故障時に有限発散時間を利用する自己修復追従制御

高 橋 将 徳*

Self-repairing Tracking Control Utilizing a Finite Escape Time in Faulty Situations

Masanori TAKAHASHI*

For plants with unknown sensor failures, this paper presents a new design method for a self-repairing control system utilizing a nonlinear detection filter that can automatically replace the failed sensor with the backup. The detection method presented here, is based on a finite escape time of the nonlinear detection filter in the faulty situations. By detecting the exploding signal from the filter, sensor failure can be detected exactly within a prescribed detection time earlier than the finite escape time. Also, it is possible to shorten the detection time arbitrarily by adjusting the parameter of the filter. Furthermore, this paper shows a nonlinear controller so as to stabilize the overall control system with the healthy sensor. The tracking error asymptotically enters the ball of any small radius. Through several numerical experiments, the effectiveness of the proposed method is confirmed.

Key Words: sensor failure, self-repairing, fault detection, tracking, finite escape time

1. はじめに

制御系の安全性・信頼性に対する社会的関心が高まっている。故障や不具合など、制御系を機能不全とするような不測の事態への対策は、制御系の信頼性を高める上で重要である。

一般のフィードバック制御系において、センサに故障が生じると、実際とは異なる情報がフィードバックされるため、特段の配慮をしていない限り、制御系の安定性は保証されない。このような故障問題に対して、故障したセンサをバックアップセンサに自動交換する、いわゆる、動的冗長にもとづいた方法が、本質的かつ効果的な解決策の一つとして考えられている¹⁾。この方法によれば、故障したセンサを制御系から切り離すことで完全に故障の影響を取りのぞくことができ、その意味で、元の制御系に修復することができる。ただ、容易に推察されるように、上述の方法では、故障の有無を判断する検知器が必要となる。

故障検知器の設計法は、その故障問題に応じて多種多様なものが考案されている^{2)~5)}。それらのなかで、確定的な故障検知器の多くは、制御対象の数学モデルを利用している。ところが、そのために、高次の制御対象に対して故障検知器の構造が複雑になり、さらに、実際と数学モデルとのミスマッチに対する補償が必要になるなどの問題が生じる。

このような経緯から、先行研究^{6)~8)}では、自己修復制御の

枠組みの中で、1次の不安定なフィルタを故障検知器として導入する方法について考察してきた。自己修復制御系は、制御対象、故障検知器および制御器を同一ループ上に配した構成である。故障がなければ、制御器によって故障検知器を含む制御系全体が安定化される（制御器は、与えられた制御対象、故障検知器に対して、制御系を安定化するように設計される）。一方、故障が発生すると、制御ループが切断され、不安定な故障検知器の出力が大きく発振する。それを有限な閾値で検出することにより、センサ故障が検知され、バックアップ用のセンサに交換される。したがって、開ループ時の不安定性のみを利用しているので、制御対象の数学モデルに依存しない正確な故障検知が可能である。

しかしながら、この故障検知法は、固着型の故障に限定したものである。また、故障検知に要する時間が固着値に依存するため、ときに長い時間を検知に要することもある。さらに、正確な故障検知のためには、故障検知器のリセットや補助信号を導入しなければならない。

そこで、本稿では、より一般的なセンサの故障に対して、上述の問題を解決する新しい自己修復制御系の構成法を提案する。具体的にここでは、1次の非線形な検知フィルタを導入し、故障時に生じる有限発散時間⁹⁾の存在性を一時的に利用して故障を検知する方法を提案する。これにより、検知に要する時間を任意に設定できるだけでなく、これまで必要とされていた補助信号やフィルタのリセットは不要となる。さらに、ここでは、制御対象の出力を目標値に追従させるトラッキング制御問題について考える。センサ正常時に、非線形の検知フィルタを含む制御系を安定化し、追従誤差の収束領域を任意に小さくすることができる制御器構成法を示す。これ

* 東海大学基盤工学部 熊本市東区渡鹿 9-1-1

* School of Industrial and Welfare Engineering, Tokai University, 9-1-1 Toroku, Higashi-ku, Kumamoto

(Received June 18, 2013)

(Revised October 24, 2013)

らの、検知フィルタ、故障検知法、制御器を用いることで、センサに故障が生じて、自己修復制御と追従制御が達成される。また、いくつかの数値例を通して提案手法の有効性について検証する。

なお、本稿では、以下の表記を用いることとする。 $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^+$ および $\mathbb{N}$ は、それぞれ実数、非負の実数および自然数の集合を表わす。また、任意のベクトル $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^m$, $m \in \mathbb{N}$ に対して、 $\|\mathbf{v}\|$ はベクトル $\mathbf{v}$ のユークリッドノルムを意味する。任意の $x \in \mathbb{R}$ に対して、符号関数を次式で定義する。

$$\text{sgn}[x] \triangleq \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases}$$

2. 数学的準備

議論をすすめる前に、有限発散（爆発）時間に関する結果を示しておく。

[補題 1] 次式で表わされる系について考える。

$$\dot{v} = v^2 + c^2, \quad v(0) = v_0 \quad (1)$$

ここに、 $v_0 \in \mathbb{R}$ は初期値であり、 $c \in \mathbb{R}^+$ は任意の正定数である。このとき、 $|v(t)| \rightarrow \infty$ ($t \rightarrow t_E - 0$) となる有限発散時間 $t_E \in \mathbb{R}^+$ が存在して、 t_E は次式を満たす。

$$t_E \leq \frac{\pi}{c} \quad (2)$$

(証明) (1) 式の解は次式で与えられる。

$$v = c \tan(ct + \bar{c}) \quad (3)$$

ここに、 $\bar{c} = \tan^{-1}(v_0/c)$ である。よって、時刻 $t = 0$ から出発する解 v は時間区間 $(0, \pi/c]$ 内にて発散する。□

(2) 式からもわかるように、系 (1) の有限発散時間 t_E は、定数 c を大きくとることで、任意に小さくする（早める）ことができる。つまり、初期値 v_0 の如何にかかわらず、解 v が発散するまでの時間区間の長さを任意に設定できる。

また、つぎの系についても、系 (1) と同様に、(2) 式を満たす有限発散時間をもつ。

$$\dot{v} = -v^2 - c^2, \quad v(0) = v_0 \quad (4)$$

3. 問題設定

制御対象 Σ_P として、次式で表わされる相対次数 1 の $n \in \mathbb{N}$ 次線形時不変最小位相系を考える。

$$\begin{aligned} \Sigma_P : \quad \dot{\mathbf{y}} &= \mathbf{a}\mathbf{y} + \mathbf{b}\mathbf{u} + \mathbf{h}^T \mathbf{z} + \mathbf{w}_1 \\ \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{F}\mathbf{z} + \mathbf{g}\mathbf{y} + \mathbf{w}_2 \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}$ は実際の出力（制御量）であり、 $\mathbf{u} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ は制御入力である。 $\mathbf{w}_1 : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ および $\mathbf{w}_2 : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^{n-1}$ は有界な未知外乱である。また、制御対象 Σ_P の最小位相性より、 $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ は安定行列である。なお、(5) 式は、相対次数 1 の 1 入出力線形系の入出力表現として知られてお

り¹⁰⁾、状態方程式を座標変換することでも得られる。

本稿では、制御対象 Σ_P の出力 y を与えられた目標値 $r : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ に追従させる制御問題、すなわち、

$$e \triangleq r - y \quad (6)$$

で定義される追従誤差を任意の小さな領域内に収束させる問題について考える。ただし、目標値 r はその微分値 $\dot{r}$ とともに有界であるとする。

出力 y を計測するためのセンサとして、プライマリセンサ #1 と故障時用のバックアップセンサ #2 を設け、プライマリセンサ #1 の故障が検知されたときに、バックアップセンサ #2 に切り替える（すなわち、動的冗長を利用する）。したがって、センサ # i , $i = 1, 2$ の検出信号を $y_i \in \mathbb{R}$ とするとき、センサによって検出される追従誤差 $e_S \in \mathbb{R}$ はつぎのように表わされる。

$$e_S(t) = \begin{cases} e_1(t) & (t \leq t_D) \\ e_2(t) & (t > t_D) \end{cases} \quad (7)$$

ここに、 $e_i : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, 2$ は次式で定義される。

$$e_i \triangleq r - y_i \quad (8)$$

故障がなく正常であれば、 $e_i = e$ であるから、 $e_S = e$ である。また、(7) 式において、 $t_D \in \mathbb{R}^+$ は、故障検知時刻（センサ交換時刻）である。詳細は次章で述べる。

ここで、つぎのような故障シナリオを考える。

$$y_1(t) = \varphi(t), \quad t \geq t_F \quad (9)$$

ここに、 $t_F \in \mathbb{R}^+$ は未知の故障発生時刻である。また、 $\varphi : [t_F, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ は故障による検出信号の異常な振る舞いを表わす未知関数である。

故障シナリオ (9) に関して以下の仮定をおく。

(C1) 関数 φ の微分値について、次式を満たす定数 $\eta \in \mathbb{R}^+$ が既知である。

$$|\dot{r} - \dot{\varphi}| \leq \eta \quad (10)$$

(C2) 関数 φ について次式が成立する。

$$\begin{aligned} \text{sgn}[e_1(t)] &= \text{sgn}[e_1(t_F)] \\ &= \text{sgn}[r - \varphi(t)] = \text{sgn}[r - \varphi(t_F)], \quad t \geq t_F \end{aligned} \quad (11)$$

たとえば、(9) 式において、 $\varphi = y_1(t_F)$, $t \geq t_F$ のときは、固着型の故障を表わし、上の仮定を満足する。固着型の故障は、故障後に検出信号が一定値をとるような故障である。したがって、検出信号が追従制御などの目標値（セットポイント）に固着すると、正常か故障かの判断がつきにくく、その意味で、固着型は検知の困難な故障である。

なお、故障により、検出信号 y_1 の値が制御仕様（性能）として許容された範囲を超えるような場合がある。このような故障の多くは、上記の仮定を満たさないが、追従誤差 e_1 を制御性能と照らしてモニタリングすることにより、比較的容易

に検知することが可能である．よって，ここでは，そのような故障について特に議論しないこととする．

さて，問題は，センサ故障 (9) が発生する制御系に対して，(7) 式のようなセンサの交換によって制御系の安定性を維持しつつ，出力 y の目標値 r への追従を達成する，自己修復制御系を構成することである．

4. 自己修復追従制御系

4.1 基本構造

Fig. 1 に示すように，自己修復制御系は，制御対象 Σ_P ，検知フィルタ Σ_D および制御器 Σ_C から構成される．以下では，検知フィルタ Σ_D と制御器 Σ_C の具体的な構成を示し，センサ正常時の系内の信号の有界性について論じる．

補題 1 に示されている系 (1) の非線形構造にもとづいて，次式の検知フィルタ Σ_D を導入する．

$$\Sigma_D : \dot{v} = \text{sgn}[e_S](v^2 + \gamma) + \dot{e}_S + p(e_S + e_S^3) \quad (12)$$

ここで， $\gamma \in \mathbb{R}^+$ は，任意に与えてよいが， $\gamma > \eta$ となるように十分に大きくとる．また， $p \in \mathbb{R}^+$ は制御器 Σ_C のフィードバックゲインである．

制御入力 $u: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ をつぎのように与える．

$$\Sigma_C : u = \frac{1}{b} \{p(e_S + e_S^3) + v + v^3\} \quad (13)$$

フィードバックゲイン p の詳細については，つぎの補題の証明において述べる．

このとき，センサ正常時における制御系内の信号の有界性についてつぎの結果を得る．

[補題 2] センサ正常時，すなわち，時間区間 $[0, t_F)$ において，(5)~(8) 式，(12) 式および (13) 式で構成される制御系内の信号 e ， z および v は有界である．

(証明) 時間区間 $[0, t_F)$ では，プライマリセンサ #1 は正常である，すなわち， $e_S = e$ であるから，(5)，(12) 式および (13) 式より，制御系はつぎのように表わされる．

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -(p-a)e - pe^3 \\ &\quad - \mathbf{h}^T \mathbf{z} - v - v^3 - w_1 - ar + \dot{r} \end{aligned}$$

Fig. 1 Block diagram of the self-repairing control system

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \mathbf{F}z - \mathbf{g}e + \mathbf{g}r + \mathbf{w}_2 \\ \dot{v} &= -v - v^3 + \text{sgn}[e](v^2 + \gamma) \\ &\quad + ae - \mathbf{h}^T \mathbf{z} - w_1 - ar + \dot{r} \end{aligned} \quad (14)$$

制御対象 Σ_P の最小位相性から，任意の正定行列 $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ に対して， $\mathbf{F}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{F} = -2\mathbf{Q}$ を満足する正定行列 $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ が存在する．そこで，そのような $\mathbf{P}$ を用いたつぎの正值関数 $S: [0, t_F) \rightarrow \mathbb{R}^+$ を考える．

$$S \triangleq \frac{1}{2} \{e^2 + \lambda(z^T \mathbf{P} z + v^2)\} \quad (15)$$

ここに， $\lambda \in \mathbb{R}^+$ は解析のために導入したある定数である． $\mathbf{Q}$ および λ の詳細は後述する．

ここで， $e_S(t) = e(t)$ ， $t \in [0, t_F)$ であることに留意して， S の時間微分を評価する．

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -(p-a)e^2 - pe^4 \\ &\quad - \mathbf{h}^T \mathbf{z} e - ve - v^3 e - w_1 e - (ar - \dot{r})e \\ &\quad - \lambda z^T \mathbf{Q} z - \lambda \mathbf{g}^T \mathbf{z} e + \lambda \mathbf{g}^T \mathbf{z} r + \lambda w_2^T \mathbf{z} \\ &\quad - \lambda v^2 - \lambda v^4 + \lambda \text{sgn}[e](v^2 + \gamma)v \\ &\quad + \lambda aev - \lambda \mathbf{h}^T \mathbf{z} v - \lambda w_1 v - \lambda(ar - \dot{r})v \end{aligned} \quad (16)$$

さらに，外乱および目標値とその微分値の有界性より， $w \geq |w_1| + \|\mathbf{w}_2\|$ なる正定数 $w \in \mathbb{R}^+$ と， $\rho \geq |ar - \dot{r}| + |r|$ なる正定数 $\rho \in \mathbb{R}^+$ が存在して，これより，上式はつぎのように評価できる．

$$\begin{aligned} \dot{S} &\leq - \underbrace{\left(p-a-2\lambda a^2-\frac{\lambda}{2}-\frac{7}{2\lambda}\right)}_{\alpha_1} e^2 - \underbrace{\left(p-\frac{1}{\lambda^3}\right)}_{\alpha_2} e^4 \\ &\quad - \lambda \underbrace{\left(\lambda_{\min}[\mathbf{Q}] - \frac{7}{2}\|\mathbf{h}\|^2 - \|\mathbf{g}\|^2 - \frac{1}{2}\right)}_{\alpha_3} \|z\|^2 - \frac{\lambda}{2} v^2 \\ &\quad + \lambda \underbrace{(5w^2 + 5\rho^2 + 4\gamma^2 + 1)}_{\beta} \end{aligned} \quad (17)$$

ここで，フィードバックゲイン p および $\mathbf{Q}$ ， λ を， $\alpha_i > 0$ ， $i = 1, 2, 3$ となるように選ぶ．このとき，(15) 式および上式より，次式を得る．

$$\dot{S} \leq -\alpha S + \lambda \beta \quad (18)$$

ここに，

$$\alpha = 2 \min \left\{ \alpha_1, \frac{\alpha_3}{\lambda_{\max}[\mathbf{P}]}, \frac{1}{2} \right\} \quad (19)$$

結局，正值関数 S はつぎのように評価できる．

$$S(t) \leq S(0) \exp(-\alpha t) + \frac{\lambda \beta}{\alpha}, \quad t \in [0, t_F) \quad (20)$$

よって，(15) 式より，補題 2 が証明された．□

4.2 センサ故障の検知

前節の補題 2 より，つぎの不等式を満たす有界な関数 $\Gamma: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ が存在する．

$$|v(t)| < \Gamma(t), \quad t \in [0, t_F) \quad (21)$$

Fig. 2 A finite escape time and a detection time

いま、故障 (9) が発生したとする ($t_F < \infty$)。このとき、故障したプライマリセンサ #1 が交換されない限り、検知フィルタ Σ_D の信号 v はつぎの微分方程式に従う。

$$\dot{v} = \text{sgn}[e_S] \times \{v^2 + \gamma + \text{sgn}[e_S](\dot{r} - \dot{\varphi}) + p(|e_S| + |e_S^3|)\} \quad (22)$$

上式において、 $\text{sgn}[e_S] = \text{sgn}[e_S(t_F)]$ であることに留意する。 $\text{sgn}[e_S] = 1$ の場合、(C1) および (C2) より、次式を得る。

$$\dot{v} \geq v^2 + \varepsilon \quad (23)$$

ここに、 $\varepsilon \triangleq \gamma - \eta$ である。補題 1 より、 $\dot{v} = v^2 + \varepsilon$ は有限発散時間をもつから、(23) 式より、(22) 式も有限発散時間 $t_E (> t_F)$ をもつ。また、 $\text{sgn}[e_S] = -1$ の場合、次式を得る。

$$\dot{v} \leq -v^2 - \varepsilon \quad (24)$$

(4) 式より、 $\dot{v} = -v^2 - \varepsilon$ も有限発散時間をもつ。よって、この場合も、(22) 式は有限発散時間 t_E をもつ。したがって、故障後、不等式 (21) は (必ず) 成立しない。このことを利用して、故障検知時刻 t_D を次式で定義する。

$$t_D \triangleq \min \{t \mid |v(t)| \geq \Gamma(t)\} \quad (25)$$

Fig. 2 に示されているように、関数 Γ は有界であるから、故障 (9) は (22) 式の有限発散時間 t_E より以前に (v が発散する前に) 検知される。

4.3 主要結果

本稿の主要結果として、つぎの定理を得る。

《定理 1》 (5)~(8) 式、(12) 式、(13) 式および (25) 式によって構成される自己修復追従制御系は以下の性質をもつ。

(P1) 故障後、次式を満たす故障検知時刻 $t_D (> t_F)$ が必ず存在する。

$$t_D < t_F + \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (26)$$

(P2) 時間区間 $[0, \infty)$ にわたり、制御系内の信号 e , z および v は有界である。

(P3) 任意の微小な正定数 $\delta \in \mathbb{R}^+$ に対し、ある正定数 $p_0 \in \mathbb{R}^+$ が存在して、フィードバックゲインを $p > p_0$ と与えることにより次式が満たされる。

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\sup_{t > T} |e(t)| \right) \leq \delta \quad (27)$$

(証明) 故障 (9) が発生すれば、(22) 式の有限発散時間 t_E により、その時刻以前に、検知フィルタ Σ_D の信号 v は、必ず閾値である Γ に到達する、つまり、 $t_D \in (t_F, t_E)$ である。さらに、 $\text{sgn}[e_S] = 1$ の場合、補題 1 より、 $\dot{v} = v^2 + \varepsilon$ の有限発散時間 $t_E^+ (> t_F)$ は次式を満たす。

$$t_E^+ \leq t_F + \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (28)$$

よって、

$$t_D < t_E \leq t_E^+ \leq t_F + \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (29)$$

また、 $\text{sgn}[e_S] = -1$ の場合も同様に、 $\dot{v} = -v^2 - \varepsilon$ の有限発散時間 $t_E^- (> t_F)$ は次式を満たす。

$$t_E^- \leq t_F + \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (30)$$

よって、

$$t_D < t_E \leq t_E^- \leq t_F + \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (31)$$

両場合をまとめることにより、(P1) は示された。

制御系内の信号の有界性について考える。

当然のことながら、補題 2 より、センサが正常な時間区間 $[0, t_F)$ では、信号 e , z および v は有界である。

センサ故障中の時間区間 $[t_F, t_D]$ では、(25) 式および $t_D < t_E$ より、信号 v は有界である。それゆえ、制御入力 u もまた有界であり、さらに、有界な u に対しては制御対象 Σ_P は有限発散時間をもたない。したがって、この区間において、信号 e および z は有界である。

故障検知後 ($t > t_D$)、故障したプライマリセンサ #1 はバックアップセンサ #2 に交換されて、制御系は修復される。このとき、センサが正常であることと、センサ交換時 ($t = t_D$) の信号の有界性 ($S(t_D)$ の有界性) から、補題 2 と同様の議論ができて、次式が成立する。

$$S(t) \leq S(t_D) \exp \{-\alpha(t - t_D)\} + \frac{\lambda\beta}{\alpha}, \quad t \in (t_D, \infty) \quad (32)$$

なお、 S は (15) 式で定義される正值関数である。これより、信号 e , z および v は時間区間 (t_D, ∞) で有界である。

結局、信号 e , z および v は時間区間 $[0, \infty)$ にわたり有界となる。よって、(P2) が示された。

(15) 式および (32) 式より、追従誤差 e について次式が成立する。

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq \sqrt{\frac{2\lambda\beta}{\alpha}} \triangleq \bar{\delta} \quad (33)$$

ここで、つぎの不等式を満足するように、フィードバックゲイン p を与えるものとする。

$$p > a + 2\lambda a^2 + \frac{\lambda}{2} + \frac{7}{2\lambda} + \frac{1}{2} \triangleq \bar{p}_0 \quad (34)$$

このとき、 $\alpha_1 > 1/2$ となり、(19) 式より、 α は λ によらない定数となる。さらに、 β は、(17) 式より、 λ とは無関係である。よって、(34) 式の制約のもとで、 $\bar{\delta}$ は λ によっていくらかでも小さくすることができる^(注1)。このことは、任意の微小な正定数 δ に対し、 $\bar{\delta} \leq \delta$ とするような λ とフィードバックゲイン p の下限値 $p_0 = \bar{p}_0$ がともに存在することを意味する。したがって、(27) 式が成立する。なお、追従誤差に関する以上の議論は、(20) 式より、故障が発生しない場合 ($t_F = \infty$) にも成立する。よって、(P3) が示された。□

(P1) に関して、 ε は γ を大きく与えることにより任意に大きくできて、(26) 式より、故障検知時刻 t_D を任意に早める、すなわち、故障検知に要する時間 $t_D - t_F$ を任意に短縮させることができる。さらに、閾値である関数 Γ の取り方によらず (いくら大きな Γ を用いても)、故障検知時刻 t_D について (26) 式が成立する。

(P3) に関して、実際のフィードバックゲイン p の選定にあたっては、下限値 p_0 を直接もとめる必要はない。追従誤差 e が、(27) 式の意味で、所望の大きさに収束するまで、 p の値を大きく調整していけばよい。

ところで、目標値 r が変化する追従制御問題では、(C1) および (C2) がある有限時間区間でしか満たされないような故障も考えられる。この点について、先の解析より、(C1) および (C2) は、少なくとも有限区間 $[t_F, t_F + \pi/\sqrt{\varepsilon}]$ で成立していればよいことがわかる。このことは、二つの仮定がある有限区間 $[t_F, \bar{t}_F]$ ($t_F < \bar{t}_F < \infty$) で成立していれば、 $\pi/\sqrt{\varepsilon} < \bar{t}_F - t_F$ となるように ε (実際は γ) を十分に大きく与えることで、故障が検知できることを意味している。また、これにより、より多様な故障問題を取り扱うことができる。

5. 数 値 例

提案手法の有効性を示すために数値例を示す。

次式で表わされる不安定 2 次系を制御対象 Σ_P とする。

$$\begin{aligned} \Sigma_P : \dot{y} &= y + u + z + w_1, \quad y(0) = 0 \\ \dot{z} &= -2z + y + w_2, \quad z(0) = -1 \end{aligned} \quad (35)$$

未知外乱 w_1, w_2 は次式で与えられている。

$$\begin{aligned} w_1 &= 4 \sin(2t) + \sin(y) \\ w_2 &= 1 + 2 \cos(t) \end{aligned}$$

センサの故障シナリオとして、関数 φ を次式で与える。

$$\varphi(t) = y(t_F) - 0.01 \{1 - \cos(t)\}, \quad t \geq t_F \quad (36)$$

なお、故障発生時刻は $t_F = 25$ s (未知) とする。上の関数 φ は未知とするが、(C1) より $\eta = 0.5$ は既知とする。

出力 y が追従すべき目標値 r をつぎのように与える。

$$r(t) = 2, \quad t \geq 0$$

さて、検知フィルタの効果を確認するために、ここでは、

(注1) $\lambda > 0$ より、 $\bar{\delta}$ を 0 にはできない。

$\varepsilon = 0.5$ であることを考慮して、 $\gamma = 1.5$ とした場合 (Case 1) と、 $\gamma = \pi^2 + 0.5$ とした場合 (Case 2) について検討する。これらは、検知時刻の上界をそれぞれ、 $t_D < t_F + \pi \simeq 28.1$ s と、 $t_D < t_F + 1 \simeq 26$ s ($t_F = 25$ s) としたものである。このように、検知フィルタ Σ_D のパラメータ γ を選定する時点で、検知時刻の上界を任意に指定できる。

上述の制御対象 Σ_P と各検知フィルタ Σ_D に対して、制御器 Σ_C のフィードバックゲイン p を $p = 30$ とする。 p の選定では、その下限値 p_0 を利用せずに、事前実験を行ない、 p を徐々に大きくしていきながら、 $\delta = 0.01$ とした (27) 式の追従性能と v の有界性が保証されるように調整している。また、このときの事前実験から、故障判定のための閾値 Γ を、両場合ともに、 $\Gamma = 5$ とする。

以上の設定のもとで行なった数値シミュレーションの結果を Fig. 3 および Fig. 4 に示す。それぞれ、上段と中段の図には、実際の追従誤差 e (破線) とセンサによって検出された追従誤差 e_S (実線) を表わしており、また、下段には、検

Fig. 3 Simulation results (Case 1); e and e_S (top and mid), and $|v|$ and Γ (bottom)

Fig. 4 Simulation results (Case 2); e and e_S (top and mid), and $|v|$ and Γ (bottom)

知フィルタ Σ_D の出力 v の絶対値 $|v|$ (実線) と故障判定のための閾値の関数 Γ (破線) を表わしている。

Case 1 の結果から、センサ故障 (36) が発生すると e と e_S の間に差が生じており (中段の図を参照)、検知フィルタ Σ_D の出力 v が大きく振れている。その後、 $|v|$ が閾値 Γ の値を超え、故障が検知される。同時にセンサの交換が行なわれ、 e と e_S が再び一致し、そして、出力追従が達成されている。ただし、外乱の影響により、周期的な大きな誤差がみとめられる。なお、シミュレーションでの検知時刻は $t_D \simeq 25.5\text{s}$ となっており、事前に規定された時刻よりも格段に早い時間に故障検知がなされている。

Case 2 では、 γ の値を Case 1 よりも大きくしたことににより、わずかではあるが、さらに検知時間が短縮されている。このときの検知時刻は $t_D \simeq 25.4\text{s}$ である。

なお、Case 1 および 2 ともに、検知時刻の上界よりも比較的早い時刻で故障が検知されている。この要因の一つとして、閾値 Γ の与え方が考えられる。たとえば、Case 2 では、(23) 式より、 $\dot{v} \geq \pi^2 \simeq 9.9$ である。このとき、故障後の v は、センサが修復されるまでの間、つぎの不等式を満たす。

$$v = v(t_F) + \int_{t_F}^t \dot{v}(s) ds \geq -1.4 + 9.9(t - t_F) \triangleq \bar{v} \quad (37)$$

上式の $\bar{v}$ の大きさが閾値の $\Gamma = 5$ を超えるのは、 $\bar{t}_D = t_F + (\Gamma + 1.4)/9.9 \simeq 25.6\text{s}$ のときである。そして、この $\bar{t}_D$ は Γ が小さいほど小さく (早く) なることがわかる。さらに、実際の v は $\bar{v}$ よりも早く閾値 Γ に到達するから、 $t_D \leq \bar{t}_D$ である。このように、 Γ の値を小さく与えることで、推定された検知時刻の上界よりも早く故障を検知することができると考えられる。

6. おわりに

本稿では、(9) 式で記述されるセンサ故障問題に対して、非線形の検知フィルタ (12) を用いて故障を検知し、故障したセンサをバックアップのセンサと交換することで制御系の安定性を維持し、かつ目標値への出力追従を達成する自己修復制御系構成法を提案した。提案手法は、事前に規定した時間以内に故障を検知でき、また、検知時間を任意に早めることができること、さらに、追従誤差を任意の小さな領域に収束させることができるなどの特長をもつ。さらに、正確な故障検知のために、これまでの方法^{6)~8)}で必要とされた補助信号、フィルタのリセットは不要となった。

本稿で提案した制御系構成法は、相対次数 1 の制御対象に限定されているが、この問題は、たとえば、バックステッピング法⁹⁾などの導入により解決できるものと考えられる。また、提案手法は、基本的に、ハイゲインフィードバックの考えにもとづいている。よく知られているように、ハイゲインフィードバックはある種の非線形の制御対象にも適用可能である⁹⁾。また、適応系への理論の発展も期待できる¹⁰⁾。これらの点は今後の課題としたい。

参 考 文 献

- 1) R. Isermann, R. Schwarz and S. Stölzl: Fault-tolerant, Drive-by-wire systems, IEEE Control Systems Magazine, **22**-5, 64/81 (2002)
- 2) Y. Zhang and J. Jiang: Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems, Annual Reviews in Control, **32**-2, 229/252 (2008)
- 3) K. Zhang, B. Jiang and V. Cocquempot: Fast adaptive fault estimation and accommodation for nonlinear time-varying delay systems, Asian Journal of Control, **11**-6, 643/652 (2009)
- 4) Y. Wang, D. Zhou, S.J. Qin and H. Wang: Active fault-tolerant control for a class of nonlinear systems with sensor faults, Int. J. of Control, Automation and Systems, **6**-3, 339/350 (2008)
- 5) S.L. Campbell and R. Nikoukhah: *Auxiliary Signal Design for Failure Detection*, Princeton University Press (2004)
- 6) M. Takahashi: Self-repairing and adaptive tracking for MIMO systems with sensor failures, Proc. of IFAC World Congress, 8943/8948 (2008)
- 7) M. Takahashi: Self-repairing control based on switching sensors, Proc. of the American Control Conference 2009, 5522/5527 (2009)
- 8) M. Takahashi: Self-repairing control via an unstable filter, Control Engineering Practice, **18**-2, 140/146 (2010)
- 9) H.K. Khalil: *Nonlinear Systems*, Prentice Hall (1996)
- 10) F. Allgöwer, J. Ashman and A. Ilchmann: High-gain adaptive λ -tracking for nonlinear systems, Automatica, **33**-5, 881/888 (1997)

[著 者 紹 介]

高 橋 将 徳 (正会員)

1994 年熊本大学大学院工学研究科修士課程修了。有明工業高等専門学校機械工学科、九州東海大学工学部での勤務を経て、現在、東海大学基盤工学部准教授。適応制御、耐故障制御、故障検知などの研究に従事。IEEE などの会員。博士 (工学)。