入力の連続性を考慮したゲインスケジュールドリファレンスガバナを用いた ハードディスクのロングシーク制御

郭 昊*・太田 有三*・増淵 泉*

Long Seek Control of Hard Disk Drives via Gain Scheduled Reference Governor
with Continuous Input

Hao GUO*, Yuzo OHTA* and Izumi MASUBUCHI*

In this paper, we propose a gain scheduled reference governor for control of systems with constraints on the state and/or input variables. We use the reference governor with outer feedback constructed via model following control method. We apply this control scheme to design of long seek control of hard disk drives. To achieve short seek time for long seek distance problems, we consider gain scheduling with the reference governor. With keeping the continuity of input, the control system switches feedback gains according to the location of the state. Moreover, we examine the usefulness of the proposed method by applying it to benchmark problems of hard disk drive control.

Key Words: constrained control, reference governor, gain scheduling, hard disk drives, continuity of inputs

1. はじめに

実際の制御システムにおいては、状態変数や制御入力の制約を考慮することは重要であり、これらを考慮する制御は拘束系の制御と呼ばれている。拘束を無視して制御を行なった場合、拘束がない場合に比べて、実際の閉ループ系の制御性能が低下することがある。また、最悪の場合には不安定になることもある。拘束系の制御に関しては、活発な研究が行なわれており、アンチwindアップ制御^{1), 2)}、モデル予測制御 (Model Predictive Control, 以下、MPC と略記する)³⁾、目標値整形法⁴⁾、リファレンスガバナ (Reference input Governor, 以下 RG と略記する) を用いる方法^{5)~8)}などが提案されている。

本研究では、単に拘束系に対する制御というだけではなく、応用を想定しているハードディスク (以下、HDD と略記する) のロングシーク問題において要求される (a) 目標値近辺に到達するのに多くのステップ数が必要であるような場合に適用できる、(b) 入力飽和だけではなく、速度や加速度の大きさに制限がある場合にも適用できる、(c) 制御対象は多くの共振モードをもち、それらの共振モードを励起しないようにする、(d) 整定状態では、目標値に対する誤差を非常に小さくする、(e) できるだけ高速な動作を行なう、というよ

うな制御仕様を満たす制御方法を提案する。

このような仕様を考えると、アンチwindアップ制御と目標値整形法は適用が難しい。また、ショートシーク問題で適用されている種々の方法^{9)~11)}もそのまま適用することは難しい。さらに、これらを含むシステムに対して直接に MPC や RG を用いる方法を適用するのは処理時間の観点などから問題を生ずることが予想される。したがって、実際の制御対象の低次元モデルを制御用のモデルとして採用し、それを用いて一種の 2 自由度制御系を構成するモデルフォロ잉制御^{12), 13)}を適用した MPC か RG を用いる方法の適用が妥当と考えられる。

本研究では、RG を用いた制御について検討する。シーク時間を短くするために、最初に大きなオーバーシュートを許すようなゲイン K_1 を用いて早い立ち上がり・立ち下がりを行ない、目標位置に近接すると、オーバーシュートが殆どないようなゲイン K_2 へ切り換えるゲインスケジューリング制御を考える。共振項がない場合は、ゲインの切換によって入力が不連続になっても、それほど影響がないが、HDD では、沢山の共振モードがあり、入力が不連続になるとこれらの共振モードを励振する危険性が高い。さらに、HDD ではたとえば、1 万トラックのシークを行なう場合にも誤差が 0.5 トラック以内にならなければ意味がないので、これらの共振モードを励振しないようにする必要がある。

以上のことから、本稿では、制御入力の連続性を考慮したゲインスケジュールドリファレンスガバナを用いた制御方法を提案する。そして提案法を HDD のロングシーク問題へ適

* 神戸大学大学院システム情報学研究科 神戸市灘区六甲台町 1-1

* Graduate School of System Informatics, Kobe University, 1-1 Rokkodai-cho, Nada-ku, Kobe

(Received October 12, 2012)

(Revised March 4, 2013)

用して有効性を確認する。

2. 問題の設定と重要な概念

2.1 HDD モデルとロングシーク問題

本稿では、ロングシーク問題を考えるので、ボイスコイルモータにおける逆起電力の影響も考慮するために、文献 14)、図 2.8 に示されているブロック線図から、HDD は次式のモデルで与えられるとする。なお、少し異なるモデルが用いられる場合もある¹⁵⁾。

$$P_f(s) = K_p \left(\frac{1}{s(s(L_f s + R_f) + K_p K_e)} + \sum_{i=2}^7 \frac{A_i}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \right) e^{-T_d s}$$

文献 14) で示されているハードディスクベンチマーク問題(シーク問題)では、 $P_f(s)$ の第 1 項は 2 重積分器になっているが、ここでは、ロングシーク問題を考えるので、逆起電力を考慮するために第 1 項 $P_m(s)$ を積分 + 2 次遅れとしており、 $L_f = 0.0012$, $R_f = 0.8$, $K_e = 5.0 \times 10^{-9}$ としている。ほかのパラメータの詳細については文献 14), 16) を参照されたい。

ここで考える HDD のロングシーク問題では、以下のような状況を設定している。

1. ベンチマーク問題で与えられている外乱(力外乱, フラッタ外乱, 回転同期外乱, 観測ノイズ)はすべて加わっている状況を考える。
2. 制御入力電圧の絶対値は $|u_f(t)| \leq u_{f,\max} = 1.3 \text{ V}$ でなければならない。
3. HDD ヘッドの速度は $|v_f(t)| \leq v_{f,\max} = 1 \text{ m/s} = 3.937 \times 10^6 \text{ track/s}$ でなければならない。

なお、ベンチマーク問題では、ロバスト性の検証のために、影響が大きい 18 通りの変動モデルについても検証するように指定されている。したがって、その 18 個のモデルすべてに対して上の制御入力電流に関する制約と HDD ヘッドの速度に関する制約が満たされる必要がある。また、すべての変動モデルに対するシーク波形が目標トラック値 $\pm 0.1 \text{ track}$ 以内に収まった時間をシーク時間と定義している。

本稿では、制約を満たしながら、できるだけ短いシーク時間を実現する制御を行なうことを目的にしている。

2.2 制御系の構成

本稿では、ゲインスケジュールドリファレンスガバナとモデルフォロ잉制御を組み合わせた Fig. 1 に示す構成の制御系を考える。FF 制御器で用いる制御対象のモデルは、 $P_m(s) = K_p/[s(s(L_f s + R_f) + K_p K_e)]$ である。これは、 $P_f(s)$ の第 1 項でむだ時間を無視したものとなっている。むだ時間は、デジタル制御における演算処理時間を考慮したものである。フィードフォワード入力 u を生成する FF 制御器自体では考える必要がないので無視している。また、 $P_f(s)$ の第 2 項以降の影響は、ノッチフィルタ N_f と FB 補償器 C_f で抑制する方針であることから P_m では考慮していない。ディ

Fig. 1 Block diagram of the proposed control system using a gain scheduled RG and model following control scheme

ジタル制御を行なうので、Fig. 1 における P_m , P_f は、伝達関数が、それぞれ、 $P_m(s)$, $P_f(s)$ である連続時間システムを離散近似したシステムであり、伝達関数を $P_m(z)$, $P_f(z)$ で表わす。Fig. 1 のシステムは、一種の 2 自由度制御系であり、上半分のシステムが下半分のシステム (HDD システム) に対する基準入力 $y[k]$ とフィードフォワード (FF) 入力 $u[k]$ を生成するようになっている。この意味で、上半分のシステムを FF 制御器と呼ぶ。

Fig. 1 において、 N_f はノッチフィルタで低域・中域において、 $|P_f N_f|$ が $|P_m|$ のよい近似を与えるように選ばれる (ただし、位相はかなり違う)。また、 C_f は H_∞ 制御器で、ロバスト安定性の保証と外乱抑制のために用いる。

飽和要素がなく、FF 制御器において Fig. 1 の $\times$ でループを切った状態では、 r から y_f への伝達関数が

$$H_{yf}r(z) = \frac{P_f N_f C_m}{1 + P_m C_m} H_2(z), \quad H_2(z) = \frac{1 + P_m N_f' C_f}{1 + P_f N_f C_f}$$

で与えられる。 N_f' は文献 12) では考えられていなかったが、 $H_2(z) \approx 1$ とするために文献 13) で提案された。

2.3 FF 制御器

離散時間モデル P_m の状態方程式表現は

$$\begin{pmatrix} x_1[k+1] \\ x_2[k+1] \\ x_3[k+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9751 & -0.0005992 & 0 \\ 0.0383 & 1 & 0 \\ 0.001492 & 0.07758 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ x_3[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0383 \\ 0.000746 \\ 0.00001933 \end{pmatrix} u[k] \quad (1)$$

$$y[k] = (0 \quad 0 \quad 1528) \begin{pmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ x_3[k] \end{pmatrix} \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 $x_p = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ であり、 x_1 は電流を、 $x_2 = v$ はヘッド速度を、 x_3 はヘッド位置を表わしている。離散時間コントローラ C_m を

$$\begin{cases} x_c[k+1] = 0.9628 x_c[k] + 0.1250 e[k] \\ u[k] = -0.1430 x_c[k] + 0.4908 e[k] \end{cases} \quad (3)$$

で与える. $e[k] = r[k] - y[k]$ として, (1), (2), (3)式をまとめて,

$$\begin{cases} x[k+1] = Ax[k] + Br[k], & y[k] = Cx[k] \end{cases} \quad (4)$$

と表わす. ここで, $x = [x_p^\top x_c^\top]^\top \in \mathbf{R}^n$, $n = 4$, $r \in \mathbf{R}$, $y \in \mathbf{R}$ である. $x_p = [x_1 x_2 x_3]^\top$ は P_m の状態で, x_c は C_m の状態である. また, (A, B) は可到達対である.

2.1 節で設定した拘束は u_f と v_f に関するものであるが, HDD システムの次数は非常に大きい (34 次のシステムである. ただし, $P_f(s)$ に含まれているむだ時間は, 1 ステップ分の時間遅れとして取り扱っている) ので, これを RG を用いて直接制御することは非常に困難である. そこで, 本稿では, u_f と v_f に関する拘束を FF 制御器の u と $v = x_2$ に関する拘束に読み替えて, 制御を行なうことを考える. したがって, 本論文で実際に扱っている拘束系の問題は, FF 制御器に関する拘束系の制御問題である. ただし, u と v は拘束を満たすが u_f や v_f が拘束を満たさないことがあり得る. これについては, 理論的な保証をすることは難しいが, 実際的には, 付録 A. で示しているように, u_f や v_f が少し拘束を破る場合は, u や v の拘束を少し保守的にすることによって, それらの拘束を満たすようにできる. 以下では, u と v に関する制約は,

$$\begin{aligned} |u| &\leq u_{\max} = 1.1 < 1.3 = u_{f,\max}, \\ |v| &\leq v_{\max} = 0.98 < 1.0 = v_{f,\max} \end{aligned}$$

であるとする. 以下, 拘束がかせられている変数を

$$z = [u \ x_2]^T = Lx + Du \in \mathbf{R}^{N_z}, \quad N_z = 2 \quad (5)$$

で表わす. 拘束は, $h_1^\top = [1/u_{\max} \ 0]$, $h_2 = -h_1$, $h_3^\top = [0 \ 1/v_{\max}]$, $h_4 = -h_3$ として,

$$z[k] \in \mathcal{Z} = \{z : h_j^\top z \leq 1, \ j = 1, 2, 3, 4\} \quad (6)$$

と表わされる.

なお, Fig. 1 の Servo System は, 制御器 C_m ですでに安定化されているので, A は安定行列である. したがって, Fig. 1 において, $r[k] = \hat{r}$ (一定値) の場合, 唯一の平衡点 $\hat{x}(\hat{r}) = K_s \hat{r}$, $K_s = (I - A)^{-1}B$ が存在する.

Fig. 1 において, フィードバックゲインを K_1 か K_2 のいずれかに選んだとし, それを K_i で表わすことにする. $r[k] = K_i(x[k] - K_s \hat{r}[k]) + \hat{r}[k]$ であるので, FF 制御器の閉ループ系の状態方程式は,

$$\begin{cases} x[k+1] = \tilde{A}_i x[k] + B(I - K_i K_s) \hat{r}[k], \\ y[k] = Cx[k], \\ z[k] = \tilde{L}_i x[k] + D(I - K_i K_s) \hat{r}[k] \end{cases} \quad (7)$$

となる. ここで, $\tilde{A}_i = A + BK_i$, $\tilde{L}_i = L + DK_i$ であり, 後で示すように, $K_i \in \{K_1, K_2\}$ は, $\tilde{A}_i$ が安定であるように選ばれている.

2.4 最大出力許容集合

RG を用いる場合, つぎに定義する最大出力許容集合 (Maximal output Admissible Set, 以下 MAS と略記する)⁵⁾ が重要な働きをする.

【定義】 初期値 x_0 と一定値参照入力 $\hat{r}$ が与えられ, $r[k] \equiv \hat{r}$ とするとき, システム (7) と拘束条件 (6) に対して MAS をつぎのように定義する.

$$\Omega_{\infty,i}(\tilde{r}) = \{x_0 \in \mathbf{R}^n : z[k; x_0, \tilde{r}, K_i] \in \mathcal{Z} \ \forall k \in \mathbf{Z}_+\}$$

ここで, $z[k; x_0, \tilde{r}, K_i] = \tilde{L}_i x[k; x_0, \tilde{r}, K_i] + D(I - K_i K_s) \tilde{r}$ であり, $x[\cdot; x_0, \tilde{r}, K_i]$ は, 初期条件が $x[k_0] = x_0$ で, 入力が $\hat{r}[k] = \tilde{r}$ である場合の系 (7) の解を示す.

ある r_0 に対して, $x_0 \in \Omega_{\infty,1}(r_0)$ であるような初期値 x_0 と最終的な目標値 r^* が与えられたとする. $\lambda \in [0, 1]$ に対して, $\tilde{r}(\lambda) = \lambda r^* + (1 - \lambda) r_0$ と定義すると, $x[0] = x_0 \in \Omega_{\infty,1}(\tilde{r}(\lambda_0))$, $\lambda_0 = 0$ である. RG を用いる制御では, RG が $x[k]$ の情報を用いてシステム (7) における $\hat{r}[k]$ を管理し, (6) 式の拘束条件が満足されるようにするという方策がとられる⁵⁾. 具体的には, $\hat{r}[k-1] = \tilde{r}(\lambda_{k-1})$, $x[k-1] \in \Omega_{\infty,1}(\hat{r}[k-1])$ であったとし, $x[k]$ を観測して $x[k] \in \Omega_{\infty,1}(\tilde{r}(\lambda))$, $\lambda \in [\lambda_{k-1}, 1]$ を満たす最大の λ_M を求め, $\lambda_k = \lambda_M$, $\hat{r}[k] = \tilde{r}(\lambda_k)$ とする. $\Omega_{\infty,1}$ は正の不变集合であるので, $\lambda_M \in [\lambda_{k-1}, 1]$ は必ず存在し, $x[k+1] \in \Omega_{\infty,1}(r[k])$ が成り立ち, 拘束 (6) が満たされる. なお, 上の λ_M の実際的な定め方は付録 B. に示す.

3. ゲインスケジュールドリファレンスガバナ

3.1 外部フィードバックゲインの設計

Fig. 1 におけるゲイン $K_i \in \{K_1, K_2\}$ は, それぞれ, つぎの LMii ($i=1, 2$) を解いて計算される^{17), 18)}.

$$(\text{LMii}) : \begin{cases} \min_{\varepsilon_i, Q_i, Y_i} & \varepsilon_i \\ \text{subject to} & Q_i = Q_i^\top, Q_i - I \succ 0, \\ & \begin{pmatrix} Q_i & (*_{21})^\top & (*_{31})^\top \\ (*_{21}) & Q_i & 0 \\ (*_{31}) & 0 & \varepsilon_i I \end{pmatrix} \succ 0, \end{cases}$$

を考える. ここで, $*_{21} = -(AQ_i + BY_i)$, $*_{31} = -(S_i Q_i + R_i Y_i)$, $S_i = [C^\top \ 0 \ (W_{zi} L)^\top]^\top$, $R_i = [0 \ w_{ri} \ (W_{zi} D)^\top]^\top$, $W_{zi} = \text{diag}(w_{ui}, w_{xi})$ である.

【補題 1】^{17), 18)} LMii の最適解を $(\varepsilon_i, \hat{Q}_i, \hat{Y}_i)$ とし, $\hat{P}_i = \hat{Q}_i^{-1}$, $K_i = \hat{Y}_i \hat{P}_i$ とする. このとき, $\tilde{A}_i = A + BK_i$ とすると,

$$\tilde{A}_i^\top \hat{P}_i \tilde{A}_i - \hat{P}_i + \frac{1}{\varepsilon_i} (S_i + R_i K_i)^\top (S_i + R_i K_i) \prec 0$$

が成り立つ. さらに, $x[k_0] = \tilde{x} \in \Omega_{\infty,i}(r^*)$ が満足されるとき, システム (7) において, $\hat{r}[k] = r^*$, $k \geq k_0$ とすると, 次式が成り立つ.

Fig. 2 $\Omega_{\infty,1}(0) \cap \{x : x_1 = 0, x_4 = 0\}$ (white region) and $\Omega_{\infty,2}(0) \cap \{x : x_1 = 0, x_4 = 0\}$ (gray region)

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} (|y[k] - r^*|^2 + w_{r_i}^2 |r[k] - r^*|^2 + |z[k] - \hat{z}|_{W_{zi}}^2) \leq \hat{\varepsilon}_i |x[k_0] - \hat{x}(r^*)|^2 \quad (8)$$

ここで、 $|z|_{W_{zi}}^2 \triangleq (W_{zi}z)^\top (W_{zi}z)$ である。

(LMI1) では u と x_2 に対する重みを大きくして、それらを大きくしにくいゲイン K_1 を求めるという方針で、 $w_{r1} = 0.01$, $w_{u1} = 1200$, $w_{x21} = 1200$ と選ぶ。その結果、 $K_1 = [-4.6 \ -8.3 \ 1525 \ 3]$ を得る。一方、(LMI2) では P_m と P_f が積分器を含んでいるために、 y が r^* に近くなると、後出 Fig. 4, Fig. 6 にも示しているように、 u は 0 に近づくので、 w_{u2} はそれ程大きく取らなくてもよいが、オーバーシュートを押さえるために x_2 が大きくならないように重み w_{x22} をほかの重みより大きく取るという方針に基づき、 $w_{r2} = 0.1$, $w_{u2} = 150$, $w_{x22} = 1200$ とする。その結果、 $K_2 = [-10.7 \ -35.5 \ 1507.2 \ 3]$ を得る。重みの付け方の効果を数値例で確認する。Fig. 2 に、 $\Omega_{\infty,1}(0)$ と $\Omega_{\infty,2}(0)$ の超平面 $x_c = 0$ での断面を、それぞれ、白色領域と灰色領域で示す。Fig. 2 で注目すべきことは、 $\Omega_{\infty,1}(0)$ のほうは x_2 に関する制約 $|x_2| \leq 0.98$ の限界である $|x_2| = 0.98$ と共通領域をもつが、 $\Omega_{\infty,2}(0)$ のほうは x_2 に関する制約 $|x_2| \leq 0.98$ のかなり内部に含まれることである。

また、Fig. 1 で、 $r_0 = 0$, $r^* = 10000$ track とし、 $K_i = K_1$ の場合と $K_i = K_2$ の場合の $\hat{r}[k]$, $y[k]$, $y_f(t)$ を Fig. 3 (上), (中), (下) に示す。実線は $K_i = K_1$ とした場合を示し、破線は $K_i = K_2$ とした場合を示す。ただし、Fig. 3 (下) は、 $K_i = K_1$ の場合のみを示している^(注1)。

$\hat{r}[k]$ は 0 から徐々に大きくなり、最終的に $r^* = 10000$ とになっている。RG はこの $\hat{r}[k]$ の大きくなり方を管理して、拘束条件が破られない働きをしている。 K_2 だけを用いた場合は、

(注1) シミュレーションは、Simulink を用いて計算しているが、FF 制御器は、離散時間システムであり、 P_f は、連続時間システムとして取り扱っている。後の Fig. 4, Fig. 6 で、 $y[k]$, $u[k]$, $y_f(t)$, $v_f(t)$ などを出す場合に、横軸を t に統一したほうが見やすいので、ここでも横軸を t にしている。なお、Fig. 3 では、 $y[k]$ は滑らかな曲線のように見えるが、実際は、階段状の波形である。

Fig. 3 Upper: The reference input $\hat{r}[k]$ governed by RG, where $t = kT_s$ in horizontal axis. Middle: Outputs $y[k]$ of FF controller governed by RG, where $t = kT_s$ in horizontal axis. Lower: Outputs $y_f(t)$ of 18 full-order plants P_f governed by RG. Solid lines corresponds to the case when $K_i = K_1$ and dashed lines corresponds to the case when $K_i = K_2$

速度 x_2 が過度に制限されているために、立ち上がりに時間を要し、破線のようになる。これに対して、 K_1 だけを用いる場合は、速度を制約の許容限度まであげることができるので、実線のように立ち上がりが速い。一方、オーバーシュートに注目すると、 K_1 だけを用いた場合は、約 189 track という大きなオーバーシュートを示している。それに対して、 K_2 を用いた場合は、オーバーシュートは約 0.02 track であり非常に小さい。 $y_f(t)$ から、出力のオーバーシュートが 190.16 track と非常に大きく、シーク時間が約 14.77 ms となっていることがわかる。

3.2 ゲインの切替則

上のシミュレーション結果から、適当なタイミングでゲインを切り替えれば、より速い応答が得られると考えられる。比較的早い時点でゲインを切り換えたほうがオーバーシュートを抑えられと予想され、従来の切替則でもそのような方針がとられてきた^{18),19)}。その方針に基づき、状態 $x[k]$ が $\Omega_{\infty,2}(r^*)$ に入った瞬間にゲインを K_1 から K_2 に切り替えた場合の結果を **Fig. 4** に示す。Fig. 4(上) は、18 個の摂動モデルに対する出力 $y_f(t)$ であるが、振動が大きく、その結果シーク時間が大きくなっている。これは、Fig. 4(下) に示す FF 制御器の入力 $u(t)$ が、垂直な一点鎖線で示す切替時刻前後で、急激に変化し、これによって高周波が発生し HDD システムの共振モードを励起してしまったためである。

以上のことから、本論文では、ゲインを切り替えた際に入力 u の連続性が保たれるような切替則を提案する。

初期時刻以降、 $K_i = K_1$ であったとし、ある時刻 k_1 において、 $x[k] \in \Omega_{\infty,1}(r^*)$ となったとする。したがって、これ以降は、Fig. 1 で $\hat{r}[k] = r^*$ となり、 $K_i = K_1$ である限り、 $x[k]$ ($k \geq k_1$) は $\Omega_{\infty,1}(r^*)$ に留まり、 $\hat{x}(r^*)$ へ漸近する。

(2)式における $y[k]$ を $y[k] = C_p x_p[k]$ と表わすと、 $e[k] = r[k] - y[k] = r[k] - C_p x_p[k]$ となる。このとき、(3)式における $u[k]$ を $u[k] = C_u x_c[k] + D_u e[k]$ と表わすと、 $u[k] = L_u x[k] + D_u r[k]$ 、 $L_u = \begin{bmatrix} -D_u C_p & C_u \end{bmatrix}$ となる。こ

こで、 $C_u = -0.1430$ 、 $D_u = 0.4908$ である。また、Fig. 1 において、 $\hat{r}[k] = r^*$ であるので、 $K_i = K_1$ 、または、 $K_i = K_2$ とするとき、 $r[k] = K_i(x[k] - \hat{x}(r^*)) + r^*$ である。したがって、

$$u[k] = L_u x[k] + D_u [K_i(x[k] - \hat{x}(r^*)) + r^*] \quad (9)$$

となる。したがって、時刻 k_S においてゲインを切り換えるとする、切替前 ($K_i = K_1$) の $u[k_S]$ を $u(k_S; K_1)$ と表わすことにすると、

$$u(k_S; K_1) = L_u x[k_S] + D_u [r^* + K_1(x[k_S] - \hat{x}(r^*))],$$

であり、切替後 ($K_i = K_2$) の $u[k_S]$ を $u(k_S; K_2)$ と表わすことにすると、

$$u(k_S; K_2) = L_u x[k_S] + D_u [r^* + K_2(x[k_S] - \hat{x}(r^*))]$$

となる。 $D_u = 0.4908 \neq 0$ であるので、切替時に $u[k_S]$ が連続、すなわち、 $u(k_S; K_1) = u(k_S; K_2)$ である必要十分条件は、

$$(K_1 - K_2)(x[k_S] - \hat{x}(r^*)) = 0 \quad (10)$$

である。超平面 $\mathcal{H}$ を

$$\mathcal{H} = \{x : (K_1 - K_2)(x - \hat{x}(r^*)) = 0\} \quad (11)$$

で定義すると、 $\mathcal{H}$ は $\hat{x}(r^*)$ を含む超平面である。

さて、切換を行なうためには、

$$x[k_S] \in \hat{\Omega} = \Omega_{\infty,1}(\hat{x}(r^*)) \cap \Omega_{\infty,2}(\hat{x}(r^*)) \quad (12)$$

が成り立つ必要がある。 $\Omega_{\infty,1}(\hat{x}(r^*))$ と $\Omega_{\infty,2}(\hat{x}(r^*))$ はどちらも $\hat{x}(r^*)$ を内点として含む凸多面体であるので、 $\hat{\Omega} \neq \emptyset$ であり、 $\hat{x}(r^*)$ を内点として含む。したがって、ある ρ_0 が存在して、 $S[\hat{x}(r^*); \rho_0] = \{x : |x - \hat{x}(r^*)|_2 \leq \rho_0\} \subseteq \hat{\Omega}$ となる。ただし、 $|\cdot|_2$ はユークリッドノルムを示す。さらに、 $\bar{A}_1 = A + BK_1$ は安定行列なので、 $\hat{r}[k] = r^*$ で、ゲインを $K_i = K_1$ にしている限り、解 $x[k]$ ($k \geq k_1$) は $\hat{x}(r^*)$ へ漸近するので、ある正数 $\rho_1 < \rho_0$ と時刻 k_2 が存在して、任意の $k \geq k_2$ に対して、 $x[k] \in S[\hat{x}(r^*); \rho_1] \subseteq \hat{\Omega}$ となる。したがって、(12)式を満たす k_S は必ず存在する。

一方、上で述べたように $K_i = K_1$ にしている限り、解 $x[k]$ は $\hat{x}(r^*)$ へ漸近するので、 $x[k]$ は $\mathcal{H}$ を横切るか $\mathcal{H}$ で定める半空間に留まりながら $\hat{x}(r^*)$ へ漸近するかのいずれかである。 $K_i = K_1$ である場合は、閉ループ系は複素極を有しており、大きなオーバーシュートをもつので、 $x[k]$ が $\mathcal{H}$ で定める半空間に留まりながら $\hat{x}(r^*)$ へ漸近するという状況は考えにくく、多くの場合は $x[k]$ は $\hat{x}(r^*)$ の周りを回転しながら $\hat{x}(r^*)$ へ漸近すると思ってよい、この場合には、 $x[k]$ は $|x[k] - \hat{x}(r^*)|_2$ を減少させながら、 $\mathcal{H}$ を何度も横切ることになるので、多くの場合に、(10)式と(12)式を同時に満たす k_S が存在することが期待される。

ただし、離散時間システムであるので、厳密に(10)式を満足する k_S は存在せず、 $K_i = K_1$ のときに $x[k_S-1], x[k_S] \in \hat{\Omega}$ であ

Fig. 4 Upper: The outputs $y_f(t)$ of 18 full-order plants P_f . Lower: The input $u[k]$ of FF Controller, where $t = kT_s$ in horizontal axis. Here we switch the gain from K_1 to K_2 when $x[k]$ arrives at $\Omega_{\infty,2}(r^*)$

Fig. 5 Solid line: Trajectory of state x_2, x_3 (upper) and enlarged figure (lower) in set $\Omega_{\infty,1}(\hat{x}(\hat{r})) \cap \{x : x_1 = 0, x_c = 0\}$. Dash line: Hyperplane $\mathcal{H} \cap \{x : x_1 = 0, x_c = 0\}$. Dash-dot line: $\{x : C_p(x_p - \hat{x}(r^*)) = 0, x_1 = 0, x_c = 0\}$

り, $(K_1 - K_2)(x[k_S - 1] - \hat{x}(r^*))$ と $(K_1 - K_2)(x[k_S] - \hat{x}(r^*))$ の符号が異なるというようになるのが普通であると考えられる。したがって, 上のようになった時刻 k_S か, $(K_1 - K_2)(x[k_S] - \hat{x}(r^*))$ の値がほぼ 0 と見なせる時刻 k_S にゲインを切り換えることが実際的である。なお, 上では, 一般的に, (10)式と (12)式を同時に満たす k_S が存在する可能性が大きいことを説明するために, $K_i = K_1$ の状態で $x[k]$ が $\hat{x}(r^*)$ にかなり近くなった場合を説明したが, 実際的には, $y[k]$ が r^* に近づきすぎない時刻にゲインを切り換えないとオーバーシュートを抑制することができないので, $x[k_S]$ が $\hat{x}(r^*)$ にそれほど近くない状態で, (10)式と (12)式が満たされる必要がある。**Fig. 5** にそのようすを示す。Fig. 5 は, (11) 式で定義される超平面 $\mathcal{H}$, 超平面 $C_p x_p = r^*$ と $K_i = K_1$ のときの状態 $x[k]$ を $x_1 = 0, x_4 = 0$ である空間へ写像したものを示している。Fig. 5 において, 破線は超平面 $\mathcal{H}$ を, 一点鎖線は超平面 $C_p x_p = r^*$ を, 実線は状態 $x[k]$ を示している。なお, x_1 はボイスコイルモータの電流であり, x_4 は C_m の状態であるが, いずれも, 定常状態では 0 になるものである。

4. シミュレーションによる検証

提案法の有効性を検証するために, シミュレーション結果を示す。なお, 制御システムの構成は, Fig. 1 のとおりであ

り, 上では示していない制御器などの詳細は付録 C. に示している。本論文で提案しているゲインスケジュールドリフレンスガバナを用いた場合のノミナルモデル P_m に対する入力 $u[k]$ と 18 個の摂動モデルに対する速度 $v_f(t)$, 出力 $y_f(t)$ を, それぞれ, **Fig. 6** (上), Fig. 6 (中) と Fig. 6 (下) に示す。 $k_S = 105$, $u[104] = -0.52$, $u[105] = -0.64$ であり, $u[k]$ はほぼ連続といえる。一方, Fig. 4 に示す従来行なわれた切換え法では, $k_S = 100$ であり, $u[99] = -0.65$, $u[100] = 0.32$ と $u[k]$ は不連続的に変化している。Fig. 6 と Fig. 4 を比較すれば, 明らかに提案法を用いた Fig. 6 の振動は小さく, オーバーシュートも約 0.070 track まで小さくなっている。シーク時間約 8.30 ms である。一方, Fig. 4 では, オーバーシュート

Fig. 6 Upper: The input $u[k]$ of FF controller, where $t = kT_s$. Middle: The velocity $v_f(t)$ in HDD systems. Lower: The output $y_f(t)$ of 18 full-order plants P_f . Gain K_i is switched at k_S satisfying (10) and (12)

が0.17 trackで、シーク時間は、10.26 msである。したがって、提案法は、約19パーセントの短縮を実現している。

また、単一のゲイン K_1 のみを使った場合のシーク時間14.77 ms (Fig. 3) と比べると約半分であり、ゲインスケジューリングを行なうことの効果が確認できる。

5. おわりに

本稿では、振動を抑制するために、入力連続性を考慮したゲインスケジュールドリファレンスガバナの切替則を提案した。適用例としてHDDを考え、ゲインスケジュールドリファレンスガバナを使って、速い立ち上がりとし小さいオーバーシュートを達成することによって、短いシーク時間を達成することができた。この方法は、ハードディスクのロングシークの問題だけに限らず、超高層ビルのエレベータや物品搬送など入力や速度制限があるPoint-to-Point移動システムの制御にも応用できると思われる。

従来は、できるだけ早い時点でゲインを切り換える方針が考えられていたが^{18), 19)}、本稿で対象としているような高域における共振モードをもつシステムに対しては、制御入力が高域に不連続的に変化することが重要であり、入力連続性を考慮したゲインの切替方法を提案したことが、本論文の第1の結果である。

なお、(LMi)において $w_{x_2 i}$ を導入することは、文献18)でMASを大きくする目的で提案されたものであるが、ここでは、それを、立ち上がり時間やオーバーシュートの指定にも利用できることを示した。このことも、本論文の貢献の一つと考えられる。

参 考 文 献

- 1) K.J. Astrom and L. Runqvist: Integrator windup and how to avoid it, Proc. of American Control Conference, 1693/1698 (1998)
- 2) M.V. Kothare and M. Morari: Multiplier theory for stability analysis of anti-windup control systems, Automatica, **35**-5, 917/928 (1999)
- 3) J.M. Maciejowski: *Predictive Control with Constraints*, Prentice Hall (2002)
- 4) T. Sugie and H. Yamanoto: Reference management for closed loop systems with state and control constraints, Proc. of American Control Conference, 1426/1431 (2001)
- 5) E.G. Gilbert and K.T. Tan: Linear system with state and control constraints: The theory and application of maximal output admissible sets, IEEE Trans. on Automatic Control, **36**-9, 1008/1020 (1991)
- 6) K. Kogiso and K. Hirata: A reference governor in a piecewise state affine function, Proc. IEEE Conf. Decision and Control, 1747/1752 (2003)
- 7) K. Kogiso and K. Hirata: Experimental validations of a remote control technique for constrained linear systems using reference governor plus switching control strategy, SICE-ICASE International Joint Conference, 5668/5672 (2006)
- 8) K. Kogiso, Y. Doi, K. Hirata and N. Hirade: Parametric approximation of maximal output admissible sets and its application to multi-mode switching control under unknown constant reference, IEEE Multi-Conference on Systems and Control, 2105/2111 (2010)

- 9) 藤本, 堀, 山口, 中川: マルチレートサンプリングを用いた完全追従制御法による磁気ディスク装置のシーク制御, 電気学会論文誌 D, **120**-10, 1157/1164 (2000)
- 10) 平田, 上野: 多項式入力型 FSC によるハードディスク装置のシーク制御, 電気学会論文誌 D, **130**-3, 277/282 (2010)
- 11) V. Venkataramanan, K. Peng, B.M. Chen and T.H. Lee: Discrete-time composite nonlinear feedback control with an application in design of a hard disk drive servo system, IEEE Trans. on Control Systems Technology, **11**-1, 16/23 (2003)
- 12) M. Iwashiro, M. Yatsu and H. Suzuki: Time optimal track-to-track seek control by model following deadbeat control, IEEE Trans. on Magnetics, **35**-2, 904/909 (1999)
- 13) 郭, 太田, 増淵: Model following control for systems with high-frequency resonant terms and unstable zeros, システム制御情報学会論文誌, **25**-10, 296/298 (2012)
- 14) 山口, 平田, 藤本: ナノスケールサーボ制御, 東京電機大学出版局 (2007)
- 15) 石川, 服部, 辻澤: 磁気ディスク装置の軌道追従型高速アクセス方式の開発, 電子情報通信学会技術研究報告, MR93-10, 7/12 (1993)
- 16) Technical Committee for Novel Nanoscale Servo Control, Benchmark problem of Hard Disk Drive System, Ver. 2, The Institute of Electrical Engineers of Japan (2007) (http://mizugaki.iis.u-tokyo.ac.jp/nss/MSS_bench_e.htm)
- 17) Y. Ohta, K. Mori, K. Yukimoto and R. Mishio: On-line reference management for discrete time servo systems under state and control constraints, Proc. IECON, 183/188 (2005)
- 18) 田口, 太田: 拘束システムに対する2モードリファレンス管理, システム制御情報学会論文誌, **21**-8, 237/243 (2008)
- 19) 平田, 藤田: 外部入力を有する拘束システムに対するスイッチング状態フィードバック制御則の構成法, システム制御情報学会論文誌, **12**-7, 437/443 (1999)

《付 録》

A. FF 制御器における拘束条件

拘束条件を、 $|u| \leq 1.3$, $|v| \leq 1.0$ として、RG を用いた制御を行なった場合の一例を Fig. A.1 (左上)(右上) に示す。Fig. A.1 (左上) に示す u は、拘束条件 $|u| \leq 1.3$ を満たしている。しかし、このとき u_f は Fig. A.1 (右上) に示すように拘束条件を満たしていない。そこで、拘束条件を少し保守的にして $|u| \leq 1.1 < 1.3$, $|v| \leq 0.98 < 1.0$ とすると、Fig. A.1 (右下) に示すように u_f も拘束を満足するようになる。このように (理論的な保証をすることは難しいが)、実際的には、 u と v の拘束を少し保守的にすることによって、 u_f と v_f が拘束を満たすようにできることは十分に期待できる。

B. $\hat{r}[k]$ の決定法

Fig. 1 において、 $\hat{r}[k] = \tilde{r}$ の場合、 $r[k] = K_i[x[k] - \hat{x}(\tilde{r})] + \tilde{r}$ であるが、 $\tilde{A}_i$ が安定でシステム (7) の定常状態が存在するならば、 $P_m(s)$ が積分器を含んでいることから、 $u[\infty] = 0$ である。また、 x_2 は速度であるので、 $x_2[\infty] = 0$ である。したがって、 $\hat{z}(\tilde{r}) = L\hat{x}(\tilde{r}) + D\tilde{r} = 0$ である。このとき、(7) 式から、偏差 $e[k] = x[k] - \hat{x}(\tilde{r})$ に対して

$$e[k+1] = \tilde{A}_i e[k], \quad z[k] = \tilde{L}_i e[k]$$

を得る。これから、

Fig. A.1 Left upper and right upper show $u[k]$ and $u_f(t)$, respectively, under constraints $|u[k]| \leq 1.3$, $|v[k]| \leq 1.0$. Left lower and right lower show $u[k]$ and $u_f(t)$, respectively, under constraints $|u[k]| \leq 1.1$, $|v[k]| \leq 0.98$. In both cases, RG is applied with an outer feedback K_1

$$\begin{aligned}\Omega_{\infty,i}(\tilde{r}) &= \{e_0 + \hat{x}(\tilde{r}) : \tilde{L}_i \tilde{A}_i^k e_0 \in \mathcal{Z}, k \in \mathbf{Z}_+\} \\ &= \Omega'_{\infty,i}(\tilde{r}) + \hat{x}(\tilde{r})\end{aligned}$$

$$\Omega'_{\infty,i}(\tilde{r}) = \{e_0 : \tilde{L}_i \tilde{A}_i^k e_0 \in \mathcal{Z}, k \in \mathbf{Z}_+\}$$

が成り立つ。したがって、すべての $\tilde{r}$ に対して、 $\Omega'_{\infty}(\tilde{r}) = \Omega'_{\infty}(0)$ が成り立つ。今、 $\Omega'_{\infty,i}(0)$ が

$$\Omega'_{\infty,i}(0) = \{x : \eta_\ell^\top x \leq 1, \ell = 1, 2, \dots, N_O\}$$

で表わされるとする。 $\tilde{r}(\lambda) = \lambda r^* + (1 - \lambda)r_0$ と定義するとき、 $\hat{r}[k-1] = \tilde{r}(\lambda_{k-1})$, $x[k-1] \in \Omega_{\infty,1}(\hat{r}[k-1])$ であったとして、RG は $x[k]$ を観測し、 $x[k] \in \tilde{\Omega}_{\infty,i}(\hat{r}(\lambda))$, $\lambda \in [\lambda_{k-1}, 1]$ を満たす最大の λ_M を求め、 $\lambda_k = \lambda_M$, $\hat{r}[k] = \tilde{r}(\lambda_k)$ とするが、この $\lambda_M \in [\lambda[k], 1]$ は、

$$\lambda_M = \min_{\lambda \geq \lambda_{k-1}, \eta_\ell^\top [\hat{x}(r_0) - \hat{x}(r^*)] > 0} \frac{1 - \eta_\ell^\top [x - \hat{x}(r_0)]}{\eta_\ell^\top [\hat{x}(r_0) - \hat{x}(r^*)]}$$

によって決定される。

C. 制御器の詳細

読者の便宜のために、本論文のシミュレーションを行なう際に使用した制御器で、本文中で明示していなかったものをここに示しておく。

- $K_s = (I - A)^{-1}B = [0 \ 0 \ 0.0006546 \ 0]^\top$
- $C_f(z) = (0.1361z^6 - 0.438z^5 + 0.5036z^4 - 0.2377z^3 + 0.03638z^2 - 0.0003384z + 4.528e-09)/(z^6 - 2.364z^5 + 2.218z^4 - 1.24z^3 + 0.4753z^2 - 0.0967z + 0.007414)$
- ノッチフィルタ $N_f(z)$ は、

$$N_f(z) = \prod_{j=2}^7 \frac{a_j z^2 + b_j z + c_j}{z^2 + d_j z + e_j} \quad (\text{C.1})$$

で与えられる。各係数は、下の **Table A.1** に示している。

Table A.1 Design parameters of the notch filter

j	a_j	b_j	c_j	d_j	e_j
2	0.9337	-1.318	0.8091	-1.327	0.7516
3	0.8375	-0.9201	0.8039	-0.9425	0.6638
4	0.802	-0.5917	0.7901	-0.6209	0.6213
5	0.5602	0.1058	0.5527	-0.04506	0.2637
6	0.4179	0.8166	0.4178	0.5561	0.09614
7	0.3773	0.5442	0.3747	0.276	0.02018

[著者紹介]

郭 昊

2005 年中国河南農業大学機電工程学院交通運輸学科卒業。2008 年中国内モンゴル工業大学機械設計および理論専攻修士課程修了。2010 年神戸大学大学院システム情報学研究科システム科学専攻博士課程入学。現在に至る。主に拘束系の制御に関する研究に従事。システム制御情報学会の学生会員。

太 田 有 三 (正会員)

1977 年大阪大学大学院博士課程修了。同年福井大学助手、87 年神戸大学工学部電子工学科助教授、96 年同情報知能工学科教授、2010 年同システム情報学研究科教授となり、現在に至る。ロバスト制御、安定理論、計算機援用システム解析設計に関する研究などに従事。工学博士。システム制御情報学会、電子情報通信学会、電気学会、IEEE の会員。

増 淵 泉 (正会員)

1996 年大阪大学大学院基礎工学研究科博士後期課程修了。同年日本学術振興会特別研究員、北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科助手、98 年神戸大学工学部助手、2001 年広島大学大学院工学研究科助教授、2007 年同准教授を経て、2011 年神戸大学大学院システム情報学研究科准教授、現在に至る。この間、2007~2008 年、デルフト工科大学客員研究員。システム制御理論、制御系設計に関する研究に従事。博士(工学)。システム制御情報学会、日本機械学会、電子情報通信学会、IEEE などの会員。