キャスターボードロボットのモデリングと制御

衣 笠 一 樹*・石 川 将 人*・大須賀 公 一*

Modeling and Control of Casterboard Robot

Kazuki KINUGASA*, Masato ISHIKAWA* and Koichi OSUKA*

In this paper, we propose a robotic model of a casterboard, which is a commercial variant of skateboards with twistable footplates and passive inclined caster wheels. We then derive its mathematical model in the form of nonlinear state equation; this system is of much interest from both mechanical and control points of view as a new challenging example of nonholonomic mechanics. Based on an observation in the preceding works concerning locomotion control for nonholonomic systems, we propose a locomotion control method with sinusoidal periodic control to realize forwarding and turning locomotion. The proposed idea is examined by simulations and physical experiments using the prototype robot developed by the authors. Moreover, we also examine influence of the parameters in sinusoidal reference signals on the robot's behavior.

Key Words: nonholonomic systems, locomotion control, wheeled mobile robots

1. はじめに

キャスターボードとは、Fig. 1 (a) に示す変形スケートボードの一種である。一般のスケートボードとは異なり、キャスターボードはボードが前後で分割されているという特殊な車体構造をもち、前後のボードに受動車輪が前傾した状態で1輪ずつ取り付けられている。そのため、前後のボードを互いにねじることにより、前後の車輪を互いに独立に操舵することができ、同時に操縦者が腰の捻りや足の動作を適切に加えることで、地面を蹴らずにキャスターボードを推進させることができる。このキャスターボードの運動には、幾何学的構造に起因する運動学と、一般化運動量の振る舞いに起因する動力学的両方が本質的に関与するという点で、非線形制御理論の観点からみて非常に興味深い。本研究では、このキャスターボードに操縦者の動作を組み合わせた自律移動ロボット(キャスターボードロボット)のモデル化を行ない、その制御原理を非ホロノミックシステムの観点から解明し、(乗り物ではなく)自律ロボットとして実現することを目的とする。

キャスターボードの制御と関連の深い先行研究として、Ostrowski らによるスネークボード (Fig. 1 (b)) の制御に関する研究がある^{1)~4)}。スネークボードもまた、前後独立に操舵可能な受動車輪をもつ変形スケートボードの一種であり、キャスターボードと同じく操縦者が直接地面を蹴らずに推進する

ことができる。これらの研究ではスネークボードの運動方程式を (i) 接続方程式、(ii) 一般化運動量方程式、(iii) 還元方程式の3式からなる非線形状態方程式としてモデル化し、非ホロノミックシステムの制御理論に基づいて並進、回転などの基本運動パターンを導出している^{5),6)}。また、著者らはこのうち (ii) で表わされる一般化運動量の周期的な安定性を考慮した point-to-point フィードバック制御も行なっている⁷⁾。キャスターボードのモデル化と制御は、車輪の操舵機構が複雑であるという点と、ボードのロール回転を含むことにより3次元運動としての取り扱いが不可避であるという点でスネークボードに比べて大幅に困難と考えられるため、これまでに先行研究はほとんどなかった。Shammas ら⁸⁾は、スネークボードの運動方程式における慣性行列をロボットの形状に依存する形に一般化した variable inertia snakeboard という枠組みを提案し、その一つのケースとしてキャスターボードに相当するシステムの前方向推進制御例を部分的に示しているが、制御入力次第で現れるキャスターボードの多様な推進パターンや実機実験については言及していない。

本論文では、キャスターボードの振る舞いに簡略化のため

(a) Casterboard

(b) Snakeboard

Fig. 1 Casterboard and snakeboard: variants of skateboard

* 大阪大学大学院工学研究科 吹田市山田丘 2-1

* Graduate School of Engineering, Osaka University, 2-1 Yamadaoka, Suita

(Received November 5, 2012)

(Revised March 18, 2013)

のいくつかの仮定を設けることにより、前述したスネークボードの推進制御の知見を活用できる形でカスターボードの動力学モデルを導出する。その際、カスターボードに二つの可動おもりを制御入力として導入することで自律移動ロボットとしてモデル化し、周期目標値を用いた前方推進と旋回運動の制御方法を提案する。提案手法の有効性はシミュレーションと実機実験により検証する。さらに、二つの周期目標値の位相差と角周波数がロボットの推進に与える影響についてもシミュレーションと実機実験により検証を行なう。

本論文の構成を以下に示す。まず第2章では、先行研究におけるスネークボードの推進制御について簡単な説明を加える。続いて第3章では、カスターボードを自律移動ロボットとしてモデル化し、モデルの状態方程式を導出する。第4章ではカスターボードロボットの制御方法を提案し、その有効性を数値シミュレーションと実機実験により検証する。さらに入力の位相差と角周波数が与える影響を、それぞれ第5章と第6章で検証する。最後に第7章で本論文のまとめと今後の予定を述べる。

2. 背景：スネークボードロボット

本章では、Ostrowski ら³⁾によるスネークボードロボットの推進制御について簡単に紹介する。

スネークボードとは、90年代半ばから主に米国で遊具として流行した変形スケートボードの一種である。Fig. 2に示すように車体は中心となる1本のはりと、その両端に位置する、2輪ずつ受動車輪が取り付けられた踏み板からなる。各踏み板は、鉛直軸回りに回転する関節を介して中央のはりに取り付けられているため、前後の車輪は互いに独立に、操縦者の足により直接操舵することができる。基本的には、操縦者が以下の二つの操作を組み合わせることで推進する。

- 前後の車輪を互いに逆方向に操舵する。
- 操縦者の腰のひねりにより、車体の中心回りにヨー方向のトルクを与える。

Fig. 2 Maneuvering basics of the snakeboard

Ostrowski らは、スネークボードのダイナミクスの数学的な記述について議論し、スネークボードの自律移動ロボットモデル(スネークボードロボット)を提案している¹⁾。Fig. 3に示すように、スネークボードロボットには車体の中心を通る鉛直軸回りにトルクを与えるロータが取り付けられており、その回転角を ψ とする。このモデルは、一般化運動量を状態変数としてもつ非ホロノミックな動的システムとして分類されている^{5), 6)}。また、モデルの状態方程式の入力ベクトル場による Lie 括弧積を用いた可制御性解析に基づき、推進制御

Fig. 3 Model of the snakeboard robot

のための入力を導出している。それらの文献においてもまた、前後の車輪は共通の操舵角 ϕ で対称に操舵すると仮定することにより、モデルを $\dot{\psi}$, $\dot{\phi}$ の2入力の非線形システムに簡略化している。さらに文献によれば、各車輪が地面に対して横滑りしないと仮定すると、ロータの回転角 ψ と車輪の操舵角 ϕ を同じ角周波数で周期的に変化させることにより、スネークボードロボットの前方推進と旋回運動の制御が可能であることが知られている。以上の知見を用いて、本研究ではカスターボードの推進制御を行なう。

3. カスターボードロボット

本章では、カスターボードの構造と基本的な操縦方法について述べる。さらにカスターボードを自律移動ロボットとしてモデル化し、モデルの状態方程式を導出する。

3.1 モデリング

カスターボードの側面図を Fig. 4に示す。カスターボードはロール軸回りに回転可能な関節で連結した前後のボードからなる。各ボードの下には、受動車輪からなるカスターが前傾した状態で1個ずつ取り付けられている。操縦者の足の踏み込みにより、前後のボードは互いにロール軸回りに捻ることができる。また、各カスターはボードへの取り付け軸回りに回転することもできる。そのため、Fig. 5に示すように各ボードがロール回転するように操縦者が足を踏み込むと、車体のポテンシャルエネルギーが小さくなるように各車輪が押し出される。すなわち、ボードのロール角 ϕ を変化させると、それに応じてカスターのヨー角 ψ が間接的に変化する。

以上の仕組みにより、Fig. 6に示すカスターボードの基本的な操縦方法が説明できる。基本的には操縦者の足の踏み込みにより、前後のボードを互い違いにロール回転させ、同時にボードを傾けた方向に力を加える(図中の“force”)という操縦が行なわれる。この足の動作により、前後の車輪が互いに逆方向に操舵され、同時にカスターボードの鉛直軸回りにトルクが与えられるため、カスターボードは車輪の向きに沿って推進する。

Fig. 4 Side view of the casterboard

Fig. 5 Relationship between the boards and the caster wheels

Fig. 6 Maneuvering basics of the casterboard

3.2 キャスターボード“ロボット”

以上の車体構造と操縦方法を踏まえ、Fig. 7に示すように操縦者の代わりとなる可動おもりを用いた自律移動ロボット(キャスターボードロボット)としてキャスターボードをモデル化する。キャスターボードと同様に、このロボットはキャスターが1個ずつ取り付けられた前後のボードからなる。また、各ボードの上面には剛体棒を介しておもりが1個ずつ取り付けられている。ただし、各剛体棒の下端は車輪の真上に位置する。前後のボードはロール軸回りに能動的に回転させることのできる関節で連結しており、各ボードのロール角に対して制御入力を与えられるものとする。

Fig. 7 Model of the casterboard robot

3.3 状態方程式の導出

ここでは、前節で提案したキャスターボードロボットのモデルの状態方程式を導出する。Fig. 7(b)はモデルの上面図であり、 (x, y) は $X-Y$ 平面における車体の中心の座標、 θ は X 軸に対する車体の姿勢角である。また、 ϕ_f, ϕ_r はそれぞれ前後のボードのロール角であり、 ψ_f, ψ_r はそれぞれ前後の車輪の操舵角である。水平軸回りの回転角(ロール角)についてはロボット前方からみて反時計回りを正、鉛直軸回りの回転角についてはロボット上面からみて反時計回りを正とする。ここで、問題を簡単にするために以下の仮定を設ける。
[仮定]

- (1) ロボット全体のロール方向の姿勢は常に直立した状態で保たれる。
- (2) 前後のボードのロール角 ϕ_f, ϕ_r は微小なため、ボードとおもりの鉛直方向の偏差は無視できる。
- (3) 前ボードのロール角 ϕ_f に応じて、車輪のヨー角 ψ_f は瞬時に静的な平衡状態をとる(付録A参照)。すなわち

以下のホロノミック拘束が成り立つ。

$$\psi_f(t) = \tan^{-1}(\tan \alpha \sin \phi_f(t)) \quad (1)$$

ϕ_r と ψ_r についても同様の関係とする。

これらの仮定はやや厳しい制限であるが、これにより本質的には3次元のダイナミクスを有するキャスターボードロボットを簡略化することができ、2次元の平面移動ロボットのように扱うことができる。この簡略化されたモデルで議論してもキャスターボードロボットの運動の本質が損なわれないことは以降の節で示す。

ここで、ロボットの物理パラメータを導入する。ロボット全体の質量を m_1 、おもりの質量を m_2 、ロボットの中心から各車輪までの距離を l_1 、おもりとボードを連結する剛体棒の長さ(おもりとボードの間の距離)を l_2 、ロボットの鉛直軸回りの慣性モーメントを J 、ボードに対するキャスターの取付軸の角度を α とする。このシステム全体のラグランジアンは以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2}m_1(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \\ & + \frac{1}{2}m_2\{[\dot{x} - l_1\dot{\theta}\sin\theta - l_2(\dot{\phi}_f\sin\theta + \phi_f\dot{\theta}\cos\theta)]^2 \\ & + [\dot{y} + l_1\dot{\theta}\cos\theta + l_2(\dot{\phi}_f\cos\theta - \phi_f\dot{\theta}\sin\theta)]^2\} \\ & + \frac{1}{2}m_2\{[\dot{x} + l_1\dot{\theta}\sin\theta - l_2(\dot{\phi}_r\sin\theta + \phi_r\dot{\theta}\cos\theta)]^2 \\ & + [\dot{y} - l_1\dot{\theta}\cos\theta + l_2(\dot{\phi}_r\cos\theta - \phi_r\dot{\theta}\sin\theta)]^2\} \quad (2) \end{aligned}$$

前後の車輪は横滑りしないと仮定すると、以下の非ホロノミックな拘束式が成り立つ。

$$\begin{cases} \dot{x}\sin(\theta + \psi_f) - \dot{y}\cos(\theta + \psi_f) - l_1\dot{\theta}\cos\psi_f = 0 \\ \dot{x}\sin(\theta + \psi_r) - \dot{y}\cos(\theta + \psi_r) + l_1\dot{\theta}\cos\psi_r = 0 \end{cases} \quad (3)$$

ロボットの配置ベクトルを $\mathbf{w} := [x, y, \theta]^T$ とすると、前述の仮定によりシステムの一般化座標は $\mathbf{q} := [\mathbf{w}, \phi_f, \phi_r]^T$ と表わすことができる。まず、 ϕ_f, ϕ_r についてのラグランジュの運動方程式は以下のように記述される。

$$\begin{cases} m_2l_2^2\ddot{\phi}_f - m_2l_2(\ddot{x}\sin\theta - \ddot{y}\cos\theta - l_1\ddot{\theta}) \\ \quad - \left(\frac{1}{2}m_2l_1l_2\cos 2\theta - l_2^2\phi_f\right)\dot{\theta}^2 = \tau_f \\ m_2l_2^2\ddot{\phi}_r - m_2l_2(\ddot{x}\sin\theta - \ddot{y}\cos\theta + l_1\ddot{\theta}) \\ \quad + \left(\frac{1}{2}m_2l_1l_2\cos 2\theta - l_2^2\phi_r\right)\dot{\theta}^2 = \tau_r \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 τ_f, τ_r はボードをロール回転させるための外部トルクであり、計算トルク法に従うと $\mathbf{u} := [\ddot{\phi}_f, \ddot{\phi}_r]^T$ を仮想的な制御入力と考えることができる。

一方、(1)式と(3)式より、以下の $\dot{\mathbf{w}}$ に線形な運動学的な拘束式が得られる。

$$D(\mathbf{q})\dot{\mathbf{w}} = 0,$$

$$D(\mathbf{q}) :=$$

$$\begin{bmatrix} \sin(\theta + \psi_f(\phi_f)) & -\cos(\theta + \psi_f(\phi_f)) & -l_1 \cos \psi_f(\phi_f) \\ \sin(\theta + \psi_r(\phi_r)) & -\cos(\theta + \psi_r(\phi_r)) & l_1 \cos \psi_r(\phi_r) \end{bmatrix} \quad (5)$$

したがって、拘束式 (5) を考慮した、配置ベクトル $\mathbf{w}$ についてのラグランジュの運動方程式は、ラグランジュの未定乗数 $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2]^T$ を用いて以下の形で導出される。

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{w}} + W(\mathbf{q}) - E(\mathbf{q})\mathbf{u} - D(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\lambda} = 0 \quad (6)$$

ただし、 $M(\mathbf{q})$, $W(\mathbf{q})$, $E(\mathbf{q})$ は以下の行列で与えられる。

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_1 + 2m_2 & 0 & M_{13} \\ 0 & m_1 + 2m_2 & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{bmatrix}$$

$$M_{13} = -m_2 l_2 (\phi_f + \phi_r) \cos \theta$$

$$M_{23} = -m_2 l_2 (\phi_f + \phi_r) \sin \theta$$

$$M_{33} = J + m_2 \{ 2l_1^2 + l_1 l_2 (\phi_f - \phi_r) \cos 2\theta + l_2^2 (\phi_f^2 + \phi_r^2) \}$$

$$W(\mathbf{q}) = [W_1 \quad W_2 \quad W_3]^T$$

$$W_1 = m_2 l_2 \{ (\phi_f + \phi_r) \sin \theta \cdot \dot{\theta} - 2(\dot{\phi}_f + \dot{\phi}_r) \cos \theta \} \dot{\theta} + c \dot{x}$$

$$W_2 = -m_2 l_2 \{ (\phi_f + \phi_r) \cos \theta \cdot \dot{\theta} - 2(\dot{\phi}_f + \dot{\phi}_r) \sin \theta \} \dot{\theta} + c \dot{y}$$

$$W_3 = m_2 l_2 [l_1 \{ (\dot{\phi}_f - \dot{\phi}_r) \cos 2\theta - (\phi_f - \phi_r) \sin 2\theta \cdot \dot{\theta} \} + 2l_2 (\phi_f \dot{\phi}_f + \phi_r \dot{\phi}_r)] \dot{\theta} + 2c l_1^2 \dot{\theta}$$

$$E(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_2 l_2 \sin \theta & m_2 l_2 \sin \theta \\ -m_2 l_2 \cos \theta & -m_2 l_2 \cos \theta \\ -m_2 l_1 l_2 & m_2 l_1 l_2 \end{bmatrix}$$

ここで、ロボットは車輪の進行方向に沿って地面から粘性抵抗を受けると仮定している。 c は粘性抵抗の比例定数である。

(5) 式を用いて (6) 式から $\boldsymbol{\lambda}$ を消去すると、以下の式が導出される。

$$\ddot{\mathbf{w}} + Q\dot{\mathbf{w}} + PM^{-1}W - PM^{-1}E\mathbf{u} = 0$$

$$Q(\mathbf{q}) = M^{-1}D^T(DM^{-1}D^T)^{-1}$$

$$P(\mathbf{q}) = I - QD$$

ただし I は単位行列である。以上より、キャストボードロボットの状態方程式は以下のように記述される。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \dot{\mathbf{w}} \\ \phi_f \\ \phi_r \\ \dot{\phi}_f \\ \dot{\phi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{w}} \\ -Q\dot{\mathbf{w}} - PM^{-1}W \\ \dot{\phi}_f \\ \dot{\phi}_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ PM^{-1}E \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (7)$$

ここで、 D , W , E , Q , P の成分は状態に依存した非線形

関数となっている。

4. 推進制御

本章では、キャストボードロボットの制御方法を提案し、その有効性を数値シミュレーションと実機実験により検証する。

4.1 制御方法

ここではスネークボードの先行研究で得られた知見に基づき、車輪の操舵角と車体に与えられるトルクが同周期で周期的に変化するように制御することを提案する。そこで、キャストボードロボットのボードの回転角 ϕ_f , ϕ_r をそれぞれ以下の参照角度 ϕ_f^* , ϕ_r^* に追従させる。

$$\begin{cases} \phi_f^*(t) = A \sin \omega t + B \\ \phi_r^*(t) = -\phi_f^*(t) \end{cases} \quad (8)$$

ここで、 A は振幅、 B は振動中心、 ω は角周波数を表わしている。 B は進行方向を決めるため、 $B = 0$ とすると前方推進、 $B \neq 0$ とすると旋回運動が得られる。ここで旋回運動においては、 $B > 0$ で反時計回り、 $B < 0$ で時計回りに旋回する。

また、 ϕ_f , ϕ_r をそれぞれ参照角度 ϕ_f^* , ϕ_r^* に追従させるため、以下の簡単な PD フィードバック制御則を適用する。

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} K_P(\phi_f^* - \phi_f) + K_D(\dot{\phi}_f^* - \dot{\phi}_f) + \ddot{\phi}_f^* \\ K_P(\phi_r^* - \phi_r) + K_D(\dot{\phi}_r^* - \dot{\phi}_r) + \ddot{\phi}_r^* \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 K_P は比例ゲイン、 K_D は微分ゲインである。

4.2 シミュレーション

本節では、提案した制御方法の有効性を、状態方程式 (7) に基づく数値シミュレーションにより検証する。参照角度 ϕ_f^* , ϕ_r^* の周期関数のパラメータ A , B , ω は以下のように与えた。

●前方推進時：

$$A = \pi/9 [\text{rad}], B = 0 \text{ rad}, \omega = 6.4 \text{ rad/s}$$

●旋回時：

$$A = \pi/18 [\text{rad}], B = \pi/18 [\text{rad}], \omega = 11.4 \text{ rad/s}$$

A , ω はともに推進速度を増加させる効果をもつが、 A を大きく ω を小さくすると一周あたりの推進量は大きいものの進行方向のずれが生じやすくなり、 A を小さく ω を大きくするとその逆の傾向となる。ここでは、後述する実機実験との比較のために関節の可動範囲ならびに追従性能の上限も考慮しつつ、前方推進において前者、旋回運動において後者の傾向をもつようなパラメータを選定した。

また、状態方程式 (7) における各パラメータの値を **Table 1** に示す。ここで簡単のため、車体を一様な棒とみなし

Table 1 Physical parameters of the casterboard robot

l_1	distance between the center and the mass	0.095 [m]
l_2	length of the inverted pendulum	0.115 [m]
m_1	mass of the body	1.29 [kg]
m_2	mass of a weight	0.29 [kg]
J	inertia of the body about the vertical axis	0.039 [kg·m ²]
α	incline angle of the caster axis	7π/18 [rad]
c	viscous friction coefficient of the ground	0.8 [N·s/m]

$J = m_1 l_1^2 / 3$ とする. K_P , K_D については, ϕ_i が ϕ_i^* に十分追従するように値を設定した. その他の物理パラメータは摩擦係数 c を除いて次節で述べる実験機と同じ値とした. 初期配置は $\mathbf{w}(0) = [0, 0, 0]^T$ とした.

まず, 前方推進のシミュレーション結果を **Fig. 8** に示す. ロボットは蛇行し, わずかに推進方向にずれを生じつつ前方 (x 軸の正方向) に推進する. 一方, **Fig. 9** に示す旋回運動については, 一定の旋回半径を保って円運動を行なうことが確

(a) Trajectory on the X-Y plane

(b) Time response of the location

Fig. 8 Simulation of forwarding locomotion

(a) Trajectory on the X-Y plane

(b) Time response of the location

Fig. 9 Simulation of turning locomotion

認された. このように, 提案したキャストボードロボットの理論モデルと制御則 (8) のもとで, 基本運動である前方推進および旋回が可能であることが確認された.

4.3 実機実験

本研究では, **Fig. 10** に示す自律制御可能なキャストボードロボットの実験機を製作した. この実験機にはモデルと同様におもりとキャストを取り付けた前後のボードがあり, 両ボードの間に設けた中央部の前後にサーボモータが搭載されており, それぞれの回転軸を介して前後のボードと接続されている. また車体が上下に摂動した際に中央部がロール回転しないように, 中央部の下には平行リンク機構を介して, 二つのボールキャストからなる補助キャストが取り付けられている.

マイクロコントローラには ARM 社の 32 bit プロセッサコア Cortex-M3 (96 MHz) を搭載した mbed NXP LPC1768 を使い, サーボモータには Hitec HS-7940TH (角速度 17.5 rad/s, トルク 16.0 kgf·cm) を用いた. またロボットの位置 x , y , θ については, 上空のカメラ撮像からロボット上面に設けたマークの位置を画像計測することによって算出した.

(a) An overview

(b) Components of the robot

Fig. 10 The casterboard robot

ここで, 提案した制御方法の有効性を実機実験により検証する. 実機実験では, 前節のシミュレーションと同様の参照角度 $\phi_f^*(t)$, $\phi_r^*(t)$ をサーボモータに与えた. まず前方推進の実験結果を **Fig. 11** に示す. キャスターボードロボットはほぼ一定の速度で, シミュレーションと同様に蛇行しながら前方に推進していることがわかる.

続いて, 旋回運動の実験結果を **Fig. 12** に示す. キャスターボードロボットは, シミュレーションと同様にほぼ一定の旋回半径で反時計回りに旋回していることがわかる.

(a) Trajectory on the X-Y plane

(b) Time response of the location

Fig. 11 Experiment of forwarding locomotion

(a) Trajectory on the X-Y plane

(b) Time response of the location

Fig. 12 Experiment of turning locomotion

5. 位相差の影響

前章では、前後のボードのロール角を逆位相で変化させて推進制御を行なった。以降、この逆位相の入力による前方推進を逆位相推進と呼ぶ。本章では、前後のボードの参照角度 ϕ_f^* と ϕ_r^* の間の位相差がキャスターボードロボットの推進にどのような影響を与えるのか検証を行なう。

5.1 シミュレーション

まず、前後のボードの位相差が与える影響を状態方程式 (7)

Fig. 13 Forwarding locomotion (in-phase; simulation) **Fig. 14** Forwarding locomotion (half-phase; simulation)

に基づく数値シミュレーションにより検証する。ボードのロール角 ϕ_f , ϕ_r の参照角度 ϕ_f^* , ϕ_r^* は以下のように与える。

$$\begin{cases} \phi_f^*(t) = A \sin \omega t \\ \phi_r^*(t) = A \sin(\omega t - \beta) \end{cases} \quad (10)$$

ただし、 A は共通の振幅、 ω は共通の角周波数、 β は二つの参照角度の位相差である。ここで、 $A = \pi/9$ [rad]、 $\omega = 6.4$ rad/s とし、初期配置を $\mathbf{w}(0) = [0, 0, 0]^T$ とし、 $\beta = 0, \pi/2, \pi$ [rad] の各位相差について数値シミュレーションを行なった。**Fig. 13**, **Fig. 14** にシミュレーション結果を示す。なお、 $\beta = \pi$ [rad] の場合は前節で述べた逆位相推進に一致する (Fig. 8 参照) ので、ここでは省略する。以上のシミュレーション結果より、いずれの位相差 β でもおよそ前方に推進することがわかる。また、進行方向である X 方向の推進速度は位相差 β によって変化している。推進速度が最も早いのは $\beta = 0$ rad の場合 (以降、同位相推進) であり、 β が大きくなるにつれて推進速度は小さくなる傾向がある。

ここで姿勢角 θ の変化に着目すると、 $\beta = 0$ の場合は (5) 式から $\dot{\theta} = 0$ となることからわかるように、 $\theta(t)$ はほぼ一定の姿勢角を保っている。一方、位相差 β が大きくなるにつれて θ は振動するようになり、その振幅は大きくなっていく。このことによる並進エネルギーの損失の増加が、 β によって推進速度が変化する原因の一つとして考えられる。

5.2 実機実験

本節では、前節のシミュレーション結果の妥当性を実機実験により検証する。実機実験は前節のシミュレーションと同じ参照角度を用いて行なった。 $\beta = 0, \pi/2$ [rad] の場合の実

Fig. 15 Forwarding locomotion (in-phase; experiment)

Fig. 16 Forwarding locomotion (half-phase; experiment)

験結果を Fig. 15, Fig. 16 に示す. $\beta = \pi$ の場合の実験結果は Fig. 11 を参照されたい.

以上より, キャスターボードロボットはいずれの位相差 β においてもおおそ前方に推進していることがわかる. また, 位相差と推進速度の関係もシミュレーション結果と同様の傾向を示している.

6. 励振周波数の影響

ここまでの検証では参照角度に特定の角周波数 ω を用いてきた. 本章では ω を変化させることにより, ω がロボットの推進速度に与える影響について検証を行なう.

6.1 シミュレーション

まず状態方程式 (7) に基づく数値シミュレーションにより検証を行なう. ここではロボットが前方推進を行なうように, (10) 式に示す参照角度 ϕ_f^* , ϕ_r^* を用い, $A = 2\pi/45$ [rad] とし位相差 $\beta = 0, \pi/2, \pi$ [rad] の各場合について, 角周波数 ω を 0 rad/s から 15 rad/s まで 1 rad/s ずつ変化させてシミュレーションを行なった. 各場合のシミュレーションにおけるロボットの推進速度を Fig. 17 に示す. ただし, 推進速度はロボットの運動が定常状態となっている $5\text{ s} \leq t \leq 10\text{ s}$ の 5 秒間の移動距離から計算した平均速度である.

Fig. 17 より, いずれの角周波数 ω においても, 位相差 β が大きくなるにつれて推進速度は小さくなっていることがわかる. これは前章で述べた位相差と推進速度の関係と同様の傾向を示している. また, いずれの位相差 β においても, 角周波数 ω の増加に対して推進速度は非線形的に増加している. なお車輪と地面の摩擦係数 c を変えると推進速度は全体的に

Fig. 17 Traveling speed vs. frequency change (simulation)

Fig. 18 Traveling speed vs. frequency change (experiment)

増加または減少するが, 位相差・角周波数との相対的な関係は変わらない.

6.2 実機実験

ここでは, 前節のシミュレーション結果の妥当性を実機実験により検証する. Fig. 18 に実験結果を示す. ただし, サーボモータへの参照角度には前節のシミュレーションにおける ϕ_f^* , ϕ_r^* を用いた.

この結果から, いずれの角周波数と推進速度, および位相差の選択との関係はシミュレーション結果とおおむね同様の傾向を示している. ただし $\beta = 0$ rad の場合には $\omega \approx 12$ rad/s を境に推進速度に若干の低下がみられる. これは推進速度が増加するにつれて, 補助キャスターと地面との接触による影響が顕著になってくるためと考えられる. また上記の結果には含めていないが, サーボモータの本来の追従性能を超える 15 rad/s 以上の参照角度を与えた際に, さらなる推進速度の増加がみられる場合があった. これはロボットの周期運動と補助キャスターの衝突がうまく協調した結果と推察されるが, 不確定な要素がいくつか関与する現象であるため, 今後解明を検討していく予定である.

7. 結 言

本論文では, キャスターボードに可動おもりを取り付けた自律移動ロボットのモデル化を行ない, モデルの非線形状態方程式を導出した. そして周期的な入力を用いた前方推進と旋回運動のための制御方法を提案した. 続いて, キャスターボードの実験機を用いて提案手法による前方推進と旋回運動を実現し, 実験結果がシミュレーション結果とほぼ一致することを示した. さらに, 周期入力の位相差と角周波数がロボットの推進に与える影響について検証を行なった. 基本的には

位相差が小さいほど推進速度が大きく、また角周波数を大きくするほど推進速度が増加するという結果がシミュレーションと実機実験の両面で得られた。

また、キャスターボードは複雑な車体構造と3次元のダイナミクスを有するが、現段階ではいくつかの仮定を設けて簡略化することで平面移動ロボットとして扱うことができるということが確認された。しかし、モデルでは考慮されていない補助キャスターがシミュレーションと実機実験の相違の原因の一つとして考えられるため、この点ではさらなるモデルの検討の余地がある。さらに今後は、非ホロノミックシステムの制御理論の視点からLie代数を用いた可制御性解析を行ない、キャスターボードロボットの制御原理を解明する予定である。実機実験においては、ロボットのロール回転に関するバランス制御を実現することにより補助キャスターを要しない制御を目指す。また本論文では、 ψ_i と ϕ_i の間に静的な関係が成り立つと仮定することによりキャスターのダイナミクスを無視しているが、その点を考慮した数学モデルについても検証予定である。

謝辞 本研究の一部は日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究(C)22560445による助成を受けました。ここに謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) J. Ostrowski, J. Burdick, A.D. Lewis and R.M. Murray: The mechanics of undulatory locomotion: The mixed kinematic and dynamic case, *IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation*, 1945/1951 (1995)
- 2) J. Ostrowski, J.D. Desai and V. Kumar: Optimal gait selection for nonholonomic locomotion systems, *IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation*, 20/25 (1997)
- 3) J. Ostrowski and J. Burdick: The geometric mechanics of undulatory robotic locomotion, *The International Journal of Robotics Research*, **17**-7, 683/701 (1998)
- 4) K.A. McIsaac and J.P. Ostrowski: A framework for steering dynamic robotic locomotion systems, *The International Journal of Robotics Research*, **22**-2, 83/97 (2003)
- 5) R.M. Murray, S.S. Sastry and Z. Li: *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, CRC Press (1994)
- 6) A.M. Bloch: Nonholonomic mechanics and control, *Interdisciplinary Applied Mathematics (IAM)*, **24**, Springer (2003)
- 7) Y. Kiyasu and M. Ishikawa: Feedback control of non-holonomic mobile robot concerning momentum dynamics: A snakeboard example, *IFAC Workshop on Lagrangian and Hamiltonian Methods in Nonlinear Control*, 171/176 (2006)
- 8) E.A. Shamma and H. Choset: *Generalized Motion Planning for Underactuated Mechanical Systems*, PhD thesis, Carnegie Mellon University (2006)

《付 録》

A. ホロノミック拘束(1)の導出

Fig.5に示したキャスターボードの車輪操舵機構において、ボード上の操舵軸接続点を O 、軸長を ℓ 、軸の先端を A 、車軸の中心を B とする。Fig.A.1上図に示すように、 $\phi = 0$

Fig. A.1 Static equilibria of the caster wheel

のときは O, A, B が同一鉛直面上にある。ボードが傾斜して $\phi \neq 0$ となったとき、静力学的な平衡状態の条件は点 B が最高点をとることであり、このとき上面において O, A, B は一直線上に並ぶ。側面からみた O, A の水平間隔は ϕ によらず $\ell \cos \alpha$ であり、前面からみた OA の距離は $\ell \sin \alpha$ 、水平間隔は $\ell \sin \alpha \sin \phi$ であるから、

$$\tan \psi = \frac{\ell \sin \alpha \sin \phi}{\ell \cos \alpha} \quad (\text{A.1})$$

が成り立ち、ここから(1)式が導かれる。

[著 者 紹 介]

衣 笠 一 樹

2012年大阪大学工学部応用理工学科機械工学科目卒業。同年同大学大学院工学研究科機械工学専攻修士課程に進学し、現在に至る。

石 川 将 人 (正会員)

2000年東京工業大学大学院情報理工学研究科博士後期課程修了、博士(工学)。同大学助手、東京大学助手、京都大学講師を経て、2010年大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻准教授となり現在に至る。非線形制御、非ホロノミック系、ロボティクスなどの研究に従事。システム制御情報学会、日本ロボット学会、日本機械学会、IEEEなどの会員。

大須賀 公 一 (正会員)

1984年大阪大学大学院基礎工学研究科修士課程(制御工学)修了。同年(株)東芝入社、総合研究所勤務。86年大阪府立大学工学部助手。その後、講師、助教授を経て、98年京都大学大学院情報科学研究科助教授、2003年神戸大学工学部教授、2009年大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻教授となり現在に至る。ロボティクス、制御工学、レスキュー工学などの研究に従事。IEEE、システム制御情報学会、日本機械学会、日本ロボット学会などの会員。工学博士。