデリングと劣駆動機械系への応用

石川 将人*・北吉 良平**・和田 堯**
丸田 一郎**・杉江 俊治**

Modeling of R/C Servo Motor and Application to Underactuated Mechanical Systems

Masato ISHIKAWA*, Ryohei KITAYOSHI**, Takashi WADA**,
Ichiro MARUTA** and Toshiharu SUGIE**

An R/C servo motor is a compact package of a DC geared-motor associated with a position servo controller. They are widely used in small-sized robotics and mechatronics by virtue of their compactness, easiness-to-use and high/weight ratio. However, it is crucial to clarify their internal model (including the embedded position servo) in order to improve control performance of mechatronic systems using R/C servo motors, such as biped robots or underactuated systems. In this paper, we propose a simple and realistic internal model of the R/C servo motors including the embedded servo controller, and estimate their physical parameters using continuous-time system identification method. We also provide a model of reference-to-torque transfer function so that we can estimate the internal torque acting on the load.

Key Words: R/C servo motor, continuous-time system identification, underactuated system, particle swarm optimization

1. はじめに

R/C サーボモータとは、主として無線操縦の玩具に搭載する目的で市販されているサーボモータのことである (Fig. 1(a)). DC モータ、ギヤヘッド、駆動回路および角度指令型のサーボコントローラが小型にパッケージ化されており (Fig. 1(b)), 軽量、高トルクで使いやすいという特徴がある. 近年では特に性能の進化が著しく、ホビー用途のみならず小型ロボットなどでもよく用いられるようになった. 主な理由として、多自由度のロボットを小型かつ安価に構成できること、角度指令型であるため制御工学の専門的な知識がなくとも望みの動きを容易に実現できることなどが挙げられる.

このように多くの長所をもつ R/C サーボモータであるが、本格的に利用しようとする、パッケージ内部がブラックボックス化されていることが大きな問題となる. たとえば、制御理論やロボティクスなどの学術研究の目的で R/C サーボモータが用いられることは少ない. これは、機械系をトルクまたは力入力を前提とした運動方程式に基づいてモデル化するこ

Fig. 1 R/C servo motor

とが多いのに対し、力/トルクの2階積分である角度を直接指令する仕様の R/C サーボモータは理論的に扱いづらいためと考えられる. 駆動回路類を外した上で外部に電流フィードバックによるトルク制御回路を追加するなどの改造もしばしば行なわれるが、これでは R/C サーボモータが本来もつ小型・軽量という特長を損ねてしまう.

小型ロボットなどにおける実際の使われ方としては、あらかじめ設計した関節運動のパターンを角度指令として与えるという方法がほとんどである. この容易さが R/C サーボモータの長所ではあるが、ロボットが環境と接触する場合 (Fig. 2) や劣駆動機械¹⁾ (Fig. 3) のように、動力学が本質的な役割を演ずるシステムの場合には明らかに不十分である. このようなシステムに高度な運動性能をもたせるためには、やはり動力学やサーボの内部状態を考慮した動的モデルに基づく制御が必要不可欠である.

* 大阪大学大学院工学研究科 吹田市山田丘 2-1

** 京都大学大学院情報学研究科 宇治市五ヶ庄

* Graduate School of Engineering, Osaka University, 2-1 Yamadaoka, Suita

** Graduate School of Informatics, Kyoto University, Gokasho, Uji

(Received October 22, 2009)

(Revised February 24, 2010)

そこで本研究では、R/C サーボモータ全体を「角度の指令値を入力とし実際の角度を出力する」動的システムとして捉え、学術研究の用途にも耐えうる実用的な数式モデルを構築することを目的とする。その際、システム同定の方法としては、サンプリング周期の短さを限界まで活用できるなどの利点が注目され近年急速に研究が進展している連続時間システム同定法を採用する。また、このシステムにおいてアクチュエータが発生するトルクは内部状態の一つであり、入力と角度の情報からトルクを推定するモデルも同時に得ることができる。これを用いることで R/C サーボを含む劣駆動機械系へも応用可能であることを示す。なお、速度指令型のサーボ回路を含む DC モータ制御系の動特性については先行研究がなされている²⁾が、本研究は角度指令という点で大きく異なることを付記しておく。

Fig. 2 Interaction with the environment

Fig. 3 Underactuated system

本稿の構成は以下のとおりである。2 章では、R/C サーボモータの内部制御回路を含むモデルの構造を導出する。3 章では、本研究で用いる連続時間システム同定法として、SRIVC 法による線形システムの同定と PSO による非線形システムの同定の概要を述べる。4 章では、SRIVC 法を用いた R/C サーボモータの同定実験の結果を述べる。5 章では非駆動関節の一つと R/C サーボモータによる駆動関節を有する劣駆動機械系を対象とし、前章で得られたトルク推定モデルに基づいたパラメータ同定を行ない、その有効性を検証する。6 章で総括を述べる。

2. R/C サーボモータのモデル化

まず、R/C サーボモータの動作機序の概要を説明する。一般に R/C サーボモータは、DC モータ、ギヤヘッド、ポテンシオメータ、角度制御回路およびモータドライバからなる回路基板（組込コントローラ）で構成されている。R/C サーボモータへの指令は PWM (Pulse Width Modulation, パルス幅変調) 信号の形式で与えることとなっており、パルス幅がモータへの指令角度と対応するように定められている^(注 1)。組込コントローラは入力された指令角度とポテンシオメータによる角度の測定値を受け取って演算し、モータドライバを介して DC モータに印加する電圧を出力する。システムのブロック図を Fig. 4 に示す。組込コントローラ K は制御回路とモータドライバ、プラント $P(s)$ は DC モータ、ポテン

Fig. 4 Block diagram of an R/C servo motor

シオメータおよび負荷を含んでいる。指令角度を $U(s)$ 、DC モータの回転角度を $\Phi(s)$ とすると、R/C サーボモータ全体は $U(s)$ を入力とし、 $\Phi(s)$ を出力とするフィードバック制御系となる。

2.1 DC モータのモデル化

まず Fig. 5 に示すような一般的な DC モータのモデルに基づいて、プラント $P(s)$ 、すなわち印加電圧 $V(s)$ から DC モータの回転角度 $\Phi(s)$ までの伝達関数を求める。 e を逆起電圧とすると、Kirchoff の電圧則より

$$V = RI + L\dot{I} + e \quad (1)$$

$$e = k_e \dot{\phi} \quad (2)$$

となる。ここで、 $R[\Omega]$ は電機子抵抗、 $L[H]$ は電機子インダクタンス、 $k_e[Vs/rad]$ は逆起電圧定数である。次いでモータが発生するトルク τ は

$$\tau = k_\tau I = J\ddot{\phi} + D_\phi \dot{\phi} \quad (3)$$

と表わされる。ここで I は電機子電流、 J は負荷の慣性モーメント、 $k_\tau[Nm/A]$ はトルク定数、 $D_\phi[Ns/m]$ は粘性抵抗係数である。(1)~(3) 式より電圧 V からトルク τ への伝達関数は以下のように表現できる。

$$\frac{T(s)}{V(s)} = \frac{k_\tau(Js + D_\phi)}{(R + Ls)(Js + D_\phi) + k_e k_\tau} \quad (4)$$

さらに (3) 式の運動方程式から

$$\frac{\Phi(s)}{T(s)} = \frac{1}{(Js + D_\phi)s} \quad (5)$$

であることを考慮すると、電圧 $V(s)$ から角度 $\Phi(s)$ までの伝達関数 $P(s)$ はつぎのようになる。

$$P(s) = \frac{\Phi(s)}{V(s)} = \frac{k_\tau}{\{(R + Ls)(Js + D_\phi) + k_e k_\tau\}s} \quad (6)$$

Fig. 5 Electro-mechanical scheme of a typical DC motor

(注 1) ここでいう PWM 信号は単に指令角度を表現する符号であり、ON/OFF 制御の一種としてよく使われるいわゆる PWM 制御とは異なるので注意されたい。

2.2 組込コントローラのモデル化

組込コントローラ内の実装は一般に明らかではなく、電磁気学や力学などの物理法則（第一原理）に基づいて正確にモデル化することは困難である．そこで本研究では、この部分は何らかの線形補償器が使われていると仮定する、組込コントローラへの入力 $U(s)$ と $\Phi(s)$ から出力 $V(s)$ への伝達特性をそれぞれ $K_U(s)$, $K_\Phi(s)$ として、

$$V(s) = K_U(s)U(s) + K_\Phi(s)\Phi(s) \quad (7)$$

と表わすと、RC サーボモータへの指令角度 $U(s)$ から出力角度 $\Phi(s)$ への伝達関数 $G(s)$ は以下のように表わせる．

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{k_\tau K_U(s)}{LJs^3 + (RJ + D_\Phi L)s^2 + k_e k_\tau s - k_\tau K_\Phi(s)}$$

さて、ここで組込コントローラの制御則をどのように仮定するかによって R/C サーボモータ全体のモデルが決定される．たとえば組込コントローラが PID 制御であると仮定すると、 $K_U(s)$, $K_\Phi(s)$ は

$$K_U(s) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}, \quad K_\Phi(s) = -K_U(s) \quad (8)$$

となる．同様に PI 制御ならば

$$K_U(s) = \frac{K_I s + K_P}{s}, \quad K_\Phi(s) = -K_U(s) \quad (9)$$

PD 制御ならば

$$K_U(s) = K_D s + K_P, \quad K_\Phi(s) = -K_U(s) \quad (10)$$

となる．また微分先行型 PD 制御（D-P 制御、後述）の場合は、

$$V(s) = K_P(U(s) - \Phi(s)) - K_D s \Phi(s) \quad (11)$$

より

$$K_U(s) = K_P, \quad K_\Phi(s) = -K_P - K_D s \quad (12)$$

となる．ここで K_D は微分ゲイン、 K_P は比例ゲイン、 K_I は積分ゲインである．制御法の選び方によって決まる $G(s)$ の次数を **Table 1** に示す．システム同定実験の結果、R/C サーボモータに最も適合するモデルがわかれば、それに対応したコントローラが内部に存在するものと推定することができる．そこで4章においてこれら4種類の組込コントローラのモデルを用いた同定と検証を行なう．

Table 1 Orders of the hypothetical controller models

Controller	numerator	denominator
PID	2	4
PI	1	4
PD	1	3
D-P	0	3

3. 連続時間システム同定

3.1 SRIVC 法による線形システムの同定

本研究でシステム同定に用いる SRIVC 法 (Simplified Refined Instrumental Variable for Continuous-time systems)^{3)~5)} は連続時間線形時不変 SISO または MISO システムを対象とした同定法である．ここでは SISO の場合に限ってアルゴリズムの概要をまとめる．

まず、対象とするシステムを以下のように記述する．

$$x(t) = \frac{B(p)}{A(p)}u(t)$$

$$B(p) = b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \cdots + b_0$$

$$A(p) = p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \cdots + a_0$$

$$y(t) = x(t) + v(t)$$

ここで $u(t)$ は入力、 $x(t)$ はそれに対応する出力を示している． p は微分演算子 d/dt を示している．そして、観測出力 $y(t)$ は観測ノイズ $v(t)$ の影響を受けて観測される．また、分子多項式と分母多項式の次数をそれぞれ m , n , ($n \geq m$) とし、一般性を失うことなく分母多項式をモニックと仮定する．

以下、時間区間 $[0, T]$ の入出力データ $\{u(t), y(t)\}$ から、 $\theta = [a_{n-1} \cdots a_0 \ b_m \cdots b_0]^T$ を推定するためのアルゴリズムを示す．ただし、入出力データとしてサンプリング間隔 T_s ごとに観測された $N+1$ 点のデータを用いることができるものとし、各観測時刻を $t_k = kT_s$ で表わす．

[SRIVC 法のアルゴリズム]

(S1) 分母多項式の初期推定値 $\hat{A}_0(p)$ を離散時間系同定法の RIV 法などを用いて推定する．

(S2) 与えられた $\hat{A}_0(p)$ に基づき、以下のように入出力データのフィルタ値を生成する．

$$y_f^{(i)}(t) = F_i(p)y(t), \quad i = 0, \dots, n$$

$$u_f^{(i)}(t) = F_i(p)u(t), \quad i = 0, \dots, m$$

$$F_i(p) = \frac{p^i}{\hat{A}_0(p)}$$

これらのフィルタ値と線形回帰モデル $y_f^{(n)}(t_k) = \phi_f^T(t_k)\theta + \varepsilon(t_k)$ (ε : 出力誤差) に基づき、以下のように最小二乗推定値を得る．

$$\hat{\theta}_1 = \left[\sum_{k=0}^N \phi_f(t_k) \phi_f^T(t_k) \right]^{-1} \sum_{k=0}^N \phi_f(t_k) y_f^{(n)}(t_k)$$

$$\phi_f(t_k) = [-y_f^{(n-1)}(t_k) \cdots -y_f^{(0)}(t_k) \ u_f^{(m)}(t_k) \cdots u_f^{(0)}(t_k)]^T$$

(S3) (S2) の推定値のバイアスを除去するため、補助変数 $\hat{x}(t)$ を以下のように導入する．

$$\hat{x}(t) = \frac{B(p, \hat{\theta}_1)}{A(p, \hat{\theta}_1)}u(t)$$

さらに、フィルタを $F_i(p) = \frac{p^i}{A(p, \hat{\theta}_1)}$ と更新し、(S1) と

同様 $y(t), u(t), \hat{x}(t)$ のフィルタ値を生成する.

これらのデータを用いて以下のように推定を行なう.

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_{l+1} &= \left[\sum_{k=0}^N \hat{\phi}_f(t_k) \phi_f^T(t_k) \right]^{-1} \sum_{k=0}^N \hat{\phi}_f(t_k) y_f^{(n)}(t_k) \\ \phi_f(t_k) &= [-y_f^{(n-1)}(t_k) \cdots -y_f^{(0)}(t_k) \ u_f^{(m)}(t_k) \cdots u_f^{(0)}(t_k)]^T \\ \hat{\phi}_f(t_k) &= [-\hat{x}_f^{(n-1)}(t_k) \cdots -\hat{x}_f^{(0)}(t_k) \ u_f^{(m)}(t_k) \cdots u_f^{(0)}(t_k)]^T\end{aligned}$$

(S4) $\hat{\theta}_l$ が収束したと判定されれば終了, そうでなければ $l = l + 1$ として (S3) に戻る. •

以上が SRIVC 法のアルゴリズムの概要である. 最後に, 同定結果の妥当性を評価する指標である YIC と R_T^2 という値について説明する. YIC(Young's Information Criteria)⁴⁾ は, モデルの複雑さと観測出力との誤差のトレードオフを評価する基準であり,

$$\text{YIC} = \ln \frac{\hat{\sigma}_\epsilon^2}{\hat{\sigma}_y^2} + \ln \frac{1}{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} \frac{\hat{\sigma}_\epsilon^2 p_{jj}}{\hat{\theta}_j^2} \quad (13)$$

で定義される. YIC は値が小さいほどモデル構造が妥当であることを示す. 一方, R_T^2 はモデルによる予測出力の精度を示す数値で,

$$R_T^2 = 1 - \frac{\hat{\sigma}_\epsilon^2}{\hat{\sigma}_y^2} \quad (14)$$

で定義される. R_T^2 は 1 に近いほどモデルの予測出力が観測出力に追従していることを示している. ここで, $\hat{\sigma}_\epsilon$ は残差信号の分散, $\hat{\sigma}_y$ は出力信号の分散, $\hat{\theta}_j$ は j 番目の推定パラメータ, p_{jj} は推定パラメータの誤差共分散行列の j 番目の対角成分, n_p は推定パラメータの個数をそれぞれ表わしている.

3.2 PSO による非線形システムの同定

5 章で非線形システムの連続時間システム同定を行なうため, ここでは, PSO(Particle Swarm Optimization) と呼ばれる最適化アルゴリズムを用いた同定法⁶⁾の概要をまとめる. まず, 以下の非線形システムを対象として考える.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\theta})$$

$$y(t) = g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\theta}) + v(t)$$

$\mathbf{x}(t)$ は状態ベクトル, $\mathbf{u}(t)$ は入力, $y(t)$ は観測出力, $v(t)$ は観測ノイズである. また, $f(\cdot), g(\cdot)$ はモデル構造を表わす既知の非線形関数である.

ここでは, 時間 $[0, T]$ の入出力データ $\{u(t), y(t)\}$ より, 未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ を推定するため, 以下の最適化問題を解くことを考える.

$$\underset{\boldsymbol{\theta}}{\text{minimize}} \mathcal{J}(\boldsymbol{\theta})$$

$$\mathcal{J}(\boldsymbol{\theta}) \triangleq \|y(t) - \hat{y}(t, \boldsymbol{\theta})\|_2$$

$\|\cdot\|_2$ は信号の 2 ノルムを示す. この最適化問題を解析的に解くことは困難であるので, ここでは, PSO を用いて解くことを考える. PSO は多数の粒子を用いて解を探索する確率的な数値最適化アルゴリズムであり, 非線形な評価関数をもつ

最適化問題も扱うことができる. 以下, PSO アルゴリズムについて説明する.

まず, $\boldsymbol{\theta}$ の推定値の候補として, 粒子 $\{\boldsymbol{\theta}_i\}_{i=1,2,\dots,m_p}$ を初期探索領域 $\mathbb{D}$ にランダムに配置する. 続いて, 以下の更新則に従って各粒子を反復更新する.

$$\boldsymbol{\theta}_i^{k+1} = \boldsymbol{\theta}_i^k + \mathbf{v}_i^{k+1} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_i^{k+1} &= w \mathbf{v}_i^k \\ &\quad + c_1 r_{1,i}^k (\boldsymbol{\theta}_i^{\text{best},k} - \boldsymbol{\theta}_i^k) \\ &\quad + c_2 r_{2,i}^k (\boldsymbol{\theta}_{\text{swarm}}^{\text{best},k} - \boldsymbol{\theta}_i^k)\end{aligned} \quad (16)$$

ここで, $\boldsymbol{\theta}_i^k, \mathbf{v}_i^k$ はそれぞれ粒子 i の k 回目の反復における位置と速度を表わす. また, w, c_1, c_2 は非負の重み係数, $r_{1,i}^k, r_{2,i}^k$ は $[0, 1]$ に一様に分布する乱数である. また, $\boldsymbol{\theta}_i^{\text{best},k}$ は

$$\boldsymbol{\theta}_i^{\text{best},k} \triangleq \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_i^j} \{\mathcal{J}(\boldsymbol{\theta}_i^j), 0 \leq j \leq k\},$$

と定義され, i 番目の粒子の k 回目までの最適値に対応し,

$\boldsymbol{\theta}_{\text{swarm}}^{\text{best},k}$ は

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{swarm}}^{\text{best},k} \triangleq \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_i^k} \{\mathcal{J}(\boldsymbol{\theta}_i^k), \forall i\},$$

と定義され, k 回目の粒子の中での最適値に対応している.

上記の更新を粒子が収束するまで, もしくは $k_{\max}$ 回反復することにより最適値を求める. PSO アルゴリズムの手順を以下に示しておく.

[PSO のアルゴリズム]

(P1) m_p 個の粒子を $\mathbb{D}$ 内にランダムに配置する. $k = 0$ とする.

(P2) 各粒子における評価関数 $\mathcal{J}(\boldsymbol{\theta}_i^k)$ を評価して, $\boldsymbol{\theta}_i^{\text{best},k}$ および $\boldsymbol{\theta}_{\text{swarm}}^{\text{best},k}$ を更新する.

(P3) 各粒子の速度および位置の更新を (15)(16) 式に従い行なう. $k = k + 1$ とする.

(P4) $k < k_{\max}$ であり, 粒子が収束していなければ (P2) に戻る.

(P5) $\boldsymbol{\theta}_{\text{swarm}}^{\text{best},k}$ を解として終了する. •

4. RC サーボモータの同定実験

4.1 実験の概要

RC サーボモータの内部構造を推定するために行なった実験の概要を述べる. Fig. 5 に示したようにモータの出力軸に負荷として錘のついた剛体棒を取り付ける. R/C サーボモータの制御とデータの取得には (株) シマフジ電機製のマイクログコンピュータ SEMB1200A を用いている. これは小型ロボットの制御用として開発されたもので, CPU として UX1200E(600MHz) を搭載し, 32ch の PWM ユニットと 4ch の UART インタフェースを内蔵している. ポテンシオメータからの出力 ϕ はサンプリング周期は 4ms で A/D コンバータを介してマイコンに取り込む. 同定対象の R/C サーボモータとしては (株) Hitec 製の HSR-5990GT を用いた.

Fig. 6 System diagram of the experiment system

Fig. 7 Overview of the experiment system

実験システムのブロック図を Fig. 6, 概観を Fig. 7 に示す。

4.2 実験結果

本実験で用いた R/C サーボモータへの同定入力（指令角度）は、Fig. 8 に示すような二種類の振幅をもつ 8 秒間の矩形波である。

Fig. 8 Input to the RC servo motor for identification

この入力を用い、2 章で述べた次数がさまざまに異なるモデルに対して SRIVC 法によるシステム同定を行なった結果、得られた YIC と R_T^2 の値を Table 2 に示す。YIC の値が最も小さいのは組込コントローラが微分先行型 PD 制御の場合であり、これが最もよく適合するモデルであることがわかった。角度指令入力（一点鎖線）と微分先行型モデルの時間応答（太い破線），および実際の角度（細い実線）を比較したものを Fig. 9 に示す。時間応答においてもよく適合していることが

Table 2 Compatibility indices for various types of controller models

Controller	YIC	R_T^2
PID	-8.6862	0.9917
PI	-9.0540	0.9912
PD	-10.1788	0.9913
D-P	-12.1709	0.9906

観察される。

この結果から、組込コントローラの構造としては微分先行型 PD 制御が最も確からしいと推論することができる。そのブロック線図を Fig. 10 に示す（注 2）。このときの R/C サーボモータ全体の伝達関数 $G(s)$ の構造は

$$G(s) = \frac{B_0/B_3}{s^3 + B_2/B_3 s^2 + B_1/B_3 s + B_0/B_3} \quad (17)$$

$$B_0 = K_P k \tau, \quad B_1 = R D_\phi + k_e k_\tau + K_D k_\tau$$

$$B_2 = R J + D_\phi L, \quad B_3 = L J$$

であり、各係数の同定結果は

$$G(s) = \frac{1.409 \times 10^4}{s^3 + 37.46 s^2 + 1150 s + 1.399 \times 10^4} \quad (18)$$

となった。なお、本来一致するはずの分子の B_0/B_3 と分母の定数項の B_0/B_3 の間には、相対誤差 0.7% ほどのわずかな誤差を生じているが、これはモデルで想定していなかった静止摩擦などの影響であると考えられる。また Fig. 11 に示した $G(s)$ のボード線図からは、折点周波数がおおよそ 4 Hz であることがわかる。

さらにこの結果を用いると、 $U(s)$ と $\Phi(s)$ から内部で発生しているトルクを計算する式もつぎのように導出できる。

$$T(s) = \frac{\{-(B_1 - R D_\phi)s + B_0\}\Phi(s) + B_0 U(s)}{Ls + R} \quad (19)$$

Fig. 9 Model validation in time responses

（注 2）指令入力 $U(s)$ を微分器に通さない点が通常の PD 制御との違いである。

Fig. 10 Block diagram of the D-P controller

Fig. 11 Bode diagram of the identified model

4.3 物理パラメータの推定

前節では伝達関数 $G(s)$ の各係数を同定したが、これだけではトルク $T(s)$ の推定には十分ではない。ここではさらに追加の実験を行なうことで、物理パラメータに関するより詳細な情報を引き出すを試みる。

最初の実験で用いた負荷 J に既知の慣性モーメント J_δ を加えた状況を考えると、このときの伝達関数 $G'(s)$ は

$$G'(s) = \frac{B_0/B'_3}{s^3 + B'_2/B'_3 s^2 + B_1/B'_3 s + B_0/B'_3}$$

$$B_0 = K_P k_\tau \quad B_1 = R D_\phi + k_e k_\tau + K_D k_\tau$$

$$B'_2 = R(J + J_\delta) + D_\phi L \quad B'_3 = L(J + J_\delta)$$

で与えられる。本実験では、 $J_\delta = 0.0022 \text{kgm}$ として実験を行なった。その結果、 $G'(s)$ はつぎのような形の伝達関数となった。

$$G'(s) = \frac{1.813 \times 10^4}{s^3 + 45.29s^2 + 1413s + 1.797 \times 10^4}$$

$G(s)$ は前章で求めたとおりである。二つの伝達関数を比較することによりパラメータの値を (20)~(24) 式から求めることができる。

$$J = \frac{B_3}{B'_3 - B_3} J_\delta \quad (20)$$

$$D_\phi = \left(\frac{B_2}{B_3} - \frac{B'_2}{B'_3} \right) \frac{J(J + J_\delta)}{J_\delta} \quad (21)$$

$$\frac{R}{L} = \frac{B_2}{B_3} - \frac{D_\phi}{J} \quad (22)$$

$$\frac{K_P k_\tau}{L} = \frac{B_0}{B_3} J \quad (23)$$

$$\frac{k_e k_\tau + K_D k_\tau}{L} = \left(\frac{B_1}{B_3} - \frac{R D_\phi}{L J} \right) J \quad (24)$$

これより $J = 0.0099 \text{kgm}$, $D_\phi = 0.2009 \text{N/m}$, $K_P k_\tau / L = 140.9$, $(k_e k_\tau + K_D k_\tau) / L = 8.008$, $R/L = 17.46$ となった。ただし、 k_e , $K_P k_\tau$, K_D , R , L などのパラメータに関してはそれぞれの値を求めることはできず、パラメータどうしが複合した形のみ算出される。

この結果をトルクの計算式 (19) に適用しよう。まず分母分子を L で除すことにより

$$T(s) = \frac{\{ -(\frac{B_1}{L} - \frac{R}{L} D_\phi) s + \frac{B_0}{L} \} \Phi(s) + \frac{B_0}{L} U(s)}{s + \frac{R}{L}}$$

となり、その各係数は

$$\frac{B_1}{L} = \frac{R}{L} D_\phi + \frac{k_e k_\tau + K_D k_\tau}{L} \quad (25)$$

$$\frac{B_0}{L} = \frac{K_P k_\tau}{L} \quad (26)$$

のように (20)~(24) 式で算出した値を用いて計算できる。したがって

$$T(s) = -\frac{8.008s + 140.9}{s + 17.46} \Phi(s) + \frac{140.9}{s + 17.46} U(s) \quad (27)$$

が得られる。

以上、本章では R/C サーボモータの入出力モデルと同時に、組込コントローラの内部モデル、モータが出力するトルクを算出するモデルを推定することができた。次章ではこの結果を劣駆動機械系への応用した例を示す。

5. 劣駆動機械のシステム同定への応用

5.1 劣駆動機械のモデル

本章では、一つの非駆動関節と、R/C サーボモータによる駆動関節を含む劣駆動機械系を対象とし、前章で得られたトルク推定モデルに基づいたパラメータ同定により動的モデルの導出を行ない、その有効性を検証する。ここで考えるシステムの外観を Fig. 12、概念図を Fig. 13 に示す。このシステムは半球型の外殻と R/C サーボモータで駆動される振子、および半球の上部に取り付けられた、回路基板やモータの支持部分を含んだ平板 (Fig. 7 と同一のもの) からなる。半球部分と平板部分を合わせたものを以下では外殻と呼ぶ。

本来、この実験装置は 2 自由度振子の駆動による反力と、外殻と床面との転がり接触拘束を利用して揺動しながら移動するロボット Surface Walker⁷⁾ として開発されたものである。ただし本稿では簡単のため、以下のように振子の運動を 1 自由度、全体の運動を鉛直面内に制限した状況を考える。半球の中心を通る水平軸によって全体を吊り下げ、外殻の運動、振子の運動ともにこの軸まわりの回転に制限する。振子は外殻に対して駆動されており、外殻の軸受けは非駆動である。回転軸の方向から機体を見た図を Fig. 13 の右図に示す。ここ

で、 ψ は水平面に対する外殻の傾き角を表わし、 ϕ は外殻に対する振子の相対角を表わす（機体の中心軸を基準にとる）。外殻の半球部分は非常に軽く、相対的に平板の部分は重いいため、その重心は中心から上方に d だけ離れた点に集中しているものと仮定する。以上をまとめるとモデリングに必要なパラメータは以下になる。

- m : 振子の質量
- ℓ : 振子の軸-重心の長さ
- J : 振子の軸回りの慣性モーメント
- M : 外殻の質量
- r : 半球の半径
- d : 外殻の重心と振子の回転中心の距離
- I : 外殻の慣性モーメント
- D_ϕ : R/C サーボモータの粘性摩擦係数
- D_ψ : 軸受との粘性摩擦係数

Fig. 12 Underactuated mechanical system (overview)

Fig. 13 Underactuated mechanical system (physical model)

外殻部分と振子部分の運動方程式はそれぞれ以下のようになる。

$$(I + Md^2)\ddot{\psi} - Mgd \sin \psi + J(\ddot{\psi} + \ddot{\phi}) + mg\ell \sin \psi + \phi = -D_\psi \dot{\psi} \quad (28)$$

$$J(\ddot{\psi} + \ddot{\phi}) + mg\ell \sin(\psi + \phi) = \tau - D_\phi \dot{\phi} \quad (29)$$

(29) 式の右辺第 1 項のトルク τ は、入力 u と姿勢角 ϕ および (27) 式のモデルを用いて求めることができる。また、物理パラメータのうち $m = 0.69\text{kg}$, $M = 1.26\text{kg}$, $J = 0.0099\text{kgm}^2$, $r = 0.125\text{m}$, $D_\phi = 0.2009\text{Ns/m}$, $\ell = 0.12\text{m}$ の六つは既知

であるとする（4 章と同じ振子を使用するため J と D_ϕ は既知であり、単振子の慣性モーメント $J = m\ell^2$ より ℓ も求まる。そのほかは直接計測可能である）。残る未知のパラメータは I , d , D_ψ の 3 個であり、つぎにその同定実験の概要と結果を示す。

5.2 動力学パラメータの同定実験

本節では、未知パラメータを同定するために行なった実験の概要を述べる。Fig. 13 のように動きを鉛直面内に制限した状態で、振子の角度が振幅 25deg で周期が 2s の Fig. 14 に示す正弦波となるよう入力 u を与え、そのときの外殻の姿勢角 ψ を傾斜センサで観測し、サンプリング周期 4ms ごとの値を 20s の間記録する。入力データ $u(t)$ と観測出力 $y(t) \triangleq \psi(t)$ を入出力データとして与え、(27)~(29) 式のモデルに PSO を適用して未知パラメータを求める。PSO で用いる評価関数は、3.2 節で示したものと同じく観測出力と推定出力の差のノルムである。

PSO アルゴリズムの設計パラメータとしては、 $w = 0.9$, $c_1 = c_2 = 0.8$, 粒子数を $n_p = 100$ 個、ステップ回数を $k_{max} = 200$ 回、初期探索範囲をつぎのように設定する。

$$\mathbb{D} = \{\mathbf{x} | 10^{-3} \leq x_i \leq 10^{-1}, i = 1, 2, 3\}$$

$$\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T = (I, d, D_\psi)^T$$

結果は以下のとおりである。外殻の慣性モーメントは $I = 1.25 \times 10^{-2}\text{kgm}^2$, 軸受との粘性摩擦係数は $D_\psi = 5.88 \times 10^{-3}\text{Ns/m}$, 外殻の重心と回転中心との距離は $d = 1.66 \times 10^{-2}\text{m}$ となり、評価関数 E の値は $E = 4.15 \times 10^{-3}$ であった。この結果に対して、パラメータ値の妥当性を確認するため、同定したパラメータを用いたモデルの入力に対する応答と実際の機体の姿勢角度 ψ の変化を比較した Fig. 15 を示す。縦軸は姿勢角度 ψ の変化を横軸は時間 t の変化を示し、細い実線は実際の機体の姿勢角度の変化を、太い破線は推定したモデルの出力を示している。Fig. 15 より、実際の機体の姿勢角度の変化とモデルの出力の変化がほぼ一致していることが確認できる。

Fig. 14 Input to the underactuated system for identification

Fig. 15 Model validation in time responses

6. ま と め

本稿では、従来ブラックボックスとして扱われてきた R/C サーボモータのモデルを提案し、システム同定実験によりその解析を行なった。内部で用いられている組込コントローラに関してはいくつかの候補について同定実験の比較を行なった結果、微分先行型 PD 制御であると考えるのが妥当であるとの結論を得た。また、内部で発生するトルクは角度指令 $U(s)$ および実際の角度 $\Phi(s)$ からの伝達関数として表わされることを示し、これによりトルクも推定することが可能になった。この結果を応用して一つの非駆動関節と R/C サーボモータによる駆動関節を含む劣駆動機械系の同定を行なった。

安価、小型、高トルクなど多くのすぐれた特徴をもつ R/C サーボモータの数値モデルを得、学術研究に利用できるようになったことは、制御理論やロボティクスの研究者にとってメリットが大きいと考える。また本研究では、近年目覚ましい発展をとげつつある連続時間システム同定法の有効性を実証することもできたと考えている。今後は静止摩擦や入力飽和を考慮したモデルへの拡張、トルク $T(s)$ の推定モデルの精度向上、また Surface Walker⁷⁾をはじめとしたさまざまなロボットに R/C サーボモータを用い、動力学モデル導出への応用を行なっていく予定である。

参 考 文 献

- 1) M. Spong and D. Block: The Pendubot: a mechatronic system for control research and education, 34th IEEE Int'l. Conf. on Decision and Control, 555/556 (1995)
- 2) 神谷, 関, 正津, 酒井: DC サーボモータの動特性に関する考察, 精密工学会誌, **65**, 464/468 (1999)
- 3) H. Garnier, M. Gilson and O. Cervellin: Latest developments for the Matlab CONTSID toolbox, 14th IFAC Symposium on System Identification, 714/719 (2006)
- 4) H. Garnier, M. Gilson and E. Huselstein: Developments for the Matlab CONTSID toolbox, 13th IFAC Symposium on System Identification, 1007/1012 (2003)
- 5) H. Garnier and P.C. Young: Time-domain approaches to continuous-time model identification of dynamical systems from sampled data, American Control Conference, 667/672 (2004)
- 6) 和田, 杉江: Particle Swarm Optimization に基づくシステ

ム同定に関する考察, 第 8 回計測自動制御学会制御部門大会講演論文集, 055-3-1 (2008)

- 7) M. Ishikawa, Y. Kobayashi, R. Kitayoshi and T. Sugie: The Surface Walker: a Hemispherical Mobile Robot with Rolling Contact Constraint, in Proc. of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2009), 1314/1319 (2009)

[著 者 紹 介]

石 川 将 人 (正会員)

1994 年東京工業大学工学部制御工学科卒業。2000 年同大学院情報理工学研究科博士後期課程修了。博士 (工学)。同大学助手、東京大学情報理工学系研究科助手、京都大学情報学研究科講師を経て、2010 年大阪大学工学研究科機械工学専攻准教授となり現在に至る。非線形制御、非ホロノミックシステム、ハイブリッドシステムなどの研究に従事。システム制御情報学会、日本ロボット学会、日本機械学会、IEEE などの会員。

北 吉 良 平 (学生会員)

1986 年 8 月 1 日生。2009 年京都大学工学部物理工学科卒業。現在、京都大学大学院情報科学研究科システム科学専攻修士課程在学中。非線形制御などの研究に従事。

和 田 亮

1985 年 12 月 1 日生。2008 年京都大学工学部物理工学科卒業。現在、京都大学大学院情報科学研究科システム科学専攻修士課程在学中。システム同定などの研究に従事。

丸 田 一 郎 (学生会員)

2006 年京都大学工学部物理工学科卒業。2008 年同大学院情報科学研究科システム科学専攻修士課程修了。現在同専攻博士後期課程に在学中。日本学術振興会特別研究員 DC。離散値入力制御、PSO による制御系設計、システム同定などの研究に従事。

杉 江 俊 治 (正会員・フェロー)

1978 年京都大学大学院工学研究科精密工学専攻修士課程修了。84 年同博士課程研究指導認定退学。78 年～80 年日本電信電話公社勤務。84 年大阪府立大学工学部助手、88 年京都大学工学部助教授、97 年同教授を経て、現在京都大学大学院情報科学研究科教授。ロボasts 制御理論とその応用に関する研究などに従事。工学博士。システム制御情報学会、日本ロボット学会の会員。IEEE フェロー。