遷移沸騰領域における冷却制御のモデリングと安定性解析

中 川 繁 政*・平 田 健太郎**・杉 本 謙 二**

Modeling and Stability Analysis of Cooling Control in the Transition Boiling Region

Shigemasa NAKAGAWA*, Kentaro HIRATA** and Kenji SUGIMOTO**

This paper proposes a new model for cooling control in the transition boiling region. The temperature dependence of the cooling process gain is expressed via a nonlinear state space form. The stability of cooling control is analyzed by applying the sum of squares technique to this model. Simulation results show that the gain of PI controller should be reduced as target temperatures become small in the transition boiling region.

Key Words: cooling control, modeling, stability analysis, feedback control, transition boiling region

1. 緒 言

近年、地球温暖化対策としてCO₂削減が大きな問題となっており、自動車用素材である薄鋼板についても、自動車軽量化の観点から、高強度で加工性の良い高張力鋼板のニーズが増えてきている。

熱延薄鋼板における高張力鋼板（以下、熱延高張力鋼板）は、熱延ミルと呼ばれる設備において、1200°C 近辺まで加熱されたスラブ（約 270 mm 厚）から圧延ロールにて熱間圧延され、所望の板厚まで薄くされた後に、ランアウトテーブル冷却装置で所定の温度（巻取温度という）まで冷却されて製造される。この際、熱延高張力鋼板の製品特性は、巻取温度の影響を強く受けるため、巻取温度制御の高精度化は重要な課題である。

巻取温度制御では、従来より各種の取り組みがなされてきているが、鋼板の巻取温度予測に基づくフィードフォワード制御が基本となっている^{1)~3)}。もっとも実際の操業においては、巻取温度計算値と巻取温度測定値との間の誤差の発生は不可避であるため、実績巻取温度が目標巻取温度に一致するようにフィードバック制御が併せて実施される。このフィードバック制御には、巻取温度計にできるだけ近接した冷却バンクをフィードバック専用の冷却バンク（バーニアバンクと称される）として使用する方法が通常行なわれている^{2), 4)~6)}。

一般に熱延高張力鋼板の製造では、目標巻取温度が比較的低温（550°C 以下）に設定されることが多い。この温度領域は後述するように遷移沸騰領域と呼ばれ、鋼板表面での水冷熱伝達率変化がそれ以上の温度域に比べて大きく変化する^{7), 8)}。その結果として巻取温度制御精度が悪化することが、従来より問題とされてきた。成田ら⁷⁾は、見かけ上のプロセスゲインの増大に伴い制御系が不安定となることが精度悪化につながっていると考察している。しかしながらこれまではどちらかといえば現象の定性的な理解にとどまっており、プロセスゲインが状態量の一つである温度に依存するという非線形挙動のモデル化や安定性解析などの定量的な検討は行なわれてこなかった。

一方、非線形システムの安定性解析や制御系設計に有効な手法として多項式二乗和（Sum Of Squares）を用いた方法が近年開発されてきている^{9)~13)}。多項式二乗和に基づくロバスト制御系設計¹¹⁾、Prajna ら⁹⁾による非線形システムの制御系設計方法の開発、加藤ら¹⁰⁾による状態依存むだ時間系に対する安定性解析への応用、青木ら¹²⁾や市原ら¹³⁾によるゲインスケジューリング制御への応用などがその一例である。

そこで、本論文では、冷却工程のプロセスゲインが鋼板温度に依存するという前提のもとで、冷却制御の非線形状態空間モデルを導き、遷移沸騰領域における冷却制御の安定性解析を行なうことを目的とする。

本論文の構成は以下のとおりである。まず、第 2 章では、遷移沸騰熱伝達の概要とそのモデル化について述べる。第 3 章では、遷移沸騰領域での冷却制御のモデリングについて記す。第 4 章では、多項式二乗和に基づく方法を用いて冷却制御の安定性解析を行なう。第 5 章では、数値実験による冷却制御の安定性解析結果を示し、遷移沸騰領域でのパラメータ変化と安定化限界ゲインの関係について述べる。

* 住友金属工業（株）総合技術研究所 鹿嶋市光 3 番地

** 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科
生駒市高山町 8916-5

* Corporate Research & Development Laboratories, Sumitomo Metal Industries, Ltd., 3 Hikari, Kashima

** Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology, 8916-5 Takayama-cho, Ikoma
(Received January 28, 2011)
(Revised February 22, 2012)

Fig. 1 Cooling process

Fig. 2 Boundary condition of strip surface

2. 鋼板冷却にける遷移沸騰熱伝達

本章では、鋼板冷却における遷移沸騰熱伝達の概要とそのモデル化について説明した後、本研究の動機付けとして、目標巻取温度が遷移沸騰領域にあるような低温巻取材（目標巻取温度がおおむね 550°C 以下）での冷却制御の課題について述べる。

2.1 遷移沸騰熱伝達のモデル化

熱延ミルでは、仕上圧延後の鋼板を Fig. 1 に示すような冷却装置にて上下面から水冷する。この際、冷却過程における鋼板温度は、次式に示す板厚方向 1 次元熱伝導方程式により表わされる²⁾。

$$c(T)\rho\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (1)$$

ここで、 T は鋼板温度、 x は板厚方向位置、 t は時間、 c 、 ρ 、 λ はそれぞれ鋼板の比熱、密度、熱伝導率である (Fig. 2)。

鋼板の上面および下面における境界条件は、以下のように与えられる。

$$-\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \bigg|_{x=h/2} = q_r + q_c + q_{wu} \quad (2)$$

$$-\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \bigg|_{x=-h/2} = -(q_r + q_c + q_{wd}) \quad (3)$$

ここで、 h は板厚、 q_{wu} 、 q_{wd} は上面および下面の水冷却熱流束、 q_c 、 q_r はそれぞれ対流熱流束、輻射熱流束である。

輻射熱流束 q_r は、ステファン・ボルツマンの法則より、次式で与えられる。

$$q_r = \sigma \epsilon \left\{ \left(\frac{T_s + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_a + 273}{100} \right)^4 \right\} \quad (4)$$

Fig. 3 Boiling curve

Status	Nucleate Boiling	Transition Boiling	Film Boiling
Aspect	Water Bubble Strip Surface	Water Vapor Film Strip Surface	Water Vapor Film Strip Surface

Fig. 4 Schematic diagram of three kinds of boiling

ここで、 T_s 、 T_a はそれぞれ鋼板表面温度、雰囲気温度であり、 σ はステファン・ボルツマン定数、 ϵ は放射率である。

また、対流熱流束 q_c は、 H_a を対流熱伝達率として、下記で与えられる。

$$q_c = H_a(T_s - T_a) \quad (5)$$

鋼板が冷却される際の水冷却熱流束は、Fig. 3 に示す沸騰曲線からわかるように、膜沸騰状態から遷移沸騰状態に移行すると急激に増加する。これは、鋼板表面全体で鋼板と冷却水の間に蒸気膜が存在する膜沸騰状態では水冷却熱伝達率がほぼ一定で熱流束変化が少ないのに対し、蒸気膜が部分的に崩壊する遷移沸騰状態では現象が非定常になり、水冷却熱流束の大幅な変動が生じること起因する (Fig. 4)。

そこで、水冷却熱流束については、冷却過程の沸騰熱伝達機構に着目して、つぎのようなモデルを考える¹⁴⁾。以下では、上表面の水冷却熱流束 q_{wu} についてのみ記すが、下表面についても同様である。なお、 u は上面を表わす添え字とする。

水冷却熱流束が極小になる温度を極小熱流束 (MHF) 点と呼び、このときの温度を T_{MHF} で表わす。また水冷却熱流束が極大になる温度を限界熱流束 (CHF) 点と呼び、このときの温度を T_{CHF} で表わす。これらは、Dhir-Puroit の定式化¹⁵⁾に従い、サブクール度 ΔT_{SUB} を用いて、以下のようにモデル化できる。

$$\Delta T_{SUB} = T_{SAT} - T_w \quad (6)$$

$$T_{MHF} = T_{m0} + T_{m1}\Delta T_{SUB} \quad (7)$$

$$T_{CHF} = T_{c0} + T_{c1}\Delta T_{SUB} \quad (8)$$

ここで、 T_{SAT} 、 T_w はそれぞれ冷却水飽和温度、冷却水温度、 T_{m0} 、 T_{m1} 、 T_{c0} 、 T_{c1} は MHF 点温度および CHF 点温度にかかわる定数である。

(A) 膜沸騰領域 ($T_s \geq T_{MHF}$)

$$q_{wu} = q_{F,u} = H_{F,u}(T_{s,u} - T_w) \quad (9)$$

$$H_{F,u} = b_u W_u^{c_u} V^e (1 + r \Delta T_{\text{SUB}})^{-1} \quad (10)$$

ここで、 $q_{F,u}$ は膜沸騰領域での水冷熱流束、 $H_{F,u}$ は膜沸騰領域での水冷熱伝達率、 $T_{s,u}$ は銅板表面温度、 W_u は冷却水量密度、 V は銅板速度、 b_u 、 c_u 、 e 、 r は膜沸騰領域での水冷熱伝達率にかかわる定数である。

(B) 核沸騰領域 ($T_s \leq T_{\text{CHF}}$)

通常、目標巻取温度はこの温度範囲外にあるので、ここでは $T_s = T_{\text{CHF}}$ における限界熱流束の算出のみに使用する。

$$q_{wu} = q_{N,u} = a_u W_u^{c_u} V^e \quad (11)$$

ここで、 $q_{N,u}$ は限界熱流束、 a_u は限界熱流束にかかわる定数である。

(C) 遷移沸騰領域 ($T_{\text{CHF}} < T_s < T_{\text{MHF}}$)

固液接触の空間平均に関する Kalinin らの考え方¹⁶⁾に従い、固液接触面積割合 F_u を用いて、以下のように考える。

$$q_{wu} = q_{t,u} = F_u q_{N,u} + (1 - F_u) q_{F,u}|_{T_{s,u}=T_{\text{MHF}}} \quad (12)$$

$$F_u = \frac{T_{\text{MHF}} - T_{s,u}}{T_{\text{MHF}} - T_{\text{CHF}}} \quad (13)$$

水冷熱流束については、銅板の表面温度に応じて、膜沸騰領域では (9) 式を、遷移沸騰領域では (12) 式を用いる。

水冷熱伝達率 h_{wu} は、水冷熱流束 q_{wu} より求められる。

$$h_{wu} = q_{wu} / (T_{s,u} - T_w) \quad (14)$$

冷却過程における銅板温度は、熱伝導方程式 (1) を境界条件 (2) 式、(3) 式のもとで、有限差分法を用いて解くことにより、計算することができる。

上記に提案した遷移沸騰熱伝達率モデルを用いて、仕上圧延機出側温度 FT を初期温度として、中間温度 IT および巻取温度 CT を計算した例 (板厚 4.54 mm, 目標巻取温度 430°C, サンプリグ間隔 5.6 m) を Fig. 5 に示す。中間温度計算値 IT_{cal} 、巻取温度計算値 CT_{cal} とともに、それぞれ中間温度実績値 IT_{act} 、巻取温度実績値 CT_{act} に全長にわたっておおむね一致していることがわかる。また、本提案モデルによる水冷熱伝達率の変化を Fig. 6 に示す。遷移沸騰領域での銅板冷却に際し、銅板表面温度の低下に伴い水冷熱伝達率が高くなるモデルになっていることが Fig. 6 からわかる。なお、Fig. 6 中の水冷熱伝達率は冷却水量密度を $W = 1$ に換算したもので表わしている。また、熱流束に関するパラメータは、 $a_u = 1.4 \times 10^6$ 、 $b_u = 1.167 \times 10^3$ 、 $c_u = 0.425$ 、 $e = -0.08$ 、 $r = 1.667 \times 10^{-3}$ とした。

さらに実機試験の結果として、提案モデルを用いた巻取温度計算値と巻取温度実績値の比較を Fig. 7 に示す。ここで、Fig. 7 中のプロットは計算値、実績値ともコイル中央部の平均値としている。冷却水温 $T_W = 38^\circ\text{C}$ のオフラインデータによる結果、および、 $T_W = 33^\circ\text{C}$ の実機試験結果データとも、巻取温度計算値がおおむね $\pm 20^\circ$ の精度で計算できていることがわかる (実機試験結果に対する計算温度偏差の $\bar{x} = 5.7^\circ\text{C}$ 、

Fig. 5 Calculated temperatures using the proposed heat transfer coefficient model in the transition boiling region (FT : finishing temperature, IT : intermediate temperature, CT : coiling temperature)

Fig. 6 Calculated heat transfer coefficient by the proposed model (converted value so that $W=1$)

Fig. 7 Calculated CT vs. measured CT (mean temperatures in the middle points of the strips)

$\sigma = 10.6^\circ\text{C}$).

2.2 遷移沸騰領域における冷却制御の課題

遷移沸騰領域においては、Fig. 6 からわかるように銅板冷却に際して水冷熱伝達率が大きく変化する。このため、目標巻取温度が遷移沸騰領域にある低温巻取材では巻取温度制御精度が悪化する^{3), 7), 8), 17)}。

成田ら^{7),8)}は低温巻取材の安定製造を図るための手段として緩冷却ノズルの開発を行なっている。また、中川ら³⁾は、遷移沸騰領域での水冷の不安定性を回避するため、バーニアバンク型のフィードバック制御¹⁸⁾を用いずに、鋼板冷却のダイナミック制御（鋼板上に複数の仮想的な制御点を設け、制御点の位置をトラッキングしながら各制御点の温度予測計算を行ない、予測温度が目標温度と一致するように冷却装置の設定計算を行なう方式）が狙う目標値を巻取温度偏差（＝目標巻取温度－実績巻取温度）に基づきPI制御する方法を提案している。しかしながら、この方法は実績巻取温度によるフィードバック制御をダイナミック制御の目標値変更を通して間接的に行なうため、応答性の面で問題がある。

本来、実績巻取温度を用いたフィードバック制御には、応答性の面からはバーニアバンク型が望ましく、実際、目標巻取温度が膜沸騰領域にある場合、あるいはおおむね550℃以上の場合にはバーニアバンク型のフィードバック制御が実用化されている^{18),19)}。

したがって、目標巻取温度が遷移沸騰領域にあるような低温巻取材に対して、バーニアバンク型のフィードバック制御を適用し巻取温度制御の高精度化を図るには、遷移沸騰領域での鋼板冷却に関して、鋼板温度に依存した冷却制御のモデリングを行ない、遷移沸騰冷却におけるプロセスゲインと制御系安定性の関係を明らかにすることが必要である。

3. 遷移沸騰領域における冷却制御のモデリング

前章では、鋼板水冷時の鋼板温度の変化を表す物理モデル(1)と遷移沸騰熱伝達の物理モデル(12), (13), (14)について説明したが、本章では、次章で行なう安定性解析の準備として、遷移沸騰領域における冷却制御に関し、非線形状態方程式によるモデリングを行なう。

鋼板温度に関しては巻取温度計位置での鋼板温度に着目し、鋼板温度の内部温度分布については代表点1点で集中化できるものとする。また、熱流束あるいは熱伝達率については、上下面の平均値で考えるものとする²⁾。

上記の前提で、仕上出口温度からの温度降下量に着目して冷却制御のモデリングを行なう。ここでは、Hinrichsenら⁶⁾にて取り上げられている冷却スプレーが集中化した制御系を考えることとする。制御系のブロック線図をFig. 8に示す。冷却工程を1次遅れ系のプロセスと考え、冷却工程による温度降下量が目標温度降下量となるようにPI制御器にて冷却スプレーバルブを制御する系である。ただし、移送遅れのむだ時間 T_d については、冷却帯内の注水環境下で鋼板温度を高精度に測温できる温度計（ファウンテン・パイロメーター）の開発^{20),21)}などによって近年ますます計測むだ時間を低減できる方向にあり、ここでは $T_d = 0$ とする。

膜沸騰領域の水冷熱伝達率の変化は遷移沸騰領域のそれに比べてかなり小さいので、一定と近似してよい。これは以下の(15)式のプロセスゲイン K_C を固定値にとることに相当する⁶⁾。一方、本論文では遷移沸騰領域での鋼板冷却を考え

Fig. 8 Block diagram

るので、(12)式に基づいて、プロセスゲイン K_C をつぎのようにモデル化する。

$$K_C = \beta(\theta - \theta_{MHF}) + \alpha_0 \quad (\theta > \theta_{MHF}) \quad (15)$$

ここで、 θ は鋼板温度の仕上温度 FT からの温度降下量、 θ_{MHF} は仕上温度 FT からの温度降下量で表現した鋼板のMHF点、 $\alpha_0 > 0$ はMHF点でのプロセスゲインに相当するパラメータ、 $\beta > 0$ はプロセスゲインの温度依存性を表わすパラメータである。

温度計の特性を次式で表わす。

$$\frac{d}{dt}\theta_y(t) = \frac{1}{T_Y} (K_Y\theta(t) - \theta_y(t)) \quad (16)$$

ここで、 θ_y は鋼板温度の仕上温度からの温度降下量計測値、 K_Y 、 T_Y はそれぞれ温度計特性のゲインおよび時定数である。

冷却工程の特性を次式で表わす。

$$\frac{d}{dt}\theta(t) = \frac{1}{T_C} \{K_C(w(t) - d(t)) - \theta(t)\} \quad (17)$$

ここで、 w は冷却水量、 d は外乱、 T_C は冷却工程の時定数である。

冷却スプレーバルブの特性を次式で表わす。

$$\frac{d}{dt}w(t) = \frac{1}{T_V} (K_V u(t) - w(t)) \quad (18)$$

ここで、 u はPI制御器の出力、 K_V 、 T_V はそれぞれバルブ特性のゲインおよび時定数である。

PI制御器を次式で表現する。

$$u(t) = K_P \left\{ (\theta_{aim} - \theta_y(t)) + \frac{1}{T_I} \int_0^t (\theta_{aim} - \theta_y(\tau)) d\tau \right\} \quad (19)$$

ここで、 θ_{aim} は仕上温度からの温度降下量で表現した鋼板の目標温度、 K_P 、 T_I はそれぞれPI制御器の比例ゲインおよび時定数である。

このとき、平衡点からの偏差を考え、状態量 $x(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)]^T \in R^4$ を以下のようにとる。

$$x_1(t) = w(t) - \frac{\theta_{aim}}{K_Y K^*} \quad (20)$$

$$x_2(t) = \theta(t) - \frac{\theta_{aim}}{K_Y} \quad (21)$$

$$x_3(t) = \theta_y(t) - \theta_{aim} \quad (22)$$

$$x_4(t) = \int_0^t (\theta_y(\tau) - \theta_{aim}) d\tau + \frac{\theta_{aim}}{g K_V K_P K_Y K^*} \quad (23)$$

ここで、

$$K^* = \beta \left(\frac{\theta_{\text{aim}}}{K_Y} - \theta_{\text{MHF}} \right) + \alpha_0 \quad (24)$$

である。また、 $g = 1/T_I$ である。

このとき、次式のような非線形状態空間モデルを導くことができる。

$$\frac{d}{dt}x(t) = A(x)x(t) + E(x)d(t) \quad (25)$$

ここに、 $A(x), E(x)$ は x に依存した行列で、それぞれ (26), (27) 式で与えられる。

$$A(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_V} & 0 & -\frac{K_V K_P}{T_V} & -\frac{K_V K_P}{T_V T_I} \\ \frac{K^* + \beta x_2}{T_C} & \frac{\beta \theta_{\text{aim}} - K_Y K^*}{T_C K_Y} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_Y}{T_Y} & -\frac{1}{T_Y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$E(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{K^* + \beta x_2}{T_C} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

4. 安定性解析の手法

本章では、前章の冷却制御のモデリングに基づき、遷移沸騰領域における冷却制御の安定性解析を行なう。

以下では、フィードバック制御系の安定性を考察するため、つぎのシステムを考える。

$$\frac{d}{dt}x(t) = A(x)x(t) \quad (28)$$

一般に、(28) 式のような非線形システムに対して大域的な Lyapunov 関数を見つけることは容易ではないため、Prajna らによる多項式二乗和による局所安定解析法^{9), 10)}を適用する。

【定義 1】ベクトル変数 $z = [z_1, \dots, z_p]^T$ に対するスカラー関数 $\psi(z)$ が

$$\psi(z) = \sum_{j=1}^N \phi_j(z)^2, \quad \phi_j(z) : z_1, \dots, z_p \text{ の多項式} \quad (29)$$

のように表わされるとき、多項式二乗和（以下では SOS (Sum Of Squares) と略記）であるという。

このとき、以下の定理が知られている。

【定理 1】⁹⁾ 領域 X を関数 $g(\cdot)$ と正数 γ を用いて以下のように定める。

$$g(x) = (\gamma^2 - \|x\|^2)/\gamma^2 \quad (30)$$

$$X \equiv \{x \in R^n \mid g(x) > 0\} \quad (31)$$

このとき、

$$V(x) - \sigma_1(x)g(x) - \epsilon_1\|x\|^2 \text{ は SOS} \quad (32)$$

$$-\sum_{i=1}^n \frac{\partial V(x)}{\partial x_i} \dot{x}_i - \sigma_2(x)g(x) - \epsilon_2\|x\|^2 \text{ は SOS} \quad (33)$$

となるような関数 $V(\cdot)$ 、定数 $\epsilon_1 > 0$ 、 $\epsilon_2 > 0$ および SOS 関

Table 1 Simulation parameters

β	0.222	FT	850	K_V	1.0
α_0	22.2	T_{MHF}	600	T_V	0.5
T_I	10	θ_{MHF}	250	K_Y	1.0
T_C	5.0	T_d	0.0	T_Y	1.0

数 $\sigma_1(\cdot)$ 、 $\sigma_2(\cdot)$ が存在するならば、領域 X においてシステム (28) の原点は局所漸近安定である。

以下の安定性解析では、計算上の複雑さを減らすために Lyapunov 関数のクラスを 2 次形式に限定する。このとき、以下の系が直ちに導かれる。

【系 2】⁹⁾ システム (28) と領域 X (31) が与えられているとする。このとき、対称行列 P 、定数 $\epsilon_1 > 0$ 、 $\epsilon_2 > 0$ 、および SOS 関数 $\sigma_1(\cdot)$ 、 $\sigma_2(\cdot)$ が存在し、以下の条件を満足するものとする。

$$x^T P x - \sigma_1(x)g(x) - \epsilon_1\|x\|^2 \text{ は SOS}, \quad (34)$$

$$-x^T \{A(x)^T P + P A(x)\} x - \sigma_2(x)g(x) - \epsilon_2\|x\|^2 \text{ は SOS}. \quad (35)$$

このとき、システム (28) の原点は、領域 X において局所漸近安定である。

5. 数値実験による安定化ゲインの限界評価

本章では、前章で述べた多項式二乗和を用いた安定性解析の数値実験結果について述べる。具体的には遷移沸騰領域における冷却制御の安定限界を求める数値シミュレーションの結果について考察する。

数値実験は、MATLAB、多項式二乗和のための数値解析ツール SOSTOOLS²²⁾ および SeDuMi²³⁾ を用いて実施した。数値実験のパラメータを Table 1 に示す。

目標温度 θ_{aim} は目標巻取温度 CT_{aim} から決定される。固定した積分時間 T_I に対して、安定化ゲイン K_P の最大値 K_{max} を系 2 に基づく多項式二乗和を用いた安定性解析により計算した。具体的には、固定した T_I のもとで、 K_P を漸増させて系 2 の判定条件を適用し、安定限界となるゲインを数値的に求めた。条件 $(CT_{\text{aim}}, \gamma) = (450, 30)$ の場合には、 $K_{\text{max}} = 0.15$ が得られ、以下のような Lyapunov 関数 $V(x)$ が見つかった。

$$V(x) = x^T P x, \quad (36)$$

$$P = \begin{bmatrix} 95.88 & 13.27 & -6.90 & 7.24 \\ 13.27 & 3.04 & -0.93 & 1.42 \\ -6.90 & -0.93 & 2.88 & -0.33 \\ 7.24 & 1.42 & -0.33 & 1.93 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

パラメータ γ の K_{max} に対する影響を Table 2 に示す。目標巻取温度 CT_{aim} を 450 に固定して、 γ の値を 1 から 30 に変化させた。パラメータ γ は領域 X の大きさを決定するので、プロセスゲインがより広い範囲で変動する条件のもとで安定性を保証するには許容ゲインの最大値は小さくせねば

Table 2 Maximum stabilizing gain ($CT_{\text{aim}}=450$)

γ	1	5	10	15	30
K_{max}	0.183	0.175	0.170	0.165	0.150

Table 3 Maximum stabilizing gain ($\gamma=30$)

CT_{aim}	450	475	500	525	550
K_{max}	0.150	0.159	0.168	0.179	0.188

Fig. 9 K_{max} vs. CT_{aim} for different γ values **Fig. 10** Time response of strip temperature ($CT_{\text{aim}} = 450$)

ならないことがわかる。

つぎに CT_{aim} と K_{max} の関係を調べた結果を **Table 3** に示す。目標巻取温度 CT_{aim} が増加するにつれ、MHF 点に近づくのでプロセスゲインの値は小さくなる。したがって、相対的に大きな比例ゲインを用いることができる。

目標巻取温度 CT_{aim} およびパラメータ γ を変化させた場合の K_{max} を **Fig. 9** に示す。目標巻取温度 CT_{aim} が低いほど、また、 γ を大きく取れば、 K_{max} が小さくなることがわかる。

目標巻取温度 $CT_{\text{aim}} = 450$ で、ステップ状の外乱が 5～30 sec の間に印加された場合の応答を数値シミュレーションにより求めた。比例ゲイン K_P を限界ゲイン ($\gamma = 1$ の場合の K_{max}) の 0.9 倍および 1.1 倍とした場合の数値実験結果を **Fig. 10** の (a)(b) に示す。比例ゲイン K_P を限界ゲインの 1.1 倍とした場合には、制御系が不安定になる。また、同

Fig. 11 Time response of strip temperature ($CT_{\text{aim}} = 500$) **Fig. 12** K_{max} vs. CT_{aim} for different T_{MHF} values ($\gamma = 1$) **Fig. 13** K_{max} vs. CT_{aim} for different β values ($\gamma = 1$)

じゲインを目標巻取温度 $CT_{\text{aim}} = 500$ の場合に用いた結果を **Fig. 11** に示すが、この場合には応答は不安定とはならない。これらの結果より、得られた安定化ゲインの評価は妥当で、保守的すぎないことがいえる。以上より、目標巻取温度が遷移沸騰領域にある場合には、目標巻取温度が低くなるほど PI 制御器の比例ゲインを低目に抑える必要があることがわかる。

冷却工程のプロセスゲイン K_C は (15) 式でモデル化されているので、MHF 点 $T_{\text{MHF}} (= FT - \theta_{\text{MHF}})$ に依存する。MHF 点 T_{MHF} が高くなれば、 K_{max} の値は **Fig. 12** に示すように CT_{aim} の各点で小さくなる。

また、プロセスゲイン K_C の変化はパラメータ β に依存するので、 β に対する CT_{aim} と K_{max} の関係を図示したものを **Fig. 13** に示す。パラメータ β が大きくなるほど、 K_{max} は小さくなることがわかる。パラメータ β はプロセスゲインの温度依存性の度合を表わすものと考えられるので、鋼種による鋼板表面性状などが原因で、プロセスゲインの温度依存性が高くなった場合には制御ゲインをより小さくする必要が出てくる。

6. 結 言

本論文では、遷移沸騰領域における冷却制御をプロセスゲインが鋼板温度で変化する非線形状態空間モデルで表現し、多項式二乗和を用いた安定性解析を行なった。目標温度が遷移沸騰領域にある場合には、目標温度が低くなるほどPI制御器の比例ゲインを低目に抑える必要があることを数値実験結果とともに示した。

今回は制御器をPI制御器に限定して安定性解析を行なったが、遷移沸騰領域でのプロセスゲイン変化を考慮に入れた状態フィードバック制御系設計については現在検討中である。さらに沸騰曲線 (Fig. 3) 全体を、より高次の非線形関数で近似した、適用範囲の広いモデルに基づく検討も今後の課題としたい。

参 考 文 献

- 1) F. Hollander: Design and control for advanced runout table processing, *Iron and Steel Engineer*, **48-3**, 81/92 (1971)
- 2) 高橋亮一: 鉄鋼業における制御, コロナ社 (2002)
- 3) 中川, 橋: ホットストリップミルにおける鋼板の高精度ダイナミック冷却履歴制御, 計測自動制御学会論文集, **45-4**, 233/240 (2009)
- 4) 今成, 藤山: 熱間薄板圧延における巻取り温度制御, 電学論D, **125-12**, 1105/1112 (2005)
- 5) T. Tsukuda, Y. Nishida, T. Shirasaki, S. Nishino, H. Hasegawa, M. Kobayashi, K. Doi and T. Okuno: Development of cooling control technology on hot strip mill, *Proceedings of the 10th International Conference on Steel Rolling*, 507/512 (2010)
- 6) E.N. Hinrichsen: Hot strip mill runout table cooling—A system view of control, operation, and equipment, *Iron and Steel Engineer*, **53-10**, 29/34 (1976)
- 7) 成田, 秋山, 大和田, 堀, 寺本: 緩冷却ノズルの開発 (緩冷却を用いた高精度巻取温度制御 第2報), *CAMP-ISIJ*, **6**, 1442 (1993)
- 8) 成田, 加藤, 秋山, 大和田, 見崎, 寺本: 緩冷却を用いた高精度巻取温度制御, *CAMP-ISIJ*, **7**, 431/434 (1994)
- 9) S. Prajna, A. Papachristodoulou and F. Wu: Nonlinear Control Synthesis by Sum of Squares Optimization: A Lyapunov-based Approach, *Proc. ASCC, WM3* (2004)
- 10) 加藤, 平田, 杉本: 状態依存むだ時間系の非線形モデル表現とSOS解析, システム制御情報学会論文誌, **21-4**, 103/110 (2008)
- 11) 大石泰章: 2乗和多項式に基づくロバスト制御系設計, *SICEセミナー「実践的な制御系設計—(ポスト) ロバスト制御の最前線—」* テキスト, 71/88 (2007)
- 12) 青木, 高見, 大石: 2乗和多項式に基づくクレーンのゲインスケジュールド制御, 計測自動制御学会論文集, **45-4**, 208/214 (2009)
- 13) 市原, 川田: SOSに基づくアクロバットのゲインスケジューリング制御—姿勢制御実験による検証—, 計測自動制御学会論文集, **46-7**, 373/382 (2010)
- 14) 中川, 焼田, 橋: 熱延鋼板の巻取温度制御方法, 特開 2000-317513, 2000.11.21 (特許第 3480366 号, 2003.10.10)
- 15) V.K. Dhir and G.P. Purohit: Subcooled film-boiling heat transfer from sphere, *Nucl. Eng. Des.*, **47-1**, 49/66 (1978)
- 16) E.K. Kalinin, I.I. Berlin and V.V. Kostiouk: Transition boiling heat transfer, *Adv. Heat Transf.*, **18**, 241/323 (1987)
- 17) 加藤, 網野, 富山, 秋山, 堀, 柏崎: 熱延冷却制御システムの開発 (緩冷却を用いた高精度巻取温度制御—1), *CAMP-ISIJ*, **6**, 1441 (1993)
- 18) M. Ono, T. Kurokawa, F. Hirao, E. Takeda and K. Nakano: The computer control system of hot strip coiling temperature, *IFAC 7th World Congress*, 159/166 (1978)
- 19) 高橋, 大島, 橋, 本城, 山本, 木村, 蔵町: ホットラン冷却制御システムの開発, 鉄と鋼, **71-12**, S1152 (1985)
- 20) 本田, 植松, 橋, 中川, 武衛, 阪上, 木村, 高橋: 熱延冷却帯内の注水環境下における鋼板温度計測技術 (ファウンテン・パイロメーター) の開発, 鉄と鋼, **96-10**, 592/600 (2010)
- 21) 中川, 橋, 本田, 植松: 熱延冷却帯内の注水環境下における鋼板温度測定手段を用いた巻取温度制御, 計測自動制御学会論文集, **46-8**, 463/471 (2010)
- 22) S. Prajna, A. Papachristodoulou and P.A. Parrilo: Introducing SOSTOOLS: A general purpose sum of squares programming solver, *Proc. IEEE CDC*, 741/746 (2002)
- 23) J.F. Sturm: Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones, *Optimization Methods and Software*, **11-12**, 625/653 (1999)

[著 者 紹 介]

中 川 繁 政 (正会員)

1987年京都大学大学院工学研究科数理工学専攻修士課程修了。同年住友金属工業(株)に入社。鉄鋼圧延プロセスの制御技術の研究開発に従事。2011年奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科博士後期課程修了。博士(工学)。92年, 2008年, 2010年, 2011年計測自動制御学会技術賞, 2011年日本鉄鋼協会依論文賞, 2012年日本鉄鋼協会学術記念賞(白石記念賞), 2012年第4回ものづくり日本大賞優秀賞を受賞。日本鉄鋼協会会員。

平 田 健 太 郎 (正会員)

1990年京都大学大学院工学研究科数理工学専攻修士課程修了。住友金属工業(株), 京都大学大学院工学研究科数理工学専攻博士課程, 同大学院応用システム科学専攻助手, 大阪府立大学工学部電気電子システム工学科講師を経て, 2005年奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科助教授, 2007年より准教授。むだ時間系, 遅延フィードバック制御およびメカトロ系の制御応用などの研究に従事。博士(工学)。97年計測自動制御学会論文賞武田賞, 2005年, 2010年システム制御情報学会論文賞を受賞。システム制御情報学会, IEEEの会員。

杉 本 謙 二 (正会員)

1982年京都大学大学院工学研究科数理工学専攻修士課程修了後, 三菱電機, 京都大学, 岡山大学, 名古屋大学を経て奈良先端科学技術大学院大学教授となり現在に至る。制御理論に関する研究に従事。工学博士。2007年計測自動制御学会論文賞, 2010年システム制御情報学会論文賞を受賞。システム制御情報学会, IEEEなどの会員。