多変数外乱オブザーバによるモデル予測制御の外乱抑制

丹 下 吉 雄*・松 井 哲 郎*・松 本 宏 治*・西 田 英 幸*

A Disturbance Rejection for Model Predictive Control
Using a Multivariable Disturbance Observer

Yoshio TANGE*, Tetsuro MATSUI*, Koji MATSUMOTO* and Hideyuki NISHIDA*

Model predictive control has been widely used in industrial applications. And more efficient and more precise control is being required to meet growing demands such as energy savings and fewer emissions in industrial plants. In this paper, we focus on step response model based predictive control, which is one of most applied predictive control methods, and propose a new disturbance rejection method to overcome control performance degradation caused by unmeasured ramp-like disturbances.

Key Words: model predictive control, disturbance observer, disturbance rejection

1. はじめに

モデル予測制御は、Cutler らによって初期の形態が提案されて以来 30 年あまりが経過し、現在、産業界において、数千を超えるプラントに適用されるほど普及している¹⁾。

ここまで普及した理由は、PID 制御や最適レギュレータなどと比較して、制御上の利点があるためであると考えられる。たとえば、多変数系に対して干渉を考慮した制御が可能であったり、操作量と制御量の上下限制限を陽に考慮できたりするといった点が挙げられる。また、未来の予測を用いて操作量を決定するというわかりやすさから現場でも比較的受け入れられやすいことも利点である。

計算機の低コスト化と処理能力の進歩により、従来は費用対効果の面から適用されなかった中小規模の制御対象に対しても、適用範囲の拡大が期待される。さらに、産業プラントにおいては、環境問題へ配慮した温室効果ガス排出削減やエネルギー消費抑制、あるいはより安全に配慮した長期の安定的な制御といった制御の質への要求もますます高まっており、モデル予測制御の寄与できる余地は多い。

一方で、モデル予測制御は、非観測外乱やモデル誤差などによって、追従性が損なわれたり、振動などの不安定挙動が引き起こされたりする場合がある。特に、最も初期に Cutler らによって提案され、多くの適用実績をもつ²⁾ Dynamic Matrix Control (以下、DMC) と呼ばれる手法においては、ランプ状の外乱に対して制御性能が低下する問題が指

摘されている^{2),3)}。

本稿では、上記の課題のうち非観測外乱に対処することを目的として、特に DMC のランプ外乱に対する制御性能低下を解析し、外乱オブザーバ機構を用いることにより制御性能低下を防止する方法を提案し、数値例により検証する。

2. DMC 制御の外乱応答への課題

2.1 DMC 制御

モデル予測制御は、用いるモデルや制約条件の有無などによってさまざまな手法が提案されている^{1),4),5)}。DMC はモデル予測制御の中でも最も初期に提案され、プロセス系を中心に多くの適用実績をもつ²⁾ため、産業上重要な手法である。

DMC では、プラントのステップ応答を直接モデルとするノンパラメトリックなステップ応答モデルを用いる。ただし、プラント自体が安定系である必要がある。

DMC ではステップ応答モデルを用いて、次式のようにプラントの挙動を予測する⁵⁾。

$$y(p) = y(0) + \sum_{l=0}^A (S(p+l) - S(l)) du_0(l) \\ + \sum_{l=1}^{\min(p, M)} S(p-l) du_f(l),$$

$$u(m) = u(0) + \sum_{l=1}^m du_f(l),$$

$$p = K, K+1, \dots, K+P-1, m = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

ここで、 y は制御量、 u は操作量、 du_0 は過去の操作変化量、 du_f は未来の操作変化量、 p および m は時刻、 K は予測開始点、 P は予測区間、 A はモデル区間、 M は制御区間を表す。記号 S はステップ応答を表す係数で次式のように定義される。

* 富士電機システムズ株式会社 日野市富士町 1

* Fuji Electric Systems Co., Ltd, 1 Fuji-machi, Hino

(Received November 26, 2009)

(Revised April 20, 2010)

$$S_{ij}(k) \equiv \left(\int_{t=0}^T P_n(t) U_j(T-t) dt \right)_i (t) \in R, \\ t = kT_s, k=0, 1, \dots, i=1, \dots, N_{cv}, j=1, \dots, N_{mv} \quad (2)$$

ここで、 P_n はノミナルプラントモデル、 N_{cv} は制御量数、 N_{mv} は操作量数である。記号 $U_j(t)$ は第 j 番目の要素のみステップ波形であり残りの要素は 0 の信号である。また T_s はサンプリング周期である。

予測式(1)に基づき、課された制約条件を満たしつつ、制御量と参照軌道との差を最小にするように操作量系列を未来の区間にわたって求める問題がDMCにおいて定式化される。

【問題 1】 与えられた制御量参照軌道 y_r と制御量現在値 y_0 ，操作量現在値 u_0 ，および過去の操作変化量系列 du_0 に対して，次式で定義する制約条件を満足しつつ評価関数 J を最小化する操作変化量系列 du_r を求めよ。

$$\begin{aligned} \min_{du_f} J &\equiv \sum_{p=K}^{K+P-1} \|y(p) - y_r(p)\|_q + \sum_{m=1}^M \|du_f(m)\|_w \\ y(p) &= y_0 + \sum_{l=0}^A (S(p+l) - S(l)) du_o(l) \\ &\quad + \sum_{l=1}^{\min(p, M)} S(p-l) du_f(l), \\ u(m) &= u_0 + \sum_{l=1}^m du_f(l), \\ \text{s.t.} \quad y_{i\min} &\leq y_i(p) \leq y_{i\max}, \\ u_{j\min} &\leq u_j(m) \leq u_{j\max}, \\ du_{j\min} &\leq du_{fj}(m) \leq du_{j\max} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\|\cdot\|_q$ および $\|\cdot\|_w$ は次式で定義される重みつきノルムである。

$$\|v\|_W \equiv v^T W v, v \in R^n, W = W^T \geq 0 \in R^{n \times n}$$

1

この問題は適当な変換により，(4)のような2次計画問題へと帰着できることが知られている^{1), 4), 5)}.

$$\begin{aligned} \min_x J' &\equiv \frac{1}{2}x^T H x + c^T x \\ \text{s.t. } B_1 x &\leq B_2 \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 H , c , B_1 , B_2 は所与の行列もしくはベクトルであり、 x は探索変数である。DMCにおいては、このように定式化された2次計画問題を制御周期ごとに解き、解として求められた未来の操作量系列のうち、1ステップ目をプラントへの操作量として適用する。

2.2 ランプ状外乱に対する応答性

DMC はランプ状の非観測外乱に対しての著しい性能低下が生じることが、文献 2) で詳細に指摘されている。本節では、DMC がランプ状外乱に特に弱い理由について解析する。

DMC においては、制御周期ごとにプラントの制御量が観測され、観測値 y_0 と過去の操作量から制御量のオフセットを修正した上で、(2)に基づき、予測区間における制御量の予測値 $y(p)$ が計算される。予測値に基づき、適切な操作量

Fig. 1 Detailed structure of DMC

系列 $u(m)$ が求められ，その 1 ステップ目の解 $u(1)$ がプラントの操作量として適用される．

この一連の動作を連統系として近似した図を **Fig. 1** に示す。記号 y は制御量現在値, y_{0-} はオフセット修正前の制御量現在値の予測値, y_{off} は制御量オフセット, y_{0+} はオフセット修正後の制御量現在値の予測値, e は制御量現在値の予測誤差, T_C は制御周期である。記号 d_{MV} は MV すなわち操作量への外乱, d_{CV} は CV すなわち制御量への外乱を表わす。さらに, y_{p-} および y_{p+} は予測時刻 p における, オフセット修正前の制御量予測値とオフセット修正後の制御量予測値である。また, Pred0 は過去の操作量に基づく予測部分, Predf は未来の操作量に基づく予測部分, Optimizer は 2 次計画問題 (4) に基づく最適化計算部分である。

制御量の観測は制御周期ごとに行なわれるため、Fig. 1では、プラント制御量現在値と予測現在値とのオフセットが逐次修正され予測に反映される。

予測誤差 e は Fig. 1 より以下のように計算される.

$$\begin{aligned} e &= y - y_{0+} + d_{cv} = y - \left(\frac{1}{sT_c} e + y_{0-} \right) + d_{cv} \\ &= F(s) \{ (y - y_{0-}) + d_{cv} \}, \\ F(s) &\equiv \frac{sT_c}{sT_c + 1} \end{aligned} \quad (5)$$

すなわち，モデル誤差 $(y - y_0)$ と CV 外乱 d_{cv} の影響が伝達関数 $F(s)$ を通して予測誤差 e として現われる．

ここで、外乱 d_{cv} が下記に示すようなランプ状信号であるとする。

$$d_{cv} = \frac{1}{\xi^2} a \quad (6)$$

記号 a はランプ状外乱の速度変化を表わすベクトルである。このとき、外乱によって生じる予測誤差 e はつぎのように計算される。

$$e = F(s) d_{cv} = \frac{s T_c}{s T_c + 1} \cdot \frac{1}{s^2} a = \frac{T_c}{s^2 T_c + s} a \quad (7)$$

よって，逆ラプラス変換により，時間応答はつぎのように求められる。

$$e(t) = \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T_c}\right)\right) T_c \cdot a \quad (8)$$

すなわち，ランプ状外乱の変化速度に比例した過渡的および定常的な予測誤差が生じる．Optimizerではこのずれを

伴った予測に基づき、適切な操作量を求めようとするため、結果として、制御性能が低下してしまう。これが、DMCがランプ状外乱に弱いとされる理由である。

また、文献2)でも指摘されているように、CV外乱だけでなく、MV外乱によって、見掛け上CVへのランプ状外乱と同様な性能低下を引き起こす場合がある。たとえば、プロセスの動特性の遅れが大きい(たとえば、時定数が長い)場合に、ステップ状のMV外乱 d_{MV} がプロセスを通過して、あたかもランプ状の等価CV外乱 d_{CV} のように作用する。

さらに、プラントの特性変化が外乱と等価に作用する場合がある。たとえば、操作部が非線形特性を有していると、運転条件の変更などによりその動作点が変わり、実ゲインが変化する。このとき、モデルゲインと実ゲインとの差によってCV外乱と等価な影響が生じる場合がある。

したがって、ランプ状のCV外乱は非観測MV外乱やモデル誤差によっても生じることに注意が必要である。

3. 外乱抑制のための多変数外乱オブザーバの提案

前節での解析から、DMC制御の制御性能向上にはつぎの2点の課題があることがわかる。

- ・MV外乱およびCV外乱による変動の抑制
- ・モデル誤差による予測誤差の抑制

これらの課題に対処する方法として、従来大きく分けて2つのアプローチが提案されてきた。1つはモデル自体を非線形モデルや状態空間モデルなどに変更したり^{1),2),5)}、外乱応答特性をモデルに含めたりする⁵⁾ことでモデル精度を高める方法であり、もう1つはロバスト制御の考え方を取り入れる方法^{5),6)}である。

しかし、プロセス制御においてはモデル誤差の存在は避けられないものであり、外乱情報も観測できない場合が多いため、モデル自体の精度を高めるアプローチは難しい場合がある。

また、後者の方法に関しては、モデル誤差の集合に対して常に最悪ケースを考慮することによる保守性が生じたり、計算量が増大したりするなどの問題がある。

そこで、外乱やモデル誤差に対処でき、かつ計算負荷の少ない方法があれば実用上有用であると考えられる。

3.1 外乱オブザーバ機構

従来手法における問題を克服するため、新たに外乱オブザーバのアイデアを取り入れた方法をFig. 2に提案する。外乱オブザーバによる外乱補償の目的は実プラント観測値と予測値との誤差を十分小さくすることである。これにより予測の精度が上がり、制御性能の向上が見込まれる。この目的のため、予測誤差 e から閉ループに加わる外乱 d を推定するオブザーバゲイン L を用いる。

Fig. 2(a)に概念図を示す。Fig. 2(a)における記号 L が新しく追加した外乱オブザーバゲインである。制御量の観測値 y と予測値 y_{0+} との誤差 e にオブザーバゲイン L を乗じて外乱補償信号 q を作り、DMCの操作量 $u(1)$ に加えて修

(a) Outline of the structure

(b) Block diagram for analysis

Fig. 2 Proposed disturbance observer

正操作量 u_{0+} とすることで、実プラントの操作量に加わる外乱 d を補償する。

Fig. 2(b)はFig. 2(a)をより解析に適した形に変形したブロック線図である。記号 P_n はノミナルプラントモデル、 C は最適化部と予測部を1つの制御器として表わした記号である。

本節の解析では、実プラントとモデルが一致しており、共に記号 P_n で表わされるものとする。

伝達関数モデルや状態空間モデルに基づく外乱オブザーバは多数提案されているが⁷⁾⁻⁹⁾、実装の簡単化とステップ応答モデルへの適用のため、本稿ではオブザーバゲイン L を定数に限定する。ここでつぎの問題を導入する。

【問題2】与えられた定数 $\gamma(1 \geq \gamma > 0)$ に対し、以下を満たすオブザーバゲイン L を求めよ。

$$\|e\|_2 \leq \gamma \|v\|_2, v = Vd, V = -P_n \quad (9)$$

ただし、記号 $\|\cdot\|_2$ は l_2 ノルムとする。□

上記の定式化は、適切なオブザーバゲイン L を設計することにより、予測誤差 e をオブザーバゲイン L が存在しない場合の予測誤差 v に対し、 l_2 ノルム評価で相対的に小さくすることを目的としている。記号 γ は外乱抑制効果の指標である。したがって、問題2は l_2 ノルムが定義できる有界な外乱が対象となることに注意が必要である。真のランプ外乱は l_2 ノルムが定義できないが、有限区間のランプ外乱など物理的に発散しない外乱は対象となるため、実用上は有効な問題と考えられる。計算により、予測誤差 e は次式で表わされる。

$$e(j\omega) = T(j\omega)d(j\omega), \\ T(j\omega) = -(I + P_n(j\omega)L)^{-1}P_n(j\omega) \quad (10)$$

本式とPlancherelの定理より、問題2の条件は、つぎのように変換できる。

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} d^*(j\omega) T^*(j\omega) T(j\omega) d(j\omega) d\omega \\ & \leq \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^2 d^*(j\omega) V^*(j\omega) V(j\omega) d(j\omega) d\omega \end{aligned} \quad (11)$$

添え字*は複素共役転置である。これをさらに変形すると、

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} h^*(j\omega) (F(\omega) + P_n^*(j\omega) G(\omega) P_n(j\omega)) h(j\omega) d\omega \geq 0, \\ & h(j\omega) = (I + L P_n(j\omega))^{-1} d(j\omega), \\ & F(\omega) = P_n^*(j\omega) (L^T P_n^*(j\omega) P_n(j\omega) L - (\gamma^{-2} - 1) I) P_n(j\omega), \\ & G(\omega) = L^T P_n^*(j\omega) + P_n(j\omega) L \end{aligned} \quad (12)$$

を得る。本稿では簡単のため、ステップ応答モデルでよく近似できるつぎの形式のプラントに対象を限定して考える。

$$\begin{aligned} P_n(s) &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{s - \lambda_i} P_i \in RH_{\infty}, \\ \text{Re} \lambda_i &< 0, \text{Im} \lambda_i = 0, P_i \in R^{N_{CV} \times N_{MV}}, \forall i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、 RH_{∞} は開右半平面に極をもたない s の有理伝達関数の集合とする。すなわち、相対次数1以上かつ、安定な実極のみを有する有理伝達関数に属し、有限なステップ応答をもつ、多入出力モデルを対象とする。このとき、計算により、

$$\begin{aligned} G(\omega) &= \sum_{i=1}^N \{k_i(\omega) (L^T P_i^T + P_i L) + j l_i(\omega) (L^T P_i^T - P_i L)\}, \\ k_i(\omega) &= \frac{-\text{Re} \lambda_i}{\omega^2 + \text{Re} \lambda_i^2} > 0, l_i(\omega) = \frac{\omega}{\omega^2 + \text{Re} \lambda_i^2} \end{aligned} \quad (14)$$

を得る。したがって、周波数 ω が高い領域では $G(\omega)$ の絶対値が十分小さくなる。これは $F(\omega)$ でも同様である。

加えて、ランプ外乱の伝達関数 $(1/s^2)$ はゼロ周波数で無限大のゲインをもち高周波数で急激に振幅が0に減衰する。

以上のことから、近似的ではあるが、周波数 $\omega=0$ での条件に注目し、 L の設計を考える。

【問題2-2】 つぎの不等式を満たす L を求めよ。

$$\begin{aligned} & F(0) + P_n^*(0) G(0) P_n(0) \leq 0, \\ & F(0) = P_n^*(0) (L^T P_n^*(0) P_n(0) L - (\gamma^{-2} - 1) I) P_n(0), \\ & G(0) = L^T P_n^*(0) + P_n(0) L \end{aligned} \quad (15)$$

□

つぎに、定常ゲイン $P_n(0)$ (以下記号 P_{n0} で表わす)が与えられたときに問題2-2を満たす L を設計する方法を与える。

【命題1】 (16)式で定義される L は条件(15)を満たす解の1つである。

$$L = \theta V D^{\dagger} U^T, \theta = \gamma^{-1} - 1 > 0 \quad (16)$$

ここで、 $U, D^{\dagger}, V$ は以下のように定義される。まず、実行列 P_{n0} をつぎのように特異値分解する。

$$P_{n0} = U D V^T \quad (17)$$

ここで D は N_{CV} 行 N_{MV} 列であり、 U および V は正方直交行列である。さらに、 D を以下のように分解する。

$$D = \begin{pmatrix} D_1 & 0_{r, N_{MV}-r} \\ 0_{N_{CV}-r, r} & 0_{N_{CV}-r, N_{MV}-r} \end{pmatrix} \in R^{N_{CV} \times N_{MV}}, D_1 \in R^{r \times r} \quad (18)$$

ここで D_1 は非ゼロ値を対角要素に有する対角行列である。最後に、この分解に基づき $D^{\dagger}$ を定義する。

$$D^{\dagger} = \begin{pmatrix} D_1^{-1} & 0_{r, N_{CV}-r} \\ 0_{N_{MV}-r, r} & 0_{N_{MV}-r, N_{CV}-r} \end{pmatrix} \in R^{N_{MV} \times N_{CV}} \quad (19)$$

□

(証明は付録A参照)

すなわち、2次行列不等式(15)の解 L は P_{n0} の特異値分解により γ の陽な関数形として求めることができる。

3.2 モデル誤差への対応

プラントに加わる外乱以外にも、モデル誤差によって外乱が加わった場合と等価な作用が生じる場合がある。このような場合に、外乱に対する抑制機能は、モデル誤差への抑制機能としても働くことが期待される。

本節では、Fig. 3に示すような乗法的モデル誤差がある場合、提案する外乱オブザーバ機構が有効であることを示す。記号 Δ が実プラントとノミナルモデルとの乗法的誤差を表わす。

Fig. 3より、予測誤差 e はつぎのように計算される。

$$\begin{aligned} e &= T_{\Delta} u, \\ T_{\Delta} &= -\{I + P_n(I + \Delta)L\}^{-1} P_n \Delta \\ &= -P_n \{I + (I + \Delta)L P_n\}^{-1} \Delta \end{aligned} \quad (20)$$

ここで $L=0$ と置いた場合の予測誤差 v は

$$v = V_{\Delta} u, V_{\Delta} = -P_n \Delta \quad (21)$$

となる。ここで、問題2と同様、外乱オブザーバゲイン L によって予測誤差 e のノルムを v のノルムと比べて低減するための条件を与える。操作量 u を任意の方向をとる信号とすると、(9)-(11)と同様の展開により、周波数領域での条件は、つぎようになる。

$$T_{\Delta}^*(j\omega) T_{\Delta}(j\omega) \leq \gamma^2 V_{\Delta}^*(j\omega) V_{\Delta}(j\omega) \quad (22)$$

一般には条件(22)を満足する L は不確かさ Δ に依存すると考えられる。しかし、 Δ が以下のような特殊な構造をもつ場合、プラントモデルから命題1と同様の解を導くことが可能である。

【命題2】 不確かさ Δ が Δ_c に属するものとする。

$$\Delta_c = \{\Delta(j\omega) \in RH_{\infty} | \Delta(0) = kI, k \in R > -1\} \quad (23)$$

このとき、つぎの L は

$$L = \theta V D^{\dagger} U^T, \theta = \alpha^{-1} - 1 > 0 \quad (24)$$

次式を満たす。

$$T_{\Delta}^*(0) T_{\Delta}(0) \leq \beta^2 V_{\Delta}^*(0) V_{\Delta}(0), 0 \leq \beta \equiv \frac{\alpha}{1 + (1 - \alpha)k} \leq 1 \quad (25)$$

□

Fig. 3 Block diagram with unmodeled error

(証明は付録 B 参照)

命題 2 より, Δ_c に属するモデル誤差がある場合, 周波数 0 において, 予測誤差が外乱オブザーバにより改善される.

3.3 制約条件への対応

(3) 式のように DMC では操作量に関する制約を陽に考慮できるが, 提案する外乱オブザーバにおいても, Fig. 2 の修正操作量 u_{0+} が制約を満たすための調整が可能である.

【命題 3】 操作量への制約条件が以下で定められているとする.

$$\begin{aligned} du_{j\min} &\leq du_f(m) \leq du_{j\max}, \\ u_{j\min} &\leq u_j(m) \leq u_{j\max}, \\ u(m) &= u_0 + \sum_{l=1}^m du_f(l), \\ j &= 1, 2, \dots, N_{MV}, m = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (26)$$

ここで, u_0 は操作量現在値, $u(m)$ および $du_f(m)$ は操作量および操作変化量とする. このとき, 1 ステップ先の DMC の解 $du_f(1)$ が制約 (26) を満たすとき, (16) の γ を調整することにより, 1 ステップ先の DMC の出力 $du_f(1)$ と外乱オブザーバの出力 q の和が制約 (26) を満たすようにできる.

□

(証明は付録 C 参照)

制御量の制約については満たされる保証はないが, 外乱オブザーバは実プラント観測値をモデル予測値に近づける効果があるため, DMC が制約の守られた軌道を予測すれば, 外乱によって制約から外れる危険性を減少させる可能性はある.

4. 数値例題による検証

プロセス制御分野におけるベンチマーク問題である Wood-Berry モデル¹⁰⁾ (2 入力 2 出力) に関する外乱オブザーバ機構を用いた場合の DMC による 3 つのシミュレーションを行ない, 提案手法の妥当性を検証した. プラントの伝達関数は次式で表わされる¹⁰⁾.

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21.0s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (27)$$

Fig. 4(a) に制御に用いたステップ応答モデルを示す. 記号 $\text{step}(y_i, u_j)$ で, 各操作量 $u_i (j=1, 2)$ から各制御量 $y_i (i=1, 2)$ への応答を表す. 各操作量 u_i には変化量の制約を課している. その他の制約はない. DMC の (3) における各パラメータは Table 1 に示す値を用いた. なお, 外乱オブザーバは Fig. 2 のフィードバックにより実装し, オブザーバゲインは Fig. 4(a) より求めた定常ゲインから (16) を用いて (28) のように求めた. フィードバック周期は DMC の制御周期と同一とした.

$$L = \frac{1-\gamma}{\gamma} \cdot \begin{pmatrix} 0.157 & -0.153 \\ 0.0534 & -0.104 \end{pmatrix} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \cdot \begin{pmatrix} 12.8 & -18.9 \\ 6.6 & -19.4 \end{pmatrix}^{-1} \quad (28)$$

Table 1 Parameters of DMC

symbol	meaning	value
T_s	sampling period	2[min]
T_C	control period	2[min]
K	prediction start point	3[step]
M	length of control horizon	10[step]
P	length of prediction horizon	80[step]
A	length of model horizon	300[step]

(a) Step responses of the nominal plant model

(b) Ramp-like disturbance acting on the input u_2

(c) Result without the disturbance observer

(d) Result with the disturbance observer

Fig. 4 Simulation results with a ramp-like disturbance

【数値例 1】 外乱応答特性の検証

Fig. 4 にランプ状外乱に対する過渡特性を比較した検証結果を示す. 外乱オブザーバは (28) を用い, 性能指標 γ は 0.2 とおいた. Fig. 4(b) に印加したランプ状外乱を, Fig. 4(c) に外乱オブザーバを用いない場合の制御量 (CV) の波形を, Fig. 4(d) に外乱オブザーバを用いた場合の制御量の波形を示す. 横軸はステップ数を表す. また, おのおのの制御量に対する目標値を記号 SV で表記している.

外乱オブザーバを用いた場合のほうが, 外乱による制御量の目標値とのずれが減少し, 応答性が改善されているようす

(a) Step response of the unmodeled error

(b) Result without the disturbance observer

(c) Result with the disturbance observer

Fig. 5 Simulation results with an unmodeled error

がわかる。

【数値例2】 モデル誤差の影響の検証

Fig. 5 にモデル誤差 (Fig. 3 中の Δ) がある場合の目標値応答を比較した検証結果を示す。外乱オブザーバの性能指標 γ を 0.32 とおいた。モデル誤差 $\Delta(s)$ は (23) の Δ_c に属する次式に示す要素とした。

$$\Delta(s) = \delta(s) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (29)$$

ここで、 $\delta(s)$ は安定な SISO 伝達関数であり、Fig. 5(a) に示すステップ応答をもつ。

Fig. 5(b) に外乱オブザーバを用いない場合の制御量の波形を、Fig. 5(c) に外乱オブザーバを用いた場合の制御量の波形を示す。外乱オブザーバを用いた場合のほうが、特に制御量 y_2 に関して、目標値変更時の応答の乱れが減少しているようすがわかる。

【数値例3】 操作量制約条件保持の検証

Fig. 6 に、命題 3 の方法を用いて制約を保持した場合の、外乱に対する過渡特性を検証した結果を示す。Fig. 6(a) に加えた操作量 (MV) への外乱を、Fig. 6(b) に制御量の波形を、Fig. 6(c) に外乱オブザーバ出力と DMC の操作量変化量 (dMV) との加算値と変化量制約条件を、Fig. 6(d) に性能指標 γ の値を示す。命題 3 の方法によって、 γ の値が適宜調整されており、結果として、操作量変化量への制約が守られているようすがわかる。

【考察】 Fig. 4 および Fig. 6 において、ランプ状の外乱が加わった際に、外乱オブザーバによって制御量の定常偏差は減少するものの、0 には漸近収束しない。これは、提案する

(a) Disturbance acting on the input u_2

(b) CV and SV values

(c) dMV values and constraints

(d) Parameter γ of the observer gain

Fig. 6 Simulation results with gain adjustment for the input constraints

外乱オブザーバが実装の簡単のために、定数のオブザーバゲインを用いているためである。

また、Fig. 5 においては制御量がやや振動的となっている。 γ の値を 1 に近づけることでこの振動は改善可能であるが、外乱抑制効果が低下するため、これらのトレードオフを考慮した γ の調整方法が課題である。

5. おわりに

ステップ応答モデルに基づくモデル予測制御は多くの実用化例があり、大変有用であるが、ランプ状の外乱が加わると過渡的および定常的な予測誤差が生じ、追従性が損なわれる。この課題を克服し、外乱に強い安定した制御を実現するため、非観測外乱を補償する外乱オブザーバ機構を提案した。

提案手法はプラントの入力外乱を推定して打ち消すことで予測誤差を減少させ制御性能を向上させるものである。また、ゲイン調整によって操作量に関する制約条件を保証でき、モデルゲインの誤差の影響を抑制できる。

本手法はランプ状などのゼロ周波数で無限大のゲインをも

つ外乱について対処するための手法であり、ゼロ周波数でのハイゲイン化により性能改善を行なっている。よって、プラントの定常ゲイン情報を利用しているが、中高周波数においてのプラントの特性がどの程度予測誤差に影響を与えるかについては今後さらなる解析が必要である。

加えて、実プラントへの適用により、本提案方式の有効性を検証していく予定である。

参考文献

- 1) S. J. Qin and T. A. Badgwell: A Survey of Industrial Model Predictive Control Technology, *Control Engineering Practice*, **11**-7, 733/764 (2003)
- 2) P. Lundstrom, J. H. Lee, M. Morari and S. Skogestad: Limitations of dynamic matrix control, *Computers Chem. Engng.*, **19**, 409/421 (1995)
- 3) A. Hugo: Limitations of model predictive controllers, *Hydrocarbon Processing*, 83/88 (2000)
- 4) J. B. Froisy: Model predictive control—Building a bridge between theory and practice, *Computers Chem. Engng.*, **30**, 1426/1435 (2006)
- 5) J. M. Maciejowski: *Predictive Control with Constraints*, Pearson Education Limited (2002)
- 6) M. V. Kothare, V. Balakrishnan and M. Morari: Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities, *Automatica*, **32**, 1361/1379 (1996)
- 7) C. Liu and H. Peng: Disturbance observer based on tracking control, *J. of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, **122**, 332/335 (2000)
- 8) C. Liu and H. Peng: Inverse-dynamics based state and disturbance observers for linear time-invariant systems, *J. of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, **124**, 375/381 (2002)
- 9) 西田, 藤森, 伊藤: 産業用電力応用プラントの制御技術, 富士時報, **70**-10, 522/527 (1997)
- 10) R. K. Wood and M. W. Berry: Terminal composition control of a binary distillation column, *Chem. Engng. Science*, **28**, 1707/1717 (1973)
- 11) 丹下, 中沢, 松井, 松本, 西田: 多変数外乱オブザーバーを用いたモデル予測制御, 第9回計測自動制御学会制御部門大会 (2009)
- 12) Y. Tange, C. Nakazawa and T. Matsui: A Multi-variable Disturbance Observer for Model Predictive Control, *Proc. 17th Mediterranean Conference on Control & Automation*, Thessaloniki, Greece, 856/861 (2009)

【付 録】

A. 命題1の証明

行列 $F(0)$ および $G(0)$ に(16)を代入することにより、次式を得る。

$$\begin{aligned} F(0) &= (\theta^2 - \gamma^{-2} + 1) VD^T D V^T, \\ G(0) &= 2\theta UE_1 U^T, \\ E_1 &\equiv \begin{pmatrix} I_r & 0_{r, N_{CV}-r} \\ 0_{N_{CV}-r, r} & 0_{N_{CV}-r, N_{CV}-r} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (A.1)$$

これより、つぎのように(15)が満たされる。

$$\begin{aligned} F(0) + P_n^*(0)G(0)P_n(0) &= ((\theta + 1)^2 - \gamma^2) VE_2 V^T = 0, \\ E_2 &\equiv \begin{pmatrix} D_1^2 & 0_{r, N_{MV}-r} \\ 0_{N_{MV}-r, r} & 0_{N_{MV}-r, N_{MV}-r} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (A.2)$$

B. 命題2の証明

次式の関係を用いる。

$$\begin{aligned} LP_{n0} &= \theta VD^* U^T U D V^T = \theta VE_1 V^T, \\ P_{n0}^T P_{n0} &= VD^2 V^T = VE_2 V^T \end{aligned} \quad (B.1)$$

これより、次式を得る。

$$\begin{aligned} & T_{\Delta}^*(0) T_{\Delta}(0) - \gamma^2 V_{\Delta}^*(0) V_{\Delta}(0) \\ &= \Delta(0)^T \{I + (I + \Delta(0))LP_{n0}\}^{-T} P_{n0}^T P_{n0} \\ &\quad \times \{I + (I + \Delta(0))LP_{n0}\}^{-1} \Delta(0) - \gamma^2 \Delta(0)^T P_{n0}^T P_{n0} \Delta(0) \\ &= \Delta(0)^T \{I + (I + \Delta(0))LP_{n0}\}^{-T} \Phi \\ &\quad \times \{I + (I + \Delta(0))LP_{n0}\}^{-1} \Delta(0), \\ \Phi &= P_{n0}^T P_{n0} - \gamma^2 \{I + (I + \Delta(0))LP_{n0}\}^T P_{n0}^T P_{n0} \\ &\quad \times \{I + (I + \Delta(0))LP_{n0}\} \\ &= \{(1 - \gamma^2) - 2(k+1)\theta\gamma^2 - \{(k+1)\theta\}^2 \gamma^2\} VE_2 V^T \\ &= \{1 - \{(k+1)\theta + 1\}^2 \gamma^2\} VE_2 V^T \end{aligned} \quad (B.2)$$

ここで、 $\Phi \geq 0$ であるための必要十分条件は

$$1 - \{(k+1)\theta + 1\}^2 \gamma^2 \geq 0 \quad (B.3)$$

これは次式の γ について成り立つ。

$$\gamma = \frac{1}{(k+1)\theta + 1} = \frac{1}{(k+1)\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) + 1} = \frac{\alpha}{1 + (1-\alpha)k} \equiv \beta \quad (B.4)$$

(23) および (24) より、 β が (25) の不等式を満たすことは明らか。

C. 命題3の証明

外乱オブザーバ出力 q を

$$q = \theta f, f \equiv VD^* U^T e \in R^{N_{MV}} \quad (C.1)$$

とおく。DMCの1ステップ先の操作変化量出力 $du_f(1)$ と外乱オブザーバ出力 q の和を du_{0+} とおくと、

$$\begin{aligned} u_{0+f} &= u_{0j} + du_{fj}(1) + q_j = a_{0j} + du_{fj}(1) + \theta f_j, \\ du_{0+j} &= du_{fj}(1) + q_j = du_{fj}(1) + \theta f_j \end{aligned} \quad (C.2)$$

となる。今、 $du_f(1)$ は制約(26)を満たしているので、

$$\begin{aligned} b_{1j} &\equiv u_{j \max} - (u_{0j} + du_{fj}(1)) \geq 0, \\ b_{2j} &\equiv u_{j \min} - (u_{0j} + du_{fj}(1)) \leq 0, \\ b_{3j} &\equiv du_{j \max} - du_{fj}(1) \geq 0, \\ b_{4j} &\equiv du_{j \min} - du_{fj}(1) \leq 0 \end{aligned} \quad (C.3)$$

が成り立つ。よって、つぎの不等式

$$1 \geq \theta \cdot \max_{\substack{i=1,2,3,4, \\ j=1,\dots,N_{MV}}} \left(\frac{f_j}{b_{ij}} \right) = (\gamma^{-1} - 1) \cdot \max_{\substack{i=1,2,3,4, \\ j=1,\dots,N_{MV}}} \left(\frac{f_j}{b_{ij}} \right) \quad (C.4)$$

が満たされれば、修正後の操作量 u_{0+} と操作変化量 du_{0+} は制約を保持するが、これは γ の調整によりいつでも可能である。

[著者紹介]

丹下 吉雄 (正会員)

2002年東京大学大学院情報理工学系研究科システム情報学専攻修士課程修了。2006年同博士課程単位取得退学。同年富士電機アドバンステクノロジー(株)に入社。現在、富士電機システムズ(株)。主として制御系ソフトウェアに関する研究開発に従事。

松井 哲郎

1988年横浜国立大学工学部情報工学科卒業。同年富士電機(株)に入社。現在、富士電機システムズ(株)。主として電力系統や産業システムのインテリジェントシステム、予防保全技術に関する研究に従事。電気学会、人工知能学会会員。

松本 宏治 (正会員)

1991年東京理科大学理学部応用物理学学科卒業。同年富士電機(株)に入社。現在、富士電機システムズ(株)。主として電動応用分野のプラントのシステム設計業務に従事。

西田 英幸

1993年大阪大学大学院基礎工学研究科物理系専攻電気工学分野修了。同年富士電機(株)に入社。現在、富士電機システムズ(株)。主として電動応用分野のプラントのシステム設計業務に従事。電気学会会員。