r -近傍通信に基づくロボットマスゲーム

泉 晋作*・東 俊一*・杉 江 俊治*

Robotic Mass Games over r -Disk Proximity Networks

Shinsaku IZUMI*, Shun-ichi AZUMA* and Toshiharu SUGIE*

This paper addresses a problem of finding distributed controllers for the robotic mass games, that is, to let robots organize themselves into a formation displaying a given grayscale image, over r -disk proximity networks. For solving this problem, we first extend the existing performance index representing the achievement degree of the mass games to the mass games over r -disk proximity networks. Based on this, we propose a solution to the problem and prove that the resulting formation locally minimizes the extended performance index. By numerical experiments with the standard image, it is demonstrated that the proposed controllers achieve the mass games.

Key Words: multi-agent system, mobile robot, distributed control

1. はじめに

近年、マルチエージェントシステムが、制御分野における重要な研究課題の一つとなっている。マルチエージェントシステムとは、複数のエージェントが協調して、与えられた機能を実現するシステムのことである。このようなシステムの制御は、ロボットの協調作業や、センサネットワーク、スマートグリッドなど幅広い応用が期待されている。こうした背景から、数多くの研究がこれまでに行われてきた^{1)~5)}。

著者らは、これまでに、マルチエージェントシステムの制御問題の一つとして、ロボット群にマスゲームを実現させる問題を考えてきた^{6),7)}。それは、**Fig. 1**に示されるように、濃淡画像が任意に与えられたときに、ロボット群がその画像を表わすフォーメーションを形成するような分散型の制御器を求めるというものである。そして、そのような制御器として、分散型被覆制御⁸⁾とハーフトーン画像処理⁹⁾を組み合わせた制御器を提案した。

その一方で、従来の研究では、現時刻におけるロボット群のフォーメーションに対してボロノイ領域を定めたとき、それが互いに接するロボット間で通信が可能なことを前提としていた。たとえば、**Fig. 2**のようなフォーメーションを考えよう。黒い点がロボットを、実線で区切られた領域がボロノイ領域を表わしており、ボロノイ領域が接するロボット同士が破線で結ばれている。このとき、破線で結ばれたロボット同士が通信できるような状況が、従来研究で考えられていたも

のであり、これはロボット同士が遠く離れていても通信ができることを暗に意味していた。実際、**Fig. 2**を見ると、ロボット4は、ほかのロボットから大きく離れているが、ロボット1, 3と破線で接続されており、通信が可能になっている。しかし、現実にはロボットのもつ通信機器が有効な範囲は有限であるため、そのような通信が行なえるとは限らない。

そこで、本論文では、各ロボットが通信可能な範囲が制限された状況下でのマスゲーム問題を考える。具体的には、各ロボットは自分から一定距離以内に存在するほかのロボットと通信できる、すなわち r -近傍通信が可能であると仮定する。

Fig. 1 Mass game by mobile robots

Fig. 2 Communication structure in the existing studies^{6),7)}

* 京都大学大学院情報学研究科 宇治市五ヶ庄

* Graduate School of Informatics, Kyoto University, Gokasho, Uji

(Received January 9, 2013)

(Revised March 4, 2013)

この仮定は、ロボットのもつ通信機器の性能に即したものである^{3), 5), 10), 11)}。ゆえに、この問題の解として得られる制御器は、より実際のロボットに適したものとなる。その一方で、各ロボットが得られる情報は従来研究のそれよりも制限されるため、解を得ることはより難しくなる。

この問題を解くために、本論文ではまず、 r -近傍通信の環境下であることを考慮して、従来研究⁶⁾で開発された、マスゲームの達成度を表わす評価関数を拡張する。そして、問題の解となる分散制御器を提案し、その制御器が、拡張された評価関数を最適化するフォーメーションを実現することを示す。また、拡張された評価関数と元の評価関数の間の差から、マスゲームを実現するために必要な、ロボットの通信距離について考察する。最後に、以上の結果の有効性を、画像処理分野で用いられる標準画像に対する数値実験によって検証する。

【表記法】 $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}_+$, $\mathcal{R}_{0+}$ はそれぞれ実数, 正の実数, 非負の実数の集合を表わす。ベクトル x のユークリッドノルムを $\|x\|$ で記す。集合 $\mathcal{I}$ のべき集合を $\mathcal{P}(\mathcal{I})$ と表記する。たとえば, $\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ である。また, 集合 $\mathcal{S}$ に対して, $\text{diam}(\mathcal{S}) := \max_{p, q \in \mathcal{S}} \|p - q\|$ とし, $\text{bd}(\mathcal{S})$ で $\mathcal{S}$ の境界を, $vs(q)$ で点 q における $\mathcal{S}$ の外向きの単位法線ベクトルを表わす。つぎに, $\mathcal{R}^2$ 内の有界な凸集合 $\mathcal{Q}$ を考える。 $\mathcal{Q}$ に含まれる異なった座標をもつ点 $x_1, x_2, \dots, x_n$ をまとめて $x := [x_1^\top \ x_2^\top \ \dots \ x_n^\top]^\top \in \mathcal{R}^{2n}$ で表わす。このとき, 集合

$$\mathcal{V}_i(x) := \{q \in \mathcal{Q} \mid \|q - x_i\| \leq \|q - x_j\| \ \forall j \in \{1, 2, \dots, n\}\} \quad (1)$$

を, x における点 x_i のボロノイ領域とよぶ。さらに, $\mathcal{R}^2$ において, 中心 $c \in \mathcal{R}^2$, 半径 $r \in \mathcal{R}_+$ の円領域を $\mathcal{B}(c, r) := \{q \in \mathcal{R}^2 \mid \|q - c\| \leq r\} \subset \mathcal{R}^2$ で表わす。最後に, 有界な集合 $\mathcal{W} \subset \mathcal{R}^2$ と, 関数 $f: \mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}_{0+}$ に対して

$$\text{cent}(\mathcal{W}, f) := \frac{\int_{\mathcal{W}} q f(q) dq}{\int_{\mathcal{W}} f(q) dq} \quad (2)$$

と定義する。これは, $\mathcal{W}$ の重み付き重心を表わす。

2. 問題設定

2.1 対象システム

Fig. 3 に示される, 二次元空間上の群ロボットシステムを考える。これは n 個の移動ロボットで構成される。

ロボット i ($i \in \{1, 2, \dots, n\}$) のダイナミクスは次式で与えられる。

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t) \quad (3)$$

ここで, $x_i(t) \in \mathcal{R}^2$, $u_i(t) \in \mathcal{R}^2$ はロボット i の位置と入力である。以下, 時刻 t におけるすべてのロボットの位置をまとめて $x(t) := [x_1^\top(t) \ x_2^\top(t) \ \dots \ x_n^\top(t)]^\top \in \mathcal{R}^{2n}$ で記し, (時刻 t での) フォーメーションとよぶ。そして, 初期フォー

Fig. 3 Multi-robot system to be studied

メーションが $x(0) := x_0 \in \mathcal{R}^{2n}$ で与えられるものとする。

つぎに, このシステムに対し, 二つの仮定を設ける。

【仮定 1】 すべてのロボット共通の座標系が存在し, ロボット i はその座標系における自分の位置情報 $x_i(t)$ を任意の時刻 t で取得できる。□

【仮定 2】 時刻 t において, ロボット i は自分を中心とした半径 r の円, すなわち $\mathcal{B}(x_i(t), r)$ 内に存在するほかのロボットから, その位置情報を受け取ることができる。□

仮定 1 は, 各ロボットが, GPS 受信機のような, 絶対座標系での位置情報を得られる装置をもつことを意味する。仮定 2 は, 各ロボットが r -近傍通信を行なえることを表わしている。

ロボット i には, ローカル制御器

$$K_i: u_i(t) = f(x(t), \mathcal{N}_i(t)) \quad (4)$$

が備えられている。ここで, $\mathcal{N}_i(t) \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ はロボット i の近傍の集合であり, 以下で定義される。

$$\mathcal{N}_i(t) := \{j \in \{1, 2, \dots, n\} \mid x_j(t) \in \mathcal{B}(x_i(t), r)\} \quad (5)$$

すなわち, 近傍集合 $\mathcal{N}_i(t)$ とは, ロボット i が位置情報入手できるロボットのインデックスの集合である。このとき, $i \in \mathcal{N}_i(t)$ が常に成り立つことと, $j \in \mathcal{N}_i(t)$ ならば $i \in \mathcal{N}_j(t)$ であることに注意する。また, $f: \mathcal{R}^{2n} \times \mathcal{P}(\{1, 2, \dots, n\}) \rightarrow \mathcal{R}^2$ は, 制御器 K_i を記述する関数であり, $\mathcal{N}_i(t)$ に属するロボットの位置だけに依存するものと仮定する。たとえば, $\mathcal{N}_2(t) = \{2, 3\}$ のとき, $f(x(t), \mathcal{N}_2(t)) \equiv g(x_2(t), x_3(t))$ を満たす関数 $g: \mathcal{R}^4 \rightarrow \mathcal{R}^2$ が存在する。この意味で, K_i は分散制御器となっている。最後に, f はすべてのロボット $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ に対して同じものであると仮定する。

2.2 マスゲーム問題

つぎに, 本論文で考える問題について説明する。

Fig. 3 のシステムに, 有界な凸集合 $\mathcal{Q} \subset \mathcal{R}^2$ 上で, あるフォーメーションを実現させることを考える。ここで目標とするフォーメーションは, **Fig. 1** に示されるような, 与えられた濃淡画像を表現するものである。その画像は $\mathcal{Q}$ 上の可積分関数 $\varphi: \mathcal{Q} \rightarrow [0, 1]$ として与えられる。また, $\varphi(q)$ で位置 $q \in \mathcal{Q}$ における画素値を表わし, $\varphi(q) = 0$ は黒色, $\varphi(q) = 1$ は白色, $\varphi(q) \in (0, 1)$ は中間色 (灰色) を意味する。

このとき, 本論文では以下の問題を考える。

[問題 1] Fig. 3 のシステムに対して、濃淡画像 $\varphi: \mathcal{Q} \rightarrow [0, 1]$ と初期フォーメーション $x_0 \in \mathcal{Q}^n$ が任意に与えられるものとする。このとき、最終フォーメーション $x(\infty)$ が、画像 φ を表現するような分散制御器 $K_1, K_2, \dots, K_n$ (共通の $f: \mathcal{R}^{2n} \times \mathcal{P}(\{1, 2, \dots, n\}) \rightarrow \mathcal{R}^2$) を求めよ。□

問題 1 は、ロボット間の通信の方法として r -近傍通信を仮定している (仮定 2) 点で、従来のマスゲーム問題⁶⁾とは異なる。 r -近傍通信の環境下においては、各ロボットは自分から距離 r 以内のロボットの情報しか受け取れないため、ロボット同士が遠く離れている場合、ほかのロボットの情報が全く得られないロボットが出てくる。この意味において、この問題は従来の問題よりも難しいものとなっている。

以降では、問題 1 の解を与えるが、それにあたりいくつかの注意点を述べる。まず、この問題では、フォーメーションの見た目という人間の感性に基づくことが仕様になっており、それを数学的に記述するのは一般に難しい。ゆえに、ここでは、文献 6) と同様に「画像で表わされている対象物や状況をおおむね認識できる」程度を想定する。つぎに、すべてのロボットは目標画像 φ に関する情報をもつと仮定している。そのため、この問題の解は φ を用いて表わされる。また、この問題の単純な解として、各ロボットに行先をあらかじめ知らせることが考えられるが、それは解とはならない。実際、すでに述べたように、関数 f はすべてのロボットに対して同じものであると仮定しているため、そのような個別の情報を載せることはできない。最後に、本論文では、問題の本質部分に絞った議論を行なうため、ロボット間の衝突は考慮しない。

3. r -近傍通信環境下におけるマスゲーム制御器

問題 1 の解となる分散制御器を提案する。提案する制御器は、マスゲームの達成度を表わす評価関数を最適化するフォーメーションを与えるものである。以下では、その評価関数について説明した後、提案する制御器を示す。

まず、従来研究⁶⁾では、以下の評価関数が提案されている。

$$J(x) := \int_{\mathcal{Q}} \min_{i \in \{1, 2, \dots, n\}} \|q - x_i\|^2 e^{-30\varphi(q)} dq \quad (6)$$

ただし、 $x := [x_1^\top \ x_2^\top \ \dots \ x_n^\top]^\top \in \mathcal{R}^{2n}$ である。この評価関数において、 $\min_{i \in \{1, 2, \dots, n\}} \|q - x_i\|^2$ が点 q から q に最も近いロボットまでの距離に対応していることに注意すると、 $J(x)$ は集合 $\mathcal{Q}$ 上の各点に対して、その点に最も近いロボットまでの距離に $e^{-30\varphi(q)}$ の重みを付け、それを積分したものである。また、重み $e^{-30\varphi(q)}$ は、目標画像 φ の濃い部分ほど大きな値をとる関数として設定されている。したがって、 $J(x)$ を小さくする x は、 φ の濃い部分には多数のロボットが、淡い部分には少数のロボットが存在するフォーメーションとなり、マスゲームを実現するものとなる。なお、重みを $\exp$ 関数としているのは、画像の濃淡の差を強調するためであり、30 という係数は、さまざまな画像を用いたキャリブレーションにより選ばれている。詳しくは文献 6) を参照されたい。

この $J(x)$ を最小化するフォーメーションを実現する制御

器として、文献 8) では、つぎのものが提案されている。

$$u_i(t) = k(\text{cent}(\mathcal{V}_i(x(t)), e^{-30\varphi(q)}) - x_i(t)) \quad (7)$$

ここで、 $k \in \mathcal{R}_+$ はこの制御器のゲイン、 $\text{cent}(\mathcal{V}_i(x(t)), e^{-30\varphi(q)}) \in \mathcal{R}^2$ は 1 章の最後で定義した、ボロノイ領域 $\mathcal{V}_i(x(t)) \subset \mathcal{R}^2$ の重み付き重心である。この制御器を用いれば、ロボット群は任意の初期フォーメーション x_0 から、 $J(x)$ の局所最小値を与えるフォーメーション x に遷移できることが、文献 8) で示されている。その一方で、(7) 式の制御器はボロノイ領域 $\mathcal{V}_i(x(t))$ の関数であるため、ボロノイ領域が接するロボットの位置に依存する。したがって、本論文で考える r -近傍通信の環境下では、この制御器を用いることができない。

そこで、文献 10) のアイデアを応用して、 $J(x)$ をつぎのように拡張する。

$$\hat{J}(x) := \int_{\mathcal{Q}} \min_{i \in \{1, 2, \dots, n\}} h(\|q - x_i\|) e^{-30\varphi(q)} dq \quad (8)$$

ただし、 $h: \mathcal{R}_{0+} \rightarrow \mathcal{R}_{0+}$ は以下で表わされる。

$$h(\|q - x_i\|) = \begin{cases} \|q - x_i\|^2 & \text{if } \|q - x_i\| < \frac{r}{2} \\ \frac{r^2}{4} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$\hat{J}(x)$ は $J(x)$ の中の $\|q - x_i\|^2$ を $h(\|q - x_i\|)$ で置き換えたものである。ここで、 $h(\|q - x_i\|)$ は、 $\|q - x_i\| < r/2$ の場合は $J(x)$ と同様に $\|q - x_i\|^2$ を出力し、 $\|q - x_i\| \geq r/2$ の場合は $\|q - x_i\| = r/2$ のときの $\|q - x_i\|^2$ の値である $r^2/4$ を出力する関数である。つまり、 $\hat{J}(x)$ は $J(x)$ における $\|q - x_i\|$ の値の上限を $r/2$ に制限したものとなっている。

(9) 式より $r \rightarrow \infty$ で $h(\|q - x_i\|) \equiv \|q - x_i\|^2$ となり $\hat{J}(x) \equiv J(x)$ となるため、 r が十分に大きければ、 $\hat{J}(x)$ を小さくするフォーメーション x は、 $J(x)$ を小さくするものに近いことが期待される。したがって、ロボット群を、任意の初期フォーメーション x_0 から $\hat{J}(x)$ を最小化するフォーメーション x に遷移させる分散制御器が得られれば、それは問題 1 の解になると考えられる。

この考えに基づき、本論文では、問題 1 の解として以下の制御器を提案する。

$$u_i(t) = k(\text{cent}(\mathcal{V}_i(x(t)) \cap \mathcal{B}(x_i(t), r/2), e^{-30\varphi(q)}) - x_i(t)) \quad (10)$$

ここで、 $k \in \mathcal{R}_+$ は、この制御器のゲインである。(10) 式の制御器は、集合 $\mathcal{V}_i(x(t)) \cap \mathcal{B}(x_i(t), r/2)$ の関数であり、 $\mathcal{B}(x_i(t), r/2)$ に含まれるボロノイ領域 $\mathcal{V}_i(x(t))$ は、 $\mathcal{B}(x_i(t), r)$ 内に存在するロボットの位置だけに依存する。すなわち、この制御器は r -近傍通信の環境下で実現できるものである。

提案制御器 (10) 式に関して、つぎの結果が得られる。

《定理 1》 Fig. 3 のシステムを考える。ただし、 K_i は (10) 式とし、目標画像 $\varphi: \mathcal{Q} \rightarrow [0, 1]$ が任意に与えられるものとする。このとき、任意の $x_0 \in \mathcal{Q}^n$ と、微分方程式

$$\frac{\partial \hat{J}(x)}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

を満たすある $x^* \in \mathcal{R}^{2n}$ に対し、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x^* \quad (12)$$

が成り立つ。

(証明) この証明は、文献 8) からアイデアを得たものである。

まず、(11) 式を満たす x の集合を求める。ボロノイ領域 $\mathcal{V}_i(x)$ の定義 (1) 式と、 $h(\|q - x_i\|)$ が単調非減少関数であることから、 $\hat{J}(x)$ は

$$\begin{aligned} \hat{J}(x) &= \sum_{i=1}^n \int_{\mathcal{V}_i(x)} h(\|q - x_i\|) e^{-30\varphi(q)} dq \\ &= \sum_{i=1}^n \int_{\mathcal{V}_i(x) \cap \mathcal{B}(x_i, r/2)} \|q - x_i\|^2 e^{-30\varphi(q)} dq \\ &\quad + \int_{\mathcal{V}_i(x) \setminus \mathcal{B}(x_i, r/2)} \frac{r^2}{4} e^{-30\varphi(q)} dq \quad (13) \end{aligned}$$

のように書き換えられる。このことに注意すると、文献 10) より、 $\hat{J}(x)$ の x_i に関する偏微分は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{J}(x)}{\partial x_i} &= -2 \int_{\mathcal{V}_i(x) \cap \mathcal{B}(x_i, r/2)} e^{-30\varphi(q)} dq \\ &\quad \times (\text{cent}(\mathcal{V}_i(x) \cap \mathcal{B}(x_i, r/2), e^{-30\varphi(q)}) - x_i)^\top \quad (14) \end{aligned}$$

よって、(11) 式を満たす x の集合は

$$\{x \in \mathcal{R}^{2n} \mid x_i = \text{cent}(\mathcal{V}_i(x) \cap \mathcal{B}(x_i, r/2), e^{-30\varphi(q)}) \\ (i = 1, 2, \dots, n)\} \quad (15)$$

となる。

これを用いて、(12) 式を示す。(3)、(10)、(14) 式より

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{J}(x(t))}{dt} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \hat{J}(x(t))}{\partial x_i} \dot{x}_i(t) \\ &= -2k \sum_{i=1}^n \int_{\mathcal{V}_i(x(t)) \cap \mathcal{B}(x_i(t), r/2)} e^{-30\varphi(q)} dq \\ &\quad \times \|\text{cent}(\mathcal{V}_i(x(t)) \cap \mathcal{B}(x_i(t), r/2), e^{-30\varphi(q)}) - x_i(t)\|^2 \quad (16) \end{aligned}$$

が得られる。ここで、任意の $q \in \mathcal{Q}$ に対し $e^{-30\varphi(q)} \geq 0$ かつ $k > 0$ であることから、 $\hat{J}(x(t))$ の時間微分は準負定である。よって、ラサールの不変性原理より、 $x(t)$ は $\hat{J}(x(t))$ の時間微分が 0 となる x の集合に含まれる最大の不変集合に収束する。(16) 式から、 $\hat{J}(x(t))$ の時間微分が 0 となる x の集合は (15) 式の集合である。(3)、(10) 式より、この集合に属する x においては、任意の $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ に対して $\dot{x}_i(t) \equiv 0$ が成り立つため、この集合は不変集合である。したがって、 $x(t)$ は (15) 式の集合に収束する。すなわち、(12) 式が成り立つ。□

定理 1 は、提案制御器 (10) 式を用いることで、ロボット群が最終的に $\hat{J}(x)$ の局所最小値を与えるフォーメーションに収束することを示している。 r が十分に大きければ、その

フォーメーションは、 $J(x)$ を小さくするフォーメーションに近いもの、すなわち目標画像 φ を表現するものであることが期待される。

最後に、従来研究^{6), 10)}との関係について述べておく。

まず、従来法⁶⁾は提案法において $r = \infty$ とした場合に対応する。これは、従来法では (7) 式の制御器が用いられている⁶⁾ことと、 $r = \infty$ のとき、任意の時刻 t とロボット $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ に対して $\mathcal{V}_i(x(t)) \cap \mathcal{B}(x_i(t), r/2) = \mathcal{V}_i(x(t))$ が成り立つことから示される。この事実は、提案法において r を大きくしていくと、結果として得られるフォーメーションは、従来法によるものに近づいていくことを意味している。

つぎに、文献 10) との関係は以下のとおりである。文献 10) では、(8) 式において

$$h(\|q - x_i\|) = \begin{cases} \|q - x_i\|^2 & \text{if } \|q - x_i\| < \frac{r}{2} \\ \text{diam}(\mathcal{Q})^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

としたものが $\hat{J}(x)$ として提案されている。これは、 $\|q - x_i\| \geq r/2$ のとき、 $\mathcal{Q}$ に対して $\|q - x_i\|^2$ がとり得る最大の値を出力するものである。また、このとき制御器は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} u_i(t) &= - \left(\frac{\partial \hat{J}(x(t))}{\partial x_i} \right)^\top \\ &= 2 \int_{\mathcal{V}_i(x(t)) \cap \mathcal{B}(x_i(t), r/2)} e^{-30\varphi(q)} dq \\ &\quad \times (\text{cent}(\mathcal{V}_i(x(t)) \cap \mathcal{B}(x_i(t), r/2), e^{-30\varphi(q)}) - x_i(t)) \\ &\quad + \left(\text{diam}(\mathcal{Q})^2 - \frac{r^2}{4} \right) \int_{(\mathcal{V}_i(x(t)) \cap \mathcal{B}(x_i(t), r/2)) \cap \text{bd}(\mathcal{B}(x_i(t), r/2))} \\ &\quad v_{\mathcal{B}(x_i(t), r/2)}(q) e^{-30\varphi(q)} dq \quad (18) \end{aligned}$$

(3) 式より、これによる閉ループ系は $\hat{J}(x)$ に対する勾配系となるため、結果として得られるフォーメーションは $\hat{J}(x)$ の局所最小値を与えるものに収束し、マスゲームが実現されることが予想される。しかし、この制御器には、つぎのような問題がある。まず、 r が大きく、 $\mathcal{V}_i(x(t)) \subset \mathcal{B}(x_i(t), r/2)$ が常に成り立つような場合、 $u_i(t)$ が小さい値となり、最終フォーメーションへの収束が非常に遅くなる。これは、そのような r においては (18) 式の第二項の積分が 0 となることと、任意の $q \in \mathcal{Q}$ に対して $\varphi(q) \in [0, 1]$ より、第一項の積分の値が小さくなることから確認できる。逆に、 r が小さい場合、 $u_i(t)$ が大きい値となり、ロボットが $\mathcal{Q}$ から出てしまう。実際、小さい r に対しては $\text{diam}(\mathcal{Q})^2 - r^2/4$ の値が大きくなるため、(18) 式の第二項が大きくなることがある。このように、文献 10) の制御器を直接用いたのではマスゲームの実現は難しい。

4. マスゲームを実現する通信距離

ここまで、通信距離 r が十分に大きければ、提案制御器によってマスゲームが実現できると考えてきた。では、 r がいくらかであれば、マスゲームが実現できるだろうか。

この問いに関して、つぎの結果が得られる。

《定理 2》 Fig. 3 のシステムに対し、目標画像 $\varphi: \mathcal{Q} \rightarrow [0, 1]$ が任意に与えられるものとする。このとき

$$\hat{J}(x) \leq J(x) \leq \hat{J}(x) + \eta(x, r) \quad (19)$$

が成り立つ。ただし

$$\eta(x, r) := \left(\text{diam}(\mathcal{Q})^2 - \frac{r^2}{4} \right) \int_{\mathcal{Q} \setminus \cup_{i=1}^n \mathcal{B}(x_i, r/2)} e^{-30\varphi(q)} dq \quad (20)$$

である。

(証明) この定理は、文献 10) の結果と同様にして示すことができる。

まず、一つめの不等式は、任意の $q, x_i \in \mathcal{Q}$ に対して、 $h(\|q - x_i\|) \leq \|q - x_i\|^2$ であることから明らかである。

一方、二つめの不等式は以下のようにして示される。ボロノイ領域 $\mathcal{V}_i(x)$ の定義 (1) 式から、 $J(x)$ は

$$J(x) = \sum_{i=1}^n \int_{\mathcal{V}_i(x)} \|q - x_i\|^2 e^{-30\varphi(q)} dq \quad (21)$$

のように書き換えられる。これと (13) 式より

$$\begin{aligned} J(x) - \hat{J}(x) &= \sum_{i=1}^n \int_{\mathcal{V}_i(x) \setminus \mathcal{B}(x_i, r/2)} \left(\|q - x_i\|^2 - \frac{r^2}{4} \right) e^{-30\varphi(q)} dq \\ &\leq \sum_{i=1}^n \int_{\mathcal{V}_i(x) \setminus \mathcal{B}(x_i, r/2)} \left(\text{diam}(\mathcal{Q})^2 - \frac{r^2}{4} \right) e^{-30\varphi(q)} dq \\ &= \left(\text{diam}(\mathcal{Q})^2 - \frac{r^2}{4} \right) \int_{\mathcal{Q} \setminus \cup_{i=1}^n \mathcal{B}(x_i, r/2)} e^{-30\varphi(q)} dq \quad (22) \end{aligned}$$

が得られ、二つめの不等式が示される。 $\square$

定理 2 は、二つの評価関数 $J(x)$, $\hat{J}(x)$ と、通信距離 r の関係を与えている。(19), (20) 式より、 $\mathcal{Q} \setminus \cup_{i=1}^n \mathcal{B}(x_i, r/2) = \emptyset$ のとき、 $\eta(x, r) = 0$ となり、 $\hat{J}(x) = J(x)$ となる。したがって、 $\hat{J}(x)$ と $J(x)$ の間の差が小さいときにマスゲームが実現されることに注意すると、マスゲームが実現される時、 r は $\mathcal{Q} \subset \cup_{i=1}^n \mathcal{B}(x_i, r/2)$ を満たすフォーメーション x が存在するようなものであると考えられる。このことは、マスゲームを実現する r を求める上で、有用な情報となる。その有用性については、5 章において具体例を通して説明する。

また、定理 2 は、ロボット数 n が多いほど、小さい r でマスゲームが実現される可能性が高まることも示している。

5. 数値実験による検証

提案手法の有効性を数値実験により検証する。

Fig. 3 のシステムを考える。ただし、 $n := 3000$, $r = 10$, $\mathcal{Q} := [0, 100] \times [0, 100]$ とする。目標画像 φ は Fig. 4 の Pepper¹²⁾ である。これは画素値の階調数が 256 (8 ビット) の濃淡画像であり、このとき、 $\varphi(q) \in \{0, 1/255, 2/255, \dots, 1\}$ となる。また、初期フォーメーション x_0 は $\mathcal{Q}^n$ 上の一様分布に従って確率的に与える。そして、 K_i には $k := 2$ とした

Fig. 4 Pepper

提案制御器 (10) 式を用いる。

以上の条件で実験を行なった結果が Fig. 5 (a) から (f) である。ここで、黒い点がロボットを表わしている。これらの図を見ると、(a) から (f) へと時間の経過に伴って、フォーメーションが徐々に目標画像に近づいていることがわかる。この結果から、提案制御器が問題 1 の解であることが確認できる。

つぎに、定理 2 を用いて、 r をどの程度小さくできるかを考えよう。上で述べたように、定理 2 より、マスゲームが実現される場合、 r は $\mathcal{Q} \subset \cup_{i=1}^n \mathcal{B}(x_i, r/2)$ を満たすフォーメーション x が存在するようなものであると考えられる。そこで、 $n = 3000$, $\mathcal{Q} = [0, 100] \times [0, 100]$ であることを踏まえ、そのような r の中で最小のものとして、 $r = 3$ とする。そのときの結果として、 $t = 200$ でのフォーメーションが Fig. 6 (a) に示されているが、目標画像が表現されていることがわかる。一方、これをさらに小さくして $r = 2$ とすると、 $\mathcal{Q} \subset \cup_{i=1}^n \mathcal{B}(x_i, r/2)$ を満たす x は存在しなくなる。その結果、 $t = 200$ でのフォーメーションを表わす Fig. 6 (b) は、目標画像を忠実に表わしているとはいえないものとなっている。このように、定理 2 を用いることで、マスゲームを実現する最小の r を容易に調べることができる。

6. おわりに

本論文では、 r -近傍通信が可能な状況下でのマスゲーム問題を扱った。そして、従来研究で開発された、マスゲームの達成度を表わす評価関数を拡張するというアイデアに基づき、問題の解となる分散制御器を導出した。また、拡張された評価関数と元の評価関数の間の差から、マスゲームを実現するために必要な通信距離について考察した。これらの結果を用いれば、各ロボットが自分から一定距離以内に存在するロボットとしか通信できないという現実的な状況においても、マスゲームを実現することができる。

理論と実際の差を減らすために、本論文ではロボット間の通信に着目したが、そのほかにも考慮すべき点は多数ある。例としては、ロボットの行動制約が挙げられる。これを制御器に反映すれば、より実用的なものが得られるだろう。また、マスゲームは、エンターテインメント分野への応用がまず最初に考えられるが、そのほかにも応用先があるはずである。そ

Fig. 5 Result for Pepper

Fig. 6 Formations for several communication distance r

れを探すことも今後の課題として挙げられる。

謝辞 本研究は、総合科学技術会議により制度設計された最先端研究開発支援プログラム（FIRST 合原最先端数理モデルプロジェクト）により、日本学術振興会を通して助成されたものです。

参考文献

- 1) R. Olfati-Saber, J.A. Fax and R.M. Murray: Consensus and cooperation in networked multi-agent systems, *Proceedings of the IEEE*, **95**-1, 215/233 (2007)
- 2) C.T. Abdallah and H.G. Tanner: Complex networked control systems: Introduction to the special section, *Control Systems Magazine*, **27**-4, 30/32 (2007)
- 3) S. Martinez, J. Cortés and F. Bullo: Motion coordination with distributed information, *Control Systems Magazine*, **27**-4, 75/88 (2007)
- 4) W. Ren and R.W. Beard: *Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control*, Springer (2008)
- 5) M. Mesbahi and M. Egerstedt: *Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks*, Princeton University Press (2010)
- 6) 東, 泉, 杉江: 分散制御によるロボットマスケーム, システム制御情報学会論文誌, **25**-4, 94/100 (2012)
- 7) S. Izumi, S. Azuma and T. Sugie: Robotic mass games by distributed hybrid controllers, *Proceedings of the 4th IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*, 339/343 (2012)
- 8) J. Cortés, S. Martinez, T. Karatas and F. Bullo: Coverage control for mobile sensing networks, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **20**-2, 243/255 (2004)
- 9) R. Ulichney (Ed.): *Digital Halftoning*, MIT Press (1987)
- 10) J. Cortés, S. Martinez, T. Karatas and F. Bullo: Spatially-distributed coverage optimization and control with limited-range interactions, *ESAIM: Control, Optimization and Calculus of Variations*, **11**-4, 691/719 (2005)

- 11) C.G. Cassandras and W. Li: Sensor networks and cooperative control, *European Journal of Control*, **11**-4/5, 436/463 (2005)
- 12) http://www.ess.ic.kanagawa-it.ac.jp/app_images_j.html

=====

[著 者 紹 介]

泉 晋 作 (学生会員)

1987 年 10 月 30 日生。2012 年京都大学大学院情報学研究科修士課程修了。同年同博士後期課程に進学し、現在に至る。マルチエージェントシステムの分散制御に関する研究に従事。2011 年度計測自動制御学会学術奨励賞を受賞。システム制御情報学会の学生会員。

東 俊 一 (正会員)

1976 年 7 月 24 日生。2004 年東京工業大学大学院情報理工学研究科博士後期課程修了。同年より日本学術振興会特別研究員、2005 年京都大学大学院情報学研究科助手、2007 年同助教、2011 年同准教授となり現在に至る。この間、2004～2005 年ジョージア工科大学客員研究員、2009～2010 年ペンシルバニア大学客員研究員、ハイブリッドシステム制御論の研究に従事。博士 (工学)。2005 年、2008 年計測自動制御学会論文賞、2011 年度同学会制御部門バイオニア賞などを受賞。IEEE、システム制御情報学会などの会員。

杉 江 俊 治 (正会員・フェロー)

1978 年京都大学大学院修士課程精密工学専攻修了。84 年同博士後期課程研究指導認定退学。78～80 年日本電信電話公社勤務。84 年大阪府立大学工学部助手。88 年京都大学工学部助教授を経て、現在情報学研究科教授。ロバスト制御、システム同定、非線形制御などの研究に従事。工学博士。91 年システム制御情報学会榎本記念論文賞。98、2008 年同学会論文賞。94、2000、2003、2007、2008 年計測自動制御学会論文賞を受賞。システム制御情報学会、日本ロボット学会などの会員。IEEE のフェロー。

=====