周期入力制御によるホッピングロボットの跳躍高制御

梶 原 秀 一*

Hopping Height Control of Hopping Robot by Periodic Input Control

Hidekazu KAJIWARA*

In this paper, we deal with hopping height control problem for a hopping robot by periodic input control. In our previous research, we proposed periodic input control which can control the energy of a system by modulating the amplitude or phase of periodic input, and controlled periodic motion of various systems (such as pendulum or quasi passive walking robot). But periodic motions of these systems which we dealt were sinusoidal, and their motion cycles were almost constant. In this research, we apply periodic input control to a hopping robot whose motion is nonsinusoidal and motion cycle changes significantly depending on hopping height. First, we analyze the timing in which energy of a robot is efficiently excited by periodic input. Next, we design energy control law for hopping height control based on periodic input control. Finally, we show efficiency of our method in experiments.

Key Words: periodic input, jumping control, hopping robot, van der Pol's equation, entrainment

1. はじめに

周期的な運動をするメカニカルシステムに周期入力をタイミングよく加えることにより制御目的を達成できる場合がある。著者らはこれまでにこのようなシステムとしてブランコの振れ制御¹⁾、鉄棒ロボットの運動制御²⁾、回転型2重倒立振子の振り上げ制御³⁾などを取り上げ、非線形振動子の引き込み現象を利用して周期入力と制御対象を一定の位相で同期させて制御する方法を提案した。これらの制御ではエネルギーが単調に増加するように周期入力を加えていたが、目標エネルギーからの偏差に応じて周期入力の振幅や位相を変調することにより、制御対象のエネルギーを制御できるのではないかと考え、本手法を振子の運動制御⁴⁾やトルクユニットをもつ準受動的歩行ロボットの制御⁵⁾などに適用し、その有効性を示してきた。われわれはこの手法を周期入力制御法と呼んでいる。本論文では、鉛直1自由度のホッピングロボットに対して、本手法を適用し、連続跳躍時の跳躍高を制御する問題を取り扱う。これまでわれわれが周期入力制御法を適用してきたシステムの運動は正弦的であり、その周期も大きく変化しなかった。しかし、ホッピングロボットでは着地時と跳躍時でダイナミクスが切り替わるため周期運動が非正弦的になり、さらに跳躍高に応じて運動周期も変化していく。本研究では、このようなシステムでも周期入力制御によるエネ

ギー制御により跳躍高制御が可能かどうか検討した。ホッピングロボットはこれまでに多くの研究があり^{6)~10)}、跳躍を実現する機構設計、跳躍軌道設計と追従制御、跳躍中の姿勢制御と着地制御などが主に研究されていた。一方、制御理論の観点から跳躍を実現しようとするアプローチもあり、これまでにハイブリッド最大原理を用いた最適軌道設計によるフィードフォワード制御¹¹⁾や、エネルギー保存フィードバック制御による跳躍制御¹²⁾などが提案されており、本研究も後者のアプローチである。

以下に、本論文の構成を述べる。2章ではホッピングロボットのモデルについて説明し、ダイナミクスを導出する。3章では周期入力を加えたときのロボットのエネルギー変化率を解析することにより、エネルギーを制御できるタイミングを解析する。4章では周期入力制御により、跳躍高を制御するエネルギー制御系を設計する。5章ではロボットと周期入力を適切なタイミングで同期させるための位相制御系を設計する。6章では位相制御系およびエネルギー制御系の有効性をシミュレーションにより確認する。7章では設計した制御系によりホッピングロボットの跳躍高制御が可能かどうか実機で検証する。

2. ホッピングロボットのモデルとダイナミクス

本研究で扱うロボットのモデルを **Fig. 1** に示す。このロボットは本体に2本のアームをもち、これらのアームを上下方向に同期させて動かすことにより、本体下部に取り付けられたバネの振動を励起させて跳躍動作を行なう。なおこのモデルでは、バネ・ダンパ部の質量は微小であるとして無視し

* 釧路工業高等専門学校電子工学科 釧路市大楽毛西 2-32-1

* Department of Electronic Engineering, Kushiro National College of Technology, 2-32-1 Otanoshike-Nishi, Kushiro
(Received September 20, 2012)

Fig. 1 Model of hopping robot

ている。本研究ではロボットが接地して運動しているときを接地期、ロボットが跳躍して空中に浮遊しているときを跳躍期と呼ぶ。Fig. 1 に示すように、接地期・跳躍期それぞれの座標系を設定し、ロボット本体の運動方程式を求めると以下のようなになる。

$$(M + 2m)\ddot{y} + 2m\ell\ddot{\theta}\cos\theta - 2m\ell\dot{\theta}^2\sin\theta + c\dot{y} + ky + (M + 2m)g = 0 \quad (1)$$

跳躍期の運動方程式は $y \geq 0$ のとき $c = k = 0$ とすることで得られる。

なお、各パラメータの定義は以下のとおりである。

M : 本体の質量 [kg]

m : アームの質量 [kg]

ℓ : アームの長さ [m]

y_n : バネの自然長 [m]

y : ロボットの変位 (バネの変位) [m]

θ : アームの回転角 [rad]

k : バネ定数 [N/m]

c : 摩擦定数 [Ns/m]

本来、ホッピングロボットの運動を厳密に取り扱うためには、アームに関する運動方程式とダンパ部だけでなく着地時のエネルギー損失も考慮する必要がある。本研究は、周期入力によりエネルギーを制御できるかどうかエネルギー変化率より解析する。次章で示すように、エネルギー変化率はロボット本体のエネルギーと (1) 式から導出できるので、ここではアームに関する方程式は省略する。ただし、アームの制御系には、目標値 θ_d に誤差なく追従するサーボ系が組み込まれているとする。またエネルギー変化率の解析では、周期入力によりエネルギーを制御できるかどうか明らかにすることが重要な点で、エネルギー損失による影響の解析は本質的ではない。よって、解析を簡単にするために着地時のエネルギー損失は考慮しない。

3. 跳躍タイミングの解析

本研究では、周期入力制御によりホッピングロボットのエネルギーを制御することで連続跳躍時の跳躍高を制御するこ

とを考える。ここではまず、どのようなタイミングで周期入力を加えるとエネルギーを制御できるか、ロボットのエネルギー変化率から解析する。

ロボット本体のエネルギーは次式で与えられる。

$$E = \frac{1}{2}M\dot{y}^2 + \frac{1}{2}ky^2 + Mg(y + y_n) \quad (2)$$

上式を時間微分し、(1) 式を考慮して整理すると次式となる。

$$\dot{E} = -2m\dot{y}\ddot{y} - 2m\ell\dot{\theta}\ddot{\theta}\cos\theta + 2m\ell\dot{\theta}^2\sin\theta - c\dot{y}^2 - 2mg\dot{y} \quad (3)$$

上式より、アームを周期的に動かしたときのロボットの変位 y がわかればロボットのエネルギー変化率が求められる。周期的にアームを動かしたときの解は (1) 式から得られるが、(1) 式は非線形な微分方程式であり、また接地期と跳躍期でダイナミクスが切り替わるため厳密に解を求めることは難しい。そこで、ロボットの運動状態に応じた近似解を導入する。その際、本研究ではロボットに加える周期入力は微小とし、このときのエネルギーは緩やかに変化するとして周期解を仮定する。

静止した状態からロボットの制御を開始する場合、まず接地期でバネにエネルギーを蓄える。バネに十分エネルギーが蓄えられると、ロボットは跳躍を始め、接地期と跳躍期を交互に繰り返す。本研究では、接地期のみでエネルギーを蓄える期間を接地モードと呼び、接地期と跳躍期が交互に切り替わる期間を跳躍モードと呼ぶ。以下ではまず、接地モードのエネルギー変化率を解析する。

3.1 接地モードのエネルギー変化率

接地モードでのホッピングロボットの運動はバネの働きにより、Fig. 2 のような周期運動になると予想されるので、このモードでの周期解を以下のように仮定する。

$$y = y_m \sin(\omega t) - y_0 \quad (y_0 > y_m > 0) \quad (4)$$

ただし、 y_0 は静止した状態での釣り合いの位置である。また、周期入力によってエネルギーが緩やかに変化すると仮定しているので、上式では振幅 y_m が緩やかに変化する。

ロボットが上式で運動しているとき、その交流成分とアームを位相差 ϕ で同期させる場合を考える。

$$\theta = A \sin(\omega t + \phi) \quad (|A| \ll 1) \quad (5)$$

なお、交流成分のみ考慮しているのは、エネルギー変化率 (3) 式が、 $\dot{y}, \ddot{y}$ の関数となっていて、 y の交流成分のみがエネルギー変化率に関係しているためである。

上式でアームを動かしたとき、アームの運動は微小であるので、(3) 式のエネルギー変化率を次式で近似する。

$$\dot{E} = -2m\dot{y}\ddot{y} - 2m\ell\dot{\theta}\ddot{\theta} + 2m\ell\dot{\theta}^2\sin\theta - c\dot{y}^2 - 2mg\dot{y} \quad (6)$$

上式に (4)(5) 式とそれらの時間微分を代入して時間平均を

とると次式となる.

$$\begin{aligned}\dot{E}^* &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \dot{E}_g dt \\ &= -\frac{c\omega^2 y_m^2}{2} + m\ell A y_m \omega^3 \sin \phi\end{aligned}\quad (7)$$

ただし, * は時間平均, $\dot{E}_g$ は接地モードの解を代入したエネルギー変化率を表わしている. また, A^3 の項は微小であるとして無視している.

3.2 跳躍モードのエネルギー変化率

つぎに振幅 y_m の増大に伴ってロボットのエネルギーが大きくなり跳躍モードに移行した場合を考える. 跳躍モードでは Fig. 3 に示すように, 接地期と跳躍期を交互に繰り返すとし, 跳躍期の時間を $\Delta T > 0$ とする.

まず, 接地期 ($0 \leq t < t_1$) の解は (4) 式と仮定する. ただし, $y_m \geq y_0$ である. つぎに跳躍期 ($t_1 \leq t < t_2$) の解を検討する.

$t = t_1$ で接地期から跳躍期に切り替わったとき, ロボットの速度は (4) 式の時間微分より次式となる.

$$\dot{y}(t_1) = y_m \omega \cos(\omega t_1) \quad (8)$$

上式で速度で空中に飛び出した後は自由落下運動になると予想されるので, 跳躍期の解を次式で仮定する.

$$\dot{y} = -g(t - t_1) + y_m \omega \cos(\omega t_1) \quad (9)$$

ただし, t_1 は (4) 式が 0 になる条件より, 次式で表わされる.

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \sin^{-1} \left(\frac{y_0}{y_m} \right) \quad (10)$$

最後に, 再接地期 ($t_2 \leq t < t_4$) で解を検討する. このときの解は $y(t_3) = -y_0$ となるように接地期の解 (4) 式の位相をずらし, 以下のようにする.

$$y = y_m \sin \{ \omega(t - t_3) + \pi \} - y_0 \quad (11)$$

このとき Fig. 3 に示すように $t = 0 \sim t_1, t_2 \sim t_3$ の期間を Δt とおくと, $t_3 = \Delta T + 2\Delta t$ なので (11) 式は最終的に次式で表わされる.

$$y = y_m \sin \{ \omega(t - \Delta T - 2\Delta t) + \pi \} - y_0 \quad (12)$$

つぎに, ロボットの周期運動に合わせてアームを動かしたときのエネルギー変化率を解析する.

跳躍モードでの周期を $2\pi/\Omega$ とすると, Fig. 3 より以下の関係を得る.

$$\frac{2\pi}{\Omega} = \Delta T + 2\Delta t + \frac{\pi}{\omega} \quad (13)$$

この周期に合わせてアームを同期させる場合を考える.

$$\theta = A \sin(\Omega t + \phi) \quad (|A| \ll 1) \quad (14)$$

ここで, 仮定した接地期, 跳躍期の解を (6) 式に代入してエネルギー変化率を求める. エネルギー変化率はそれぞれの

Fig. 2 Displacement of hopping robot during grounded mode

Fig. 3 Displacement of hopping robot during hopping mode

期間の時間平均を取って, 次式で表わされる.

$$\dot{E}^* = \frac{\Omega}{2\pi} \left(\int_0^{t_1} \dot{E}_{g1} dt + \int_{t_1}^{t_2} \dot{E}_h dt + \int_{t_2}^{t_4} \dot{E}_{g2} dt \right) \quad (15)$$

ただし, $\dot{E}_{g1}, \dot{E}_h, \dot{E}_{g2}$ はそれぞれ (6) 式に (4)(9)(12) 式と (14) 式を代入したエネルギー変化率である.

しかしながら, 上式を計算すると複雑な形をしており, 周期入力によってエネルギー変化率を制御できるかどうか解析することが難しい. そこで解析を簡単にするために, 跳躍期間 ΔT の大きさにより各モードの解を以下の 2 つの場合に分けて近似することを考える.

i) 跳躍期が接地期の半周期よりも短い場合

$$(\Delta T < \pi/\omega \ll 1)$$

まず, 接地モードから跳躍モードに移行した直後を考える. このとき, 跳躍期は接地期の半周期よりも短い ($\Delta T < \pi/\omega \ll 1$) とする. 跳躍モードに切り替わった直後では, 接地時の振幅 y_m は釣り合いの位置 y_0 の大きさとほぼ同じ $y_m \approx y_0$ になると考えられるので, (10) 式より $t_1 = \Delta t \approx \pi/2\omega$ の関係を得る. また, ロボットが空中に飛び出す際の速度は微小であると考えられる. 以上の点を考慮し, 跳躍期の解を (9) 式より次式で表わす.

$$\dot{y} = -g \left(t - \frac{\pi}{2\omega} \right) + y_m \omega \delta \quad (0 < \delta \ll 1) \quad (16)$$

ただし、右辺第二項 $y_m \omega \delta$ は空中に飛び出す際の微小速度を表わしている。このとき再接地期の解は (12) 式より次式となる。

$$y = y_m \sin \{ \omega(t - \Delta T) \} - y_0 \quad (17)$$

(15) 式に、(4)(16)(17) 式と (14) 式を代入後、 $\Delta T \ll 1$ として展開し、エネルギー変化率の時間平均を求めると以下となる。

$$\dot{E}^* = -\frac{cy_m^2 \omega^2}{2} \left(1 - \frac{\omega}{2\pi} \Delta T \right) + m\ell A y_m \omega^3 (\sin \phi + \alpha_1 \Delta T) \quad (18)$$

$$\alpha_1 = \frac{\omega}{4} \left(-\frac{5}{\pi} \sin \phi + \cos \phi \right) \quad (19)$$

ただし、 A^3 の項は微小であるとして無視している。

ii) 跳躍期が接地期の半周期より長い場合

$$(\pi/\omega \leq \Delta T \ll 1)$$

つぎに、跳躍期が接地期の半周期よりも大きくなった場合 ($\pi/\omega \leq \Delta T \ll 1$) を考える。ここで、跳躍期間 ΔT を次式のように表わす。

$$\Delta T = \frac{\pi}{\omega} + \Delta T' \quad (|\Delta T'| \ll 1) \quad (20)$$

跳躍高が大きくなると接地期の振幅も大きくなり $y_m \gg y_0$ になると考えられるので、(10) 式より $t_1 \approx 0$ の関係を得る。このとき、Fig. 3 において、 $y(t_1) \approx y(0) = 0$ および、 $\Delta t = 0, t_2 = \Delta T$ となる。以上の点を考慮すると跳躍期の解は (9) 式より次式となる。

$$\dot{y} = -gt + y_m \omega \quad (21)$$

上式を初期条件 $y(0) = 0$ として積分すると次式を得る。

$$y = t \left(-\frac{g}{2} t + y_m \omega \right) \quad (22)$$

再接地の際には $y(t_2) = 0$ となるので、この条件を上式に代入すると次式を得る。

$$t_2 = \frac{2y_m \omega}{g} \quad (23)$$

上式を g について整理し (21) 式に代入後、 $t_2 = \Delta T$ とすると、最終的に跳躍期の解は次式となる。

$$\dot{y} = -\frac{2y_m \omega}{\pi/\omega + \Delta T'} t + y_m \omega \quad (24)$$

再接地した後の解は (12) 式に (20) 式を代入し、 $\Delta t \approx 0$ とすると次式となる。

$$y = y_m \sin \{ \omega(t - \Delta T') \} - y_0 \quad (25)$$

(14)(24)(25) 式を (6) 式に代入後、 $\Delta T' \ll 1$ として展開し、エネルギー変化率の時間平均を求めると以下となる。

$$\dot{E}^* = -\frac{cy_m^2 \omega^2}{4} \left(1 - \frac{\omega}{2\pi} \Delta T' \right)$$

$$+ m\ell A y_m \omega^3 \left\{ \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \sin \phi + \alpha_2 \Delta T' \right\} \quad (26)$$

$$\alpha_2 = \omega \left\{ -\left(\frac{6}{\pi^3} + \frac{3}{8\pi} \right) \sin \phi + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{\pi^2} \right) \cos \phi \right\} \quad (27)$$

ただし、 A^3 の項は微小であるとして無視している。

(7)(18)(26) 式より、周期入力振幅 A または位相 ϕ によりエネルギー変化率を制御できることがわかる。また接地モード、跳躍モードともに $\Delta T, \Delta T'$ が微小ならば、 $\phi \approx \pi/2$ のときエネルギー変化率が最大となることがわかる。

4. 周期入力制御による跳躍制御

前章では周期入力の振幅や位相を変化させることにより、ロボットのエネルギー変化率を制御できることを示した。本章では跳躍高を制御するためのエネルギー制御系を設計する。ここではまず、振幅を変調した周期入力によるエネルギー制御方法を述べた後、位相変調入力による方法について述べる。

4.1 振幅変調入力による跳躍高制御

いま、周期入力の位相 ϕ を一定とし、エネルギーの時間平均 E^* が目標エネルギー E_d になるように、振幅 A を以下のように変調することを考える。

$$A = K_p e + K_i \int_0^t e dt' \quad (28)$$

$$e = E_d - E^* \quad (29)$$

ただし、 K_p, K_i は $|A| \ll 1$ となるように選ぶものとし、目標エネルギー E_d は次式で与える。

$$E_d = Mgy_d \quad (30)$$

なお、 y_d は跳躍期における $\dot{y} = 0$ 時の跳躍高である。

(28) 式を (18)(26) 式に代入後、さらに (29) 式とその時間微分の関係を利用して整理し、 $A\Delta T, A\Delta T'$ の項は微小であるとして無視すると次式となる。

$$\ddot{e} + \gamma_1 K_p \dot{e} + \gamma_1 K_i e = 0 \quad (31)$$

$$\gamma_1 = \begin{cases} m\ell y_m \omega^3 \sin \phi & (\Delta T < \pi/\omega) \\ m\ell y_m \omega^3 \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) \sin \phi & (\Delta T \geq \pi/\omega) \end{cases} \quad (32)$$

上式は適切に ϕ, K_p, K_i を選ぶことにより漸近安定となり、時間 $t \rightarrow \infty$ のとき $e \rightarrow 0$ となって $E^* = E_d$ が実現でき、結果的に跳躍高を制御できることがわかる。

4.2 位相変調入力による跳躍高制御

つぎに周期入力の振幅 $A = \text{一定}$ として、位相 ϕ を以下のように変調することを考える。

$$\phi = \sin^{-1}(F) \quad (33)$$

$$F = K_p e + K_i \int_0^t e dt' \quad (34)$$

ただし、 $|F| \ll 1$ となるように K_p, K_i を選ぶとする。

(33) 式を (18)(26) 式に代入後, さらに (29) 式とその時間微分の関係を利用して整理し, $A\Delta T, A\Delta T'$ の項は微小であるとして無視すると次式となる.

$$\ddot{e} + \gamma_2 K_p \dot{e} + \gamma_2 K_i e = 0 \quad (35)$$

$$\gamma_2 = \begin{cases} m\ell A y_m \omega^3 & (\Delta T < \pi/\omega) \\ m\ell A y_m \omega^3 \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \right) & (\Delta T \geq \pi/\omega) \end{cases} \quad (36)$$

(35) 式が漸近安定となるように A, K_p, K_i を選ぶことにより, 時間 $t \rightarrow \infty$ のとき $e \rightarrow 0$ となって $E^* = E_d$ が実現できることがわかる.

5. 非線形振動子の引き込み現象を利用した制御タイミングの実現

振幅や位相を変調した周期入力により, ロボットのエネルギーを制御するためには, ロボットと周期入力を適切に同期させる必要がある. われわれは先行研究で, 非線形振動子の引き込み (同期) 現象を利用して, 制御対象と周期入力間の位相を制御する方法を提案してきた⁴⁾. ここではまず, 従来の位相制御法とその問題点について述べ, つぎに新たに設計した位相制御法について述べる.

5.1 従来の位相制御について

非線形振動子として, 周期的な外力 F が入力された van der Pol 方程式を考える.

$$\ddot{z} - \varepsilon(1 - \dot{z}^2)\dot{z} + \Omega'^2 z = GF \quad (37)$$

$$F = \alpha \sin(\omega t) \quad (38)$$

上式において, $\Omega \approx \omega$ または, G が大きければ, 方程式の周期解 z は周期外力から $\pi/2$ 遅れて同期する⁴⁾. このとき, 近似周期解は次式となる.

$$z = -\zeta \cos(\omega t) \quad (\zeta > 0) \quad (39)$$

ここで, 方程式の周期解を利用して周期運動 F' を次式で構成する.

$$F' = A(-\sin \phi K_{AG1} z + \cos \phi K_{AG2} \dot{z}) \quad (40)$$

ただし, K_{AG1}, K_{AG2} は $z, \dot{z}$ の振幅を 1 にするオートゲインコントロールのゲインであり, これらのゲインは次式で示すように, $z, \dot{z}$ の振幅を半周期ごとに計測し, その逆数を取ったものである.

$$K_{AG1} = \frac{1}{|z|}, K_{AG2} = \frac{1}{|\dot{z}|} \quad (41)$$

(39) 式とその時間微分を (40) 式に代入して整理すると次式となり, F と F' を位相 ϕ で同期できることがわかる.

$$F' = \alpha' \sin(\omega t + \phi) \quad (42)$$

以上の方法を, ホッピングロボットに適用する. 本研究では実機の制御において, ロボットの変位 y をセンサにより計

Fig. 4 Phase control loop for hopping robot

測し, 跳躍高を制御することを想定している. そこで, y と周期入力間の位相を制御することを考える.

(37) 式の周期外力として接地モードの周期解 (4) 式を入力した場合を考える. このとき y は直流成分をもっているの, 周期解 z は次式となる.

$$\zeta = \zeta_0 - \zeta \cos(\omega t) \quad (\zeta > 0) \quad (43)$$

上式より, 周期解 z は直流成分 ζ_0 をもつため, (41) 式で示したオートゲインコントロールの計算方法では正しく振幅の逆数を計算できない. よって (40) 式で周期入力を構成すると, 変位と周期入力を位相 ϕ で正しく同期できない. 跳躍モードになると, ロボットの周期運動は非正弦的になり, その直流成分も大きくなると予想されるので, この場合も位相を制御できなくなると考えられる. なお, 釣り合いの位置 y_0 をあらかじめ計測できる場合には, van der Pol 方程式への入力を $y + y_0$ とすることで, 直流成分を抑制できる. しかし, 跳躍モードの直流成分を直接計測することは困難である. 変位 y をハイパスフィルターに通した後, van der Pol 方程式に入力することで, 直流成分の影響を抑制できる. しかしこの場合, 位相制御系はノイズの影響を受けやすくなり, さらにフィルターの位相特性も考慮して設計しなくてはならなくなる. そこで本研究では, フィルターを利用せずに, van der Pol 方程式を 2 回利用することで直流成分をカットする位相制御法を設計した.

5.2 van der Pol 方程式を 2 回利用した位相制御ループによる位相制御

Fig. 4 に設計した位相制御ループのブロック図を示す. 本ループでは, ロボットの変位 y と位相 ϕ だけずれた目標値 θ_d を生成するために, 次式のように van der Pol 方程式を 2 回利用している.

$$\text{van der Pol1} \\ \ddot{z} - \varepsilon(1 - \dot{z}^2)\dot{z} + \Omega'^2 z = G_1(y + y_0) \quad (44)$$

$$\text{van der Pol2} \\ \ddot{z}' - \varepsilon(1 - \dot{z}'^2)\dot{z}' + \Omega'^2 z' = G_2 \dot{z} \quad (45)$$

アーム制御系への目標値 θ_d は, (45) 式の周期解を利用して次式のように構成している.

$$\theta_d = A(-\sin \phi K'_{AG1} \dot{z}' + \cos \phi K'_{AG2} z') \quad (|A| \ll 1) \quad (46)$$

ただし, K'_{AG1}, K'_{AG2} は $\dot{z}', z'$ の振幅を 1 にするオートゲイ

ンコントロールのゲインである。

いま、跳躍モードにおいてロボットは周期 $2\pi/\Omega$ の非正弦波であるとし、その運動は次式のようにフーリエ級数展開できるとする。

$$y = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\Omega t) \quad (47)$$

ただし、 $a_0 \neq y_0$ とする。

上式を (44) 式に入力したとき、高調波成分は微小であるとして無視すると、周期解は次式となる。

$$z = \zeta_0 + \zeta \sin(\Omega t) \quad (\zeta > 0) \quad (48)$$

上式の時間微分 $\dot{z}$ が (45) 式に代入されているので、van der Pol2 の周期解は、直流成分の影響を受けないことがわかる。このときの周期解 z' は $\dot{z}$ から $\pi/2$ 遅れて同期し次式となる。

$$z' = \zeta' \sin(\Omega t) \quad (\zeta' > 0) \quad (49)$$

上式とその時間微分を (46) 式に代入して整理すると次式となる。

$$\theta_d = A \cos(\Omega t + \phi) \quad (50)$$

よって、ロボットの周期運動が (47) 式となるときの、その交流成分と周期入力目標値を位相 ϕ で同期できることがわかる。

以上の解析では、変位 y の高調波成分は小さいとして解析した。しかし実際には、跳躍高が大きくなると周期解の高調波成分の影響を無視できなくなると考えられる。このような場合でも設計した位相制御ループにより位相を制御できるかどうか、次章のシミュレーションにより検証する。

6. シミュレーションによる検証

本章では解析結果および設計した制御則の有効性をシミュレーションにより確認する。本章のシミュレーションで利用したパラメータは次章で示す実機を元に **Table 1** のように設定した。また初期条件はすべてロボットが接地モードで静止した状態である。

6.1 位相制御ループによる位相制御

ここでは、位相制御ループにより、周期入力とロボットの变位を任意の位相で同期できるかどうか、シミュレーションにより確認した結果について述べる。

まず、ロボットの变位 y とアームの角度 θ がどれくらいの時間で同期するか確認するために行なったシミュレーション結果を **Fig. 5** に示す。周期入力は (46) 式において、 $A = 0.1$ 、 $\phi = \pi/2$ とした。Fig. 5 より、 y が 1 周期ほど運動する間に、 y と θ はほぼ位相 $\pi/2$ で同期し、 y が大きくなっても位相関係は変化しないことがわかる。

つぎに位相制御ループにより、 y と θ 間の位相を制御できるかどうか確認した結果を **Fig. 6** に示す。図の横軸は (46) 式で設定する目標位相 ϕ であり、縦軸の ϕ' は、Fig. 5 に示

Fig. 5 Simulation result: relationship between displacement of robot y and angle of arm θ

Fig. 6 Simulation result: relationship between desired phase ϕ and observed phase ϕ'

Table 1 Parameters of hopping robot

$M = 0.27$	$m = 0.115$	$\ell = 0.078$
$k = 306$	$c = 0.5$	$\varepsilon = 1.5$
$\Omega' = 24.8$	$G_1 = 5000$	$G_2 = 100$

すように、実際に θ と y が同期したときの位相差である。図より $\phi \approx 1 \sim 3 \text{ rad}$ の範囲では、 ϕ にほぼ比例して ϕ' が変化することがわかる。また **Fig. 7** に、目標位相に対して跳躍高 y_h がどう変化するかシミュレーションした結果を示す。なお y_h は、跳躍モードの定常状態における $\dot{y} = 0$ 時の跳躍高である。また、跳躍モードに移行しなかった場合は $y = 0$ とした。Fig. 7 より ϕ によって跳躍高が変化すること、 ϕ が同じ場合、周期入力の振幅 A が大きいほうが跳躍高も高くなることも確認できる。以下では、位相誤差が生じる原因について述べる。

Fig. 6 より、 $A = 0.04$ 、 $\phi < 1$ および $\phi > 3.2$ では ϕ' が ϕ に追従しないことがわかる。これは、Fig. 7 より跳躍高が

Fig. 7 Simulation result: relationship between desired phase ϕ and hopping height y_h

$0 \leq y_h < 0.025$ のときであることがわかる。このとき, van der Pol1 の周期解 z と y の位相関係を調べたところ, 方程式に入力される変位 y が小さく, y と z 間の同期が大きく外れるため位相制御ができていなかった。それ以外の位相誤差の原因は, van der Pol2 の解 z' , z'' が非正弦波となって歪んでおり, その高周波成分のためにオートゲインコントロールのゲインを適切に計算できないためであった。以上, 位相制御ループの制御性能をシミュレーションに確認した結果, $1 < \phi < 3$ の範囲では誤差があるものの, 位相を制御できることを確認した。なお, 4.1 節の振幅変調制御において, この範囲で位相 ϕ を設定し, 周期入力の振幅を $0.04 \leq A \leq 0.18$ の範囲で変化させても, $\sin(\phi')$ が負になることはないため, (31) 式の誤差方程式は安定であると考えられる。また, 4.2 節の位相変調制御において, 位相誤差は (33) 式に外乱として入ってくる。この場合 (34) 式で示したように, 位相変調入力 PI 制御となっているため, この外乱による影響を抑制できると考えられる。

6.2 周期入力の振幅・位相によるエネルギー変化率の制御

3 章では, 周期入力の位相と振幅によりエネルギー変化率が制御できることを示した。エネルギー変化率が制御できれば, 4 章で示したように目標エネルギーからの偏差に応じて振幅や位相を変調することによりエネルギーを制御できる。以下では周期入力によりエネルギー変化率を制御できるかどうか検証した結果について述べる。

3 章で示したエネルギー変化率 (7)(18)(26) 式より, $\dot{E}^* > 0$ となるように周期入力の振幅 A と位相 ϕ を設定すると, エネルギー増加にともなって $y_m, \Delta T$ なども増加していくと予想される。しかし, これらの値は解析的に求めることが難しいため, (7)(18)(26) 式から A, ϕ による影響を直接調べることは難しい。そこで, 定常状態でのエネルギーを調べることで, これらの影響を解析する。

定常状態でエネルギーが一定になったとき, エネルギー変

Fig. 8 Simulation result: relationship between observed phase ϕ' and hopping height y_h

化率は $\dot{E}^* = 0$ となるので, (18)(26) 式より定常状態での振幅 y_m は以下ようになる。

$$y_m = \begin{cases} \frac{2m\ell A\omega}{c} \sin \phi & (\Delta T < \pi/\omega) \\ \frac{2m\ell A\omega}{c} \left(1 + \frac{8}{\pi^2}\right) \sin \phi & (\Delta T \geq \pi/\omega) \end{cases} \quad (51)$$

ただし, $\Delta T, \Delta T'$ の項は微小であるとして無視している。

振幅 y_m が上式で与えられたとき, ロボットの跳躍高は以下のように求められる。

(16)(21) 式よりロボットが $y = 0$ で空中に飛び出すときの速度 v_0 は次式となる。

$$v_0 = \begin{cases} y_m \omega \delta & (\Delta T < \pi/\omega) \\ y_m \omega & (\Delta T \geq \pi/\omega) \end{cases} \quad (52)$$

定常状態では入力エネルギー=損失エネルギーとなってエネルギーが保存されることから, $y = 0$ での運動エネルギーと $\dot{y} = 0$ でのポテンシャルエネルギーが等しくなるので, 次式が成り立つ。

$$Mgy_h = \frac{1}{2} Mv_0^2 \quad (53)$$

ただし, y_h は $\dot{y} = 0$ での跳躍高である。

(51)(52) 式を上式に代入し, y_h について整理すると次式となる。

$$y_h = \frac{\omega^4}{2g} \left(\frac{2m\ell A\eta}{c} \sin \phi \right)^2 \quad (54)$$

$$\eta = \begin{cases} \delta & (\Delta T < \pi/\omega) \\ 1 + \frac{8}{\pi^2} & (\Delta T \geq \pi/\omega) \end{cases} \quad (55)$$

(54) 式において, A を一定とし位相を $\phi = 0$ から増加させると, 跳躍高は単調に増加していき, $\phi = \pi/2$ のとき最大となり, その後は単調に減少していくことがわかる。Fig. 6 で示した位相誤差を考慮して, Fig. 7 のシミュレーション結果を補正し, 実際に同期した位相 ϕ' に対する跳躍高の変化を調

Fig. 9 Simulation result: energy control by amplitude modulated periodic input

Fig. 10 Simulation result: energy control by phase modulated periodic input

べた結果を Fig. 8 に示す。図より ϕ' に対する y_h の変化は (54) 式と同様になることが確認できる。

つぎに、位相を一定として A を変化させた場合を考える。(54) 式において $|A| \ll 1$ のとき、 $A = A_c + \Delta A$ とし、 ΔA も微小であるとして展開すると次式となる。

$$y_h = \frac{\omega^4}{2g} \left(\frac{2m\ell\eta}{c} \sin \phi \right)^2 (2A_c \Delta A) \quad (56)$$

ただし、 A_c^2 の項は微小であるとして省略した。

上式より y_h と A の微小変位には比例関係があることがわかる。このことは、Fig. 8 のシミュレーション結果からも確認できる。

以上、周期入力の振幅と位相により定常状態の跳躍高が制御できることを理論的に示し、その結果をシミュレーションにより確認した。結果として、周期入力により定常状態のエ

Fig. 11 Hopping robot

ネルギーを制御できるので、エネルギー変化率も制御できると考えられる。

6.3 周期入力制御による跳躍高制御

ここでは、振幅や位相を変調した周期入力によりエネルギーを制御できることシミュレーションにより確認した結果について述べる。

(28) 式の振幅変調入力により跳躍高を制御した場合を Fig. 9 に、(34) 式の位相変調入力による場合を Fig. 10 に示す。シミュレーションでは、振幅変調入力のパラメータを $\phi = \pi/2, K_p = 0.5, K_i = 0.1$ とし、位相変調入力では $A = 0.14, K_p = 3, K_i = 1$ とした。また、どちらの場合も、 $0 \leq t < 30 \text{ sec}$ のとき目標跳躍高を $y_d = 0.05 \text{ m}$ とし、 $30 \leq t$ のとき $y_d = 0.1 \text{ m}$ とした。図より、振幅 A または位相 ϕ が変化することにより、跳躍高が目標値に収束することがわかる。なお、Fig. 7 からわかるように、 $A > 0.1, \phi \approx 0.5$ の前後でロボットが急に接地モードから跳躍モードに移行するため、この領域で位相を変化させると、各モードを交互に繰り返して目標値に収束しない可能性がある。また、エネルギー変化率が最大となる位相の前後で跳躍高を制御する場合、一度エネルギー変化率が最大となってからエネルギーが収束するので、跳躍高が大きくオーバーシュートする可能性がある。そこで、位相変調入力によるシミュレーションでは跳躍高が単調に変化するよう、位相を $\pi/2 < \phi < \pi$ の範囲で変化させた。

7. 実験

本章では周期入力制御によりホッピングロボットの跳躍高制御が可能かどうか、実機により検証を行なった結果について述べる。

Fig. 11 に製作したホッピングロボットを示す。ロボットの 2 本のアームはそれぞれラジコン用のサーボモータで駆動される。ロボット中央部にはリニアプッシュとシャフトがあり、リニアプッシュがシャフトをスライドすることでロボットは鉛直軸方向にのみ動く。ロボットの跳躍高は本体部に取り付けられた PSD 距離センサにより計測している。制御器はノート

Fig. 12 Experimental result: relationship between desired phase ϕ and hopping height y_h

パソコンを使用し、制御周期は 50 msec としている。van der Pol 方程式の解は制御周期ごとに 4 次の Runge-Kutta-Gill 法により計算した。目標位相に対して跳躍高がどう変化するか、実験により確認した結果を Fig. 12 に示す。図より周期入力振幅 A と目標位相 ϕ により跳躍高が変化することがわかる。しかし Fig. 7 のシミュレーション結果と異なり、跳躍モードになる位相は $\phi > 1.8 \text{ rad}$ 以上となり、最大跳躍高となる位相も $\phi \approx 2.8 \sim 3.2 \text{ rad}$ となつてずれている。モータの周波数応答を調べたところ、位相遅れがおおよそ $1.0 \sim 1.5 \text{ rad}$ あつたので、この遅れがシミュレーション結果と異なる原因であると考えられる。なお、ロボット着地時の衝撃でモータが激しく振動してしまうため、モータの角度センサにより、目標位相に対する位相誤差を測定することができなかった。しかし、Fig. 12 より、目標位相を大きくしていくと急に跳躍モードになること、跳躍高が最大となる位相があること、またこの位相以上では、単調に跳躍高が減少することなど、シミュレーション結果と同様な傾向が見られることから、目標位相に対する位相誤差も同じように生じていると考えられる。つぎに、振幅変調入力により跳躍高を制御した結果を Fig. 13 に、位相変調入力により制御した場合を Fig. 14 に示す。実験では振幅変調入力のパラメータを $\phi = 3.4, K_p = 1.0, K_i = 0.01$ とした。また、位相変調入力では $A = 0.14, K_p = 4.0, K_i = 0.1$ とし、跳躍高が単調に変化するように目標位相を $\pi \leq \phi \leq 2\pi \text{ rad}$ の範囲で変化させた。どちらの実験も目標跳躍高は $0 \leq t < 30 \text{ s}$ のとき 0.05 m とし、 $t \geq 30 \text{ s}$ のとき 0.1 m としている。図より、どちらの場合も振幅 A または位相 ϕ が変化することにより、跳躍高が目標値に収束することがわかる。なお、エネルギー制御系により定常偏差なく跳躍高を制御できることから、位相誤差の影響や着地時のエネルギー損失なども抑制されていると考えられる。

8. おわりに

本研究では、ホッピングロボットのように接地期と跳躍期

Fig. 13 Experimental result: energy control by amplitude modulated periodic input

Fig. 14 Experimental result: energy control by phase modulated periodic input

でダイナミクスが切り替わるシステムに対して周期入力制御によるエネルギー制御系を設計した。ホッピングロボットは跳躍高に応じて非正弦的な運動となり、運動周期も変化するが、エネルギー制御系により跳躍高を制御できることを実験により確認した。今回の実験では周期入力の振幅または位相のどちらか一方を変化させることで跳躍高を制御したが、両方同時に変化させることにより跳躍高を制御しながら、着地時の衝撃も制御できるのではないかと考えられる。現在、支柱を用いてロボットの運動を鉛直軸方向に拘束しているが、今後はこの支柱を取り除き、左右のアームを独立に制御することにより、跳躍制御と姿勢制御を同時に行なう、ホッピング移動ロボットにも取り組みたいと考えている。

参考文献

- 1) 梶原, 橋本, 松田, 土谷: 引き込みを利用したブランコの振れ

- 制御, 日本ロボット学会誌, **17-4**, 64/69 (1999)
- 2) 梶原, 橋本, 松田, 土谷: 鉄棒ロボットの数理解析と運動制御, 日本ロボット学会誌, **18-4**, 53/58 (2000)
 - 3) 梶原, 橋本, 土谷: 引き込みを利用した回転型 2 重倒立振子の振り上げ制御, 計測自動制御学会論文集, **37-2**, 139/145 (2001)
 - 4) 梶原, 橋本, 土谷: 周期入力による振子の運動制御, 日本機械学会誌論文集 (C 編), **67-663**, 84/90 (2001)
 - 5) 梅枝, 梶原, 田中, 金子: 周期入力制御を用いた準受動的歩行ロボットの斜度・外乱に対するロバスト性, 計測自動制御学会論文集, **42-8**, 974/981 (2006)
 - 6) 中野, 大久保: 跳躍ロボット全般について, 日本ロボット学会誌, **11-3**, 342/347(1993)
 - 7) M.H. Raibert: *Legged Robot That Balance*, MIT Press, Cambridge MA (1986)
 - 8) 山海嘉之: 跳ぶロボット, バイオメカニズム学会誌, **20-2**, 74/81 (1996)
 - 9) 玄, 上條, 美多: 動物の脚構造をモデル化した 1 脚走行ロボット—Kenken, 日本ロボット学会誌, **20-4**, 453/462 (2002)
 - 10) 大橋, 大西: 跳躍機械の跳躍高さ制御, 電学論 D, **124-7**, 660/665 (2004)
 - 11) 斎藤, 石川, 原, 関: 相補性システム表現に基づく跳躍システムの制御, システム制御情報学会論文誌, **15-5**, 270/277 (2002)
 - 12) 石川, 山田, 杉江: 反復学習アプローチを用いた跳躍ロボットの周期運動制御, 計測自動制御学会論文集, **44-3**, 227/233 (2008)

=====

[著 者 紹 介]

梶 原 秀 一 (正会員)

1995 年室蘭工業大学博士前期課程電気電子工学専攻修了。同年釧路工業高等専門学校電子工学科助手。2002 年同助教授。2007 年同准教授を経て, 2013 年室蘭工業大学大学院工学研究科もの創造系領域准教授。制御理論, メカトロニクス, 歩行ロボットなどの研究に従事。博士 (工学)。2003 年ロボット学会研究奨励賞, 2009, 2010 年計測自動制御学会 SI 部門講演会優秀講演賞などを受賞。日本ロボット学会, 日本機械学会の会員。

=====