タイヤ力の飽和と荷重移動を伴う四輪車両の非線形モデル予測制御

氷野 康平*・橋本 智昭**・大塚 敏之***

Nonlinear Model Predictive Control for Four-wheeled Vehicle with Saturation of Tire Forces and Load Transfers

Kohei HINO*, Tomoaki HASHIMOTO** and Toshiyuki OHTSUKA***

In this study, we propose a control method for a four-wheeled vehicle with drifted motion. We deal with the four-wheeled vehicle model that includes the effect of load transfers for each wheel and nonlinear tire model. Nonlinear model predictive control is used to determine the optimal control inputs and C/GMRES algorithm is applied for solving the optimization problem with low computational burden. Experimental results of a path tracking control, in which a target path is a sharp curve, verify that the control of target path tracking for four-wheeled vehicle can be achieved via real-time optimization.

Key Words: nonlinear control, model predictive control, vehicle dynamics

1. はじめに

世の中には非線形要素を含むシステムが多く存在する。制御系設計問題において、非線形システムは線形システムに比べて一般に取扱いが困難であるため、線形化近似がしばしば行なわれる。しかしながら、非線形性が強く現れる範囲まで考慮しなければ達成できないような制御性能が存在する場合がある。そのような場合においては、非線形性が強く現れる領域を考慮した制御系設計が重要な課題となる。

本研究では、非線形性の強い動作領域をもつ制御対象として、横滑りによるタイヤ力の飽和と荷重移動を伴う四輪車両の走行を考える。四輪車両の走行では、進行方向（速度方向）と車体向きにずれが生じている横すべりという状態が存在する¹⁾。ステアリング操作を行わない直線走行の場合を除けば、どのような場合においてもいくらかの横すべりが生じるが、大きな横すべりは、主に高速度での走行中において大きなステアリング操作を行なった場合に生じやすく、操作を誤ればスピン状態に陥ってしまうことがある。このような、大きな横すべり状態に突入する場合や、突入後の走行では、車両の縦横の加速度の増大による各車輪への荷重移動が起こり、

タイヤ自体にも大きな横すべりが生じることでタイヤ力の飽和が生じる。このように、車両の大きな横すべりと荷重移動を伴う運動には、非線形性の影響が強く現れると考えられる。したがって、四輪車両の非線形ダイナミクスを十分に考慮した制御系設計が重要な課題となる。これが実現できれば、四輪車両の障害物緊急回避などのさまざまな運動に対して、従来では達成できなかった制御性能を引き出せる可能性がある。

これまでに、車両の運動制御に関するさまざまな研究が行なわれている。その中で、非線形モデル予測制御（NMPC）が車両の軌道追従に有用であることが注目され、研究が盛んに行なわれている^{2)~5)}。NMPCは、非線形システムに適用可能であり、評価区間長さが有限であるために数値計算問題として扱いやすく、評価区間が時間とともに後退していくため継続的にフィードバック制御を行なうことが可能である。また、状態や入力に対する制約を考慮した最適化が可能である。一方で、車両が高速で運動している場合は、制御周期（サンプリング周期）を短く設定する必要があるため、実時間でNMPC問題を解くためには、高速な数値解法アルゴリズムが必要となる。

従来、簡略化されたモデルとして、非線形二輪モデルに対するNMPCの適用例が複数報告されている^{2),3)}。また、二輪車両で近似せずに四輪車両モデルを扱う研究^{4),5)}も報告されているが、いずれも各車輪への荷重移動が考慮されておらず、大きな加速度が生じるような激しい運動に対しては、十分に厳密なモデルとはいえない。一方で、車両の大きな横すべりを伴う運動の制御に関する研究では、線形モデルを用いたオフライン最適化による制御手法⁶⁾が報告されているが、非線形モデルによるタイヤ力の飽和と荷重移動を考慮した車両の走行制御に関する研究は報告されていない。

* 川崎重工業（株） 各務原市川崎町 1 番地

** 大阪大学大学院基礎工学研究科 豊中市待兼山町 1-3

*** 京都大学大学院情報学研究科 京都市左京区吉田本町

* Kawasaki Heavy Industries, Ltd., 1 Kawasaki-cho, Kakamigahara

** Graduate School of Engineering Science, Osaka University, 1-3 Machikaneyama-cho, Toyonaka

*** Graduate School of Informatics, Kyoto University, Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto

(Received November 10, 2013)

(Revised February 17, 2014)

Fig. 1 Diagram of four-wheeled vehicle

以上の背景を踏まえ、本研究では、横滑りによるタイヤ力の飽和と荷重移動を伴う四輪車両の非線形モデルを新たに導出し、非線形モデル予測制御手法を適用し、制御対象の非線形性を十分考慮した制御系設計を行なうことを目的とする。ドリフト走行のような非線形性が強い運動に対して、従来の研究に比べてより厳密な非線形モデルを採用し、非線形モデル予測制御手法を用いて、制御対象の非線形領域を有効活用した応答を実現することを目的とする。具体的には、現実のラリーレーサーの走行軌道を参考にした軌道追従制御を行なうことで、大きな横すべりと荷重移動を伴う四輪車両の走行制御を実現することを目的とする。また、NMPCの数値解法として、C/GMRESと呼ばれる高速アルゴリズムを適用し、実時間最適化の達成を目標とする。さらに、市販の模型車両を用いて実験環境を構築し、制御手法の有効性を模型車両の走行実験により確認することを目的とする。

2. 非線形四輪車両モデル

2.1 四輪車両のダイナミクス

本研究では、制御対象の四輪車両の走行条件として以下の三つの仮定を置く。

- (1) ローリング、ピッチング運動は無視できるものとする。
- (2) 後輪の操舵を行なわないものとする。
- (3) 走行抵抗には勾配抵抗、転がり抵抗、空気抵抗があるが、車の走行時にタイヤが路面に接することで生じる転がり抵抗のすべり摩擦のみを考え、それ以外は無視する。

これらの仮定の下で、四輪車両のダイナミクスを表わすモデルは、Fig. 1 に示され、車体の横すべりやヨー方向の運動、ステアリング操作により、各車輪に横すべりが生じる。この横すべりの度合いは各車輪で異なり、それにより各車輪で異なる横力が生じる。

以下、表記の便宜上、二つの下付き文字を用いる。添字 $i \in \{F, R\}$ はそれぞれ前後輪を、 $j \in \{l, r\}$ はそれぞれ左右輪を示す。たとえば添字 $(\cdot)_{Fl}$ は前左輪を表わす。さらに、本研究における数値シミュレーションおよび実証実験で用い

Table 1 Physical parameters of four-wheeled vehicle

	Symbol	Unit	Value
mass of vehicle	m	kg	1.4571
acceleration of gravity	g	$\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$	9.80655
coefficient of friction	μ		0.499
yaw moment of inertia	I	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	9.0×10^{-3}
distance between front tire and C.G. (center of gravity)	l_F	m	0.145
distance between rear tire and C.G.	l_R	m	0.115
height of C.G.	h	m	0.037
tread	d	m	0.079
tire parameter 1	B		3.25
tire parameter 2	F		1.23
tire parameter 3	E		-6.00
tire parameter 4	G		3.20
time constant of driving force	T_{U1}		0.3
gain constant of driving force	K_{U1}		0.8
time constant of steering angle	T_{U2}		0.3
gain constant of steering angle	K_{U2}		1
maximum driving force	$D_{\max}$	N	2.230
maximum braking force	$D_{\min}$	N	-1.745
maximum steering angle	$\delta_{\max}$	rad	0.318

Table 2 Variables of four-wheeled vehicle

	Symbol	Unit
vertical load on tire	N_{ij}	N
side force of tire	C_{ij}	N
cornering force of tire	Y_{ij}	N
overall driving/braking force of vehicle	D	N
each driving/braking force of tire	D_{ij}	N
side slip angle of vehicle	β	rad
side slip angle of tire	β_{ij}	rad
yaw angular velocity around C.G.	r	rad/s
steering angle of front tire	δ	rad
vehicle position in inertial coordinate	X, Y	m
attitude angle of vehicle in inertial coordinate	θ	rad
velocity of C.G.	V	m/s

る物理定数を Table 1 に示し、システム変数を Table 2 に示す。ここで、質量 m と距離 l_F, l_R, h, d は機器の測定により定め、慣性モーメント I は 2 点吊り法により定めた。指令電圧と駆動力、制動力およびステアリング角の関係は、各電圧印加後の実機測定データに基づく多項式近似により定めた。それに伴い、最大指令電圧に対応する駆動力 $D_{\max}$ 、制動力 $D_{\min}$ およびステアリング角 $\delta_{\max}$ が定められた。タイヤパラメータ B, F, E, G 、時定数 T_{U1}, T_{U2} およびゲイン定数 K_{U1}, K_{U2} は、ドリフト走行時の実験測定データと数値シミュレーションに近い挙動となるようにパラメータ調整を試行錯誤することによって定めた。横力が発生しない直進走行の実験測定データによって定められた最大駆動力と質量測定から定められた垂直荷重が、制約式 (18) を満たすためには摩擦係数 μ はある値より大きくなくてはならない。本研究では、実験データから定まった最大駆動力 $D_{\max}$ は常に発生できるものと仮定し、その仮定のもとで後述の制約式 (18) が成り立つために摩擦係数 μ が取るべき最小値を定め、その値を μ の固定値として定めている。

地上に固定した X - Y 座標に対する車両重心の運動学および車両に固定した座標系 x , y 方向の運動方程式, 重心点周りの回転運動方程式から, 以下の方程式が得られる.

$$\begin{aligned}\dot{V} = & \frac{\cos \beta}{m} \{Y_{Fl} \sin(\delta + \beta_{Fl}) + Y_{Fr} \sin(\delta + \beta_{Fr}) \\ & + Y_{Rl} \sin \beta_{Rl} + Y_{Rr} \sin \beta_{Rr} + D_{Fl} \cos \delta \\ & + D_{Fr} \cos \delta + D_{Rl} + D_{Rr}\} \\ & + \frac{\sin \beta}{m} \{Y_{Fl} \cos(\delta + \beta_{Fl}) + Y_{Fr} \cos(\delta + \beta_{Fr}) \\ & + Y_{Rl} \cos \beta_{Rl} + Y_{Rr} \cos \beta_{Rr} + D_{Fl} \sin \delta \\ & + D_{Fr} \sin \delta\} \quad (1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\beta} = & -\frac{\sin \beta}{mV} \{Y_{Fl} \sin(\delta + \beta_{Fl}) + Y_{Fr} \sin(\delta + \beta_{Fr}) \\ & + Y_{Rl} \sin \beta_{Rl} + Y_{Rr} \sin \beta_{Rr} + D_{Fl} \cos \delta \\ & + D_{Fr} \cos \delta + D_{Rl} + D_{Rr} + mVr \sin \beta\} \\ & + \frac{\cos \beta}{mV} \{Y_{Fl} \cos(\delta + \beta_{Fl}) + Y_{Fr} \cos(\delta + \beta_{Fr}) \\ & + Y_{Rl} \cos \beta_{Rl} + Y_{Rr} \cos \beta_{Rr} + D_{Fl} \sin \delta \\ & + D_{Fr} \sin \delta - mVr \cos \beta\} \quad (2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{r} = & \frac{l_F}{I} (C_{Fl} \cos \delta + C_{Fr} \cos \delta + D_{Fl} \sin \delta + D_{Fr} \sin \delta) \\ & + \frac{d}{I} (C_{Fl} \sin \delta - C_{Fr} \sin \delta - D_{Fl} \cos \delta + D_{Fr} \cos \delta \\ & - D_{Rl} + D_{Rr}) - \frac{l_R}{I} (C_{Rl} + C_{Rr}) \quad (3)\end{aligned}$$

また, 本研究では, 車両全体の単一の動力源であるモータの駆動力 D とステアリング角 δ は, おおの, 駆動指令 u_1 と操舵指令 u_2 に対して, つぎのような一時遅れ特性をもつと考える.

$$\dot{D} = -\frac{1}{T_{U1}} D + \frac{K_{U1}}{T_{U1}} u_1 \quad (4)$$

$$\dot{\delta} = -\frac{1}{T_{U2}} \delta + \frac{K_{U2}}{T_{U2}} u_2 \quad (5)$$

加えて, 車両の走行軌道を知るために地上に固定した X , Y 座標系に関する位置を示す. 車両の X 軸に対するヨー角を θ とすれば

$$\dot{X} = V \cos(\beta + \theta) \quad (6)$$

$$\dot{Y} = V \sin(\beta + \theta) \quad (7)$$

となる.

以上から入力を駆動/制動指令値およびステアリング指令値の 2 入力と考えると, 状態を x とする状態方程式はつぎのように書き表わされる.

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (8)$$

$$x = \begin{bmatrix} V & \beta & r & X & Y & \theta & D & \delta \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^8 \quad (9)$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2 \quad (10)$$

また, 各タイヤの横すべり角はつぎのように与えられる.

$$\beta_{Fl} = \tan^{-1} \left(\frac{V \sin \beta + l_{Fr}}{V \cos \beta - dr} \right) - \delta \quad (11)$$

$$\beta_{Fr} = \tan^{-1} \left(\frac{V \sin \beta + l_{Fr}}{V \cos \beta + dr} \right) - \delta \quad (12)$$

$$\beta_{Rl} = \tan^{-1} \left(\frac{V \sin \beta - l_{Rr}}{V \cos \beta - dr} \right) \quad (13)$$

$$\beta_{Rr} = \tan^{-1} \left(\frac{V \sin \beta - l_{Rr}}{V \cos \beta + dr} \right) \quad (14)$$

タイヤのコーナリングフォース Y_{ij} は横力 C_{ij} と横すべり角 β_{ij} を用いて以下で与えられる.

$$Y_{ij} = C_{ij} \cos \beta_{ij} \quad (15)$$

2.2 タイヤモデル

実車の横力とすべり角の関係を表わす経験式として, マジックフォーミュラと呼ばれるタイヤモデルが知られている⁷⁾. 本研究では, そのマジックフォーミュラをタイヤモデルとして採用する. タイヤに縦力が発生していない場合において, マジックフォーミュラと呼ばれるタイヤの横すべり角 β_{ij} と横力 C_{0ij} の関係式は, 以下のように与えられる.

$$\begin{aligned}C_{0ij} = & \mu N_{ij} \sin[F \tan^{-1}\{B\beta_{ij} - E(B\beta_{ij} \\ & - \tan^{-1}(B\beta_{ij}))\}] \quad (16)\end{aligned}$$

ただし N_{ij} はタイヤにかかる垂直荷重を表わす. これは統計的なタイヤモデルであるため, パラメータ B , E , F は制御対象の実際の走行データを用いて決定する.

駆動/制動と横すべり角が同時にタイヤに働く場合, 横すべり角によって駆動/制動力の減衰が生じる. この減衰を重みづけの関数を乗じることで表現することが可能である⁷⁾. 横すべりがない場合の駆動/制動力を D_{0ij} と表わすとする. 横すべり発生時の駆動力はつぎのようにパラメータ G を含んだ形で表わされる.

$$D_{ij} = \cos(\tan^{-1}(G\beta_{ij})) D_{0ij} \quad (17)$$

また, タイヤと地面の間に働く水平方面の力の合力はそのときの垂直荷重に摩擦力を掛けた値以上になることはできないため, どのような場合においても次式を満足しなければならない.

$$\sqrt{C_{ij}^2 + D_{ij}^2} \leq \mu N_{ij} \quad (18)$$

この関係を考慮し, 次節において駆動力 D_{ij} が発生している場合における C_{ij} を修正する.

2.3 荷重移動

ここでは四輪車両モデルに対して, 前後, 左右輪の荷重移動を考える. 車両の重心点から接地面に対する垂線の足を基準点とし, この点周りの力のモーメントのつり合いを, 前後と左右でそれぞれ考える. 前後の荷重分配比を $a:1-a$ とし, 左右の荷重分配比を $b:1-b$ とすると, 車輪が四輪とも接地しているという仮定のもとでは $0 \leq a, b \leq 1$ となり, 各車輪の荷重は全体の荷重 N を用いてつぎのように表わされる.

$$N_{Fl} = abN \quad (19a)$$

Fig. 2 Balance of the moment

$$N_{Fr} = a(1-b)N \quad (19b)$$

$$N_{Rl} = (1-a)bN \quad (19c)$$

$$N_{Rr} = (1-a)(1-b)N \quad (19d)$$

全体の垂直荷重 N が分配比に応じて各車輪での垂直荷重 N_{ij} に分配されるので、全体の駆動力 D も同様に分配比に応じて各車輪での駆動力 D_{0ij} に分配されるものと考えられる。さらに、横滑りが発生した場合の駆動力の減衰を (17) 式のように考慮する。その結果、荷重移動と横滑りによる減衰を考慮した各車輪の駆動力 D_{ij} は以下のように表わされる。

$$D_{Fl} = \cos(\tan^{-1}(G\beta_{Fl}))abD \quad (20a)$$

$$D_{Fr} = \cos(\tan^{-1}(G\beta_{Fr}))a(1-b)D \quad (20b)$$

$$D_{Rl} = \cos(\tan^{-1}(G\beta_{Rl}))(1-a)bD \quad (20c)$$

$$D_{Rr} = \cos(\tan^{-1}(G\beta_{Rr}))(1-a)(1-b)D \quad (20d)$$

つぎに、各車輪で発生する横力 C_{ij} について考察する。ここでは、駆動力と垂直荷重が与えられた場合、制約式 (18) を満たす最大の横力が発生するものとする。 $D_{ij} = 0$ のとき、 $C_{ij} = C_{0ij} = \mu N_{ij}$ という関係が成り立つことを考慮すると、制約式 (18) を満たす最大の横力は次式で与えられる。

$$C_{ij} = C_{0ij} \sqrt{1 - \left(\frac{D_{ij}}{\mu N_{ij}} \right)^2} \quad (21)$$

駆動力が大きくなるにつれて、発生する横力は小さくなるという関係がある。

つぎに、 y 軸正方向の慣性力 F_y と左右の荷重 $N_l = N_{Fl} + N_{Rl}$, $N_r = N_{Fr} + N_{Rr}$ によるモーメントのつり合いを考えると、

$$hF_y + dN_l = dN_r \quad (22)$$

が成り立つ (Fig. 2 を参照)。ここで、両辺を N で割ると、

$$h \frac{F_y}{N} + d = 2d(1-b) \quad (23)$$

となる。一方で、力の合成により以下の関係が成り立つ。

$$F_y = Y_{Fl} \cos(\delta + \beta_{Fl}) + Y_{Fr} \cos(\delta + \beta_{Fr}) + Y_{Rl} \cos \beta_{Rl} + Y_{Rr} \cos \beta_{Rr} + D_{Fl} \sin \delta + D_{Fr} \sin \delta \quad (24)$$

(15), (19), (20), (21) 式を用いることによって、(24) 式は慣性力 F_y と荷重比 a, b の関係式になっていることがわかる。

同様に、 x 軸正方向の慣性力 F_x と前後の荷重 $N_F = N_{Fl} + N_{Fr}$, $N_R = N_{Rl} + N_{Rr}$ によるモーメントのつり合いを考えると、

$$hF_x + l_F N_F - l_R N_R = 0 \quad (25)$$

が成り立つ。同様に、両辺を N で割ると、

$$h \frac{F_x}{N} + al - l_R = 0 \quad (26)$$

となる。ただし、 $l = l_F + l_R$ である。一方で、力の合成により以下の関係が成り立つ。

$$F_x = Y_{Fl} \sin(\delta + \beta_{Fl}) + Y_{Fr} \sin(\delta + \beta_{Fr}) + Y_{Rl} \sin \beta_{Rl} + Y_{Rr} \sin \beta_{Rr} + D_{Fl} \cos \delta + D_{Fr} \cos \delta + D_{Rl} + D_{Rr} \quad (27)$$

同様に、(15), (19), (20), (21) 式を用いることによって、(27) 式は F_x と a, b の関係式になっていることがわかる。

以上より、 F_x, F_y, a, b の関係式 (23), (24), (26), (27) を連立して解くことによって、 F_x, F_y, a, b が定められることがわかる。したがって、制約条件 (18) と荷重移動を考慮した非線形モデルを導出することができた。

3. 問題設定

3.1 目標軌道

本研究では、大きな横すべりが発生する車両の運動を考える。大きな横すべりの発生を抑えることや、横すべり発生時に安定化させることを目的とした研究は数多くなされている。これに対し、本研究では、非線形性が強く現れるシステムの性能を引き出すという観点から、意図的に大きな横すべりを発生させ、その状況を利用するような場合を考えたい。そのような走行の指標として、ラリーレーサーが急なコーナーを高速で突破する際に行なうドリフト走行について注目する。ドリフト走行という言葉の定義はさまざま存在するが、本研究においては、車体を大きく横すべりさせつつ、タイヤ力が飽和しているような状況で行なうコーナリング走行を指す言葉とする。

ラリーレーサーが、急コーナーを突破する際に利用する操縦テクニックにトレイルブレーキングと呼ばれるものがある⁸⁾。これは、コーナーの手前からブレーキング操作とステアリング操作を継続的に行なうもので、車体の向きをすばやくコーナー出口に向けるために用いられる。このとき、コーナーの角度やコーナーへの進入速度によっては車体に大きな横すべりが生じることがある。本研究では、このラリーレーサーの走行データに基づいた速度の時間履歴⁸⁾を参考にし、目標軌道を設定し、軌道追従問題を考える。トレイルブレーキングにおける速度の時間履歴については文献 8) の Fig. 14 (a) を参照されたい。

目標軌道の設定方法について説明する。トレイルブレーキングの速度履歴を参考にし、まず世界座標系における X 軸

方向と Y 軸方向の目標速度 $\dot{X}_r(t)$ と $\dot{Y}_r(t)$ を設定する。ただし、実際にどのような走行軌道をとるかに実用上の意味があるため、 $\dot{X}_r(t)$ と $\dot{Y}_r(t)$ を積分した $X_r(t)$ と $Y_r(t)$ の追従を考える。本研究では 90° に近いコーナーを想定し、 X 軸と平行な $\theta = 0 \text{ rad}$ の向きでコーナーに進出し、 Y 軸と平行な $\theta = \pi/2$ の向きに抜けていく軌道を考える。

具体的に $\dot{X}_r(t)$, $\dot{Y}_r(t)$ の設定について説明する。目標軌道の設定に自由度をもたせるために、 $t = 0$ から始まる時間軸に対し、三つの時間区分を設け、いくつかの調整パラメータで構成される軌道を設計する。ただし、三つの時間区分は $\dot{X}_r(t)$ と $\dot{Y}_r(t)$ に関して独立して与える。まず $\dot{X}_r(t)$ について設計する。最初の時間区分では、時刻 $t = 0$ で $\dot{X}_r(0) = V_0$ と設定し、一定時間ある一定の負の加速度で減速する。二つ目の区間で、 $\dot{X}_r(t) = 0$ となるまで負の加速度を徐々に弱める。最後の区間では常に値は $\dot{X}_r(t) = 0$ をとり続ける。つぎに $\dot{Y}_r(t)$ は、最初の時間区分では時刻 $t = 0$ からある時間まで $\dot{Y}_r(t) = 0$ をとり続ける。二つ目の区間では、一定時間ゆるやかに加速度を増加させながら加速する。最後の区間では、一定の加速度で加速を続け $Y_r(t) = V_0$ に達する。ただし、 $\dot{X}_r(t)$ (と $\dot{Y}_r(t)$) の変化率、つまり加速度が不連続とならないように第二区間は設定するようにし、2 次関数を用いて設計する。

このようにして構成される目標軌道の調整パラメータは、コーナー進入速度 V_0 、 X 軸方向の初期減速時間 t_{X1} 、 X 軸方向の初期減速加速度 $\bar{a}_X$ 、コーナー突破後の Y 軸方向の加速度 $\bar{a}_Y$ とその加速時間 Δt_Y と最終時刻 t_e である。これらを定めることで、初期減速後の X 軸方向の速度 V_{X1} 、 $\dot{X}_r(t)$ が 0 に達する時刻 t_{X2} 、コーナー突破後の一定加速を開始し始める時刻 t_{Y2} 、 Y 軸方向に加速を開始する時刻 t_{Y1} がつぎのように定まる。

$$V_{X1} = V_0 + \bar{a}_X t_{X1} \quad (28)$$

$$t_{X2} = t_{X1} - \frac{2V_{X1}}{\bar{a}_X} \quad (29)$$

$$V_{Y1} = V_0 - \bar{a}_Y \Delta t_Y \quad (30)$$

$$t_{Y2} = t_e - \Delta t_Y \quad (31)$$

$$t_{Y1} = t_{Y2} - \frac{2V_{Y1}}{\bar{a}_Y} \quad (32)$$

また時刻 $t = 0$ における時刻 t_{X1} と t_{X2} における X 座標を X_1 , X_2 とし、時刻 t_{Y1} と t_{Y2} における Y 座標を Y_1 , Y_2 とすると、以下のように与えられる。

$$X_1 = \frac{(V_{X1} + V_0)t_{X1}}{2} \quad (33)$$

$$X_2 = X_1 - \frac{\bar{a}_X^2(t_{X1} - t_{X2})^3}{12V_{X1}} \quad (34)$$

$$Y_1 = \frac{\bar{a}_Y^2(t_{Y2} - t_{Y1})^3}{12V_{Y1}} \quad (35)$$

$$Y_2 = Y_1 - \frac{\bar{a}_Y t_{Y2}^2}{2} - (V_{Y1} - \bar{a}_Y t_{Y2})t_{Y2} \quad (36)$$

これにより $\dot{X}_r(t)$ と $\dot{Y}_r(t)$ はつぎのように与えられる。

Fig. 3 Reference trajectories of the velocities

$$\dot{X}_r(t) = \begin{cases} V_0 + \bar{a}_X t & (0 \leq t < t_{X1}) \\ \frac{\bar{a}_X^2}{4V_{X1}}(t - t_{X2})^2 & (t_{X1} \leq t < t_{X2}) \\ 0 & (t \geq t_{X2}) \end{cases} \quad (37)$$

$$\dot{Y}_r(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < t_{Y1}) \\ \frac{\bar{a}_Y^2}{4V_{Y1}}(t - t_{Y1})^2 & (t_{Y1} \leq t < t_{Y2}) \\ \bar{a}_Y t + V_{Y1} - \bar{a}_Y t_{Y2} & (t \geq t_{Y2}) \end{cases} \quad (38)$$

このように設定される目標軌道の速度履歴を **Fig. 3** に示す。(37) 式と (38) 式を積分することで、 $X_r(t)$ と $Y_r(t)$ は以下のように与えられる。

$$X_r(t) = \begin{cases} V_0 t + \frac{\bar{a}_X}{2} t^2 & (0 \leq t < t_{X1}) \\ \frac{\bar{a}_X^2}{12V_{X1}}(t - t_{X2})^3 + X_1 & (t_{X1} \leq t < t_{X2}) \\ -\frac{\bar{a}_X^2}{12V_{X1}}(t_{X1} - t_{X2})^3 & (t_{X1} \leq t < t_{X2}) \\ X_2 & (t > t_{X2}) \end{cases} \quad (39)$$

$$Y_r(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < t_{Y1}) \\ \frac{\bar{a}_Y^2}{12V_{Y1}}(t - t_{Y1})^3 & (t_{Y1} \leq t < t_{Y2}) \\ \frac{\bar{a}_Y}{2} t^2 + (V_{Y1} - \bar{a}_Y t_{Y2})t + Y_2 & (t > t_{Y2}) \end{cases} \quad (40)$$

さらに、姿勢角の目標軌道 $\theta_r^*(t)$ についてを考える。車体の向きが目標軌道の進行方向（接線方向）と一致した走行を考えるとき、目標軌道の進行方向は $\theta_r(t) = \tan^{-1}(\dot{Y}_r(t)/\dot{X}_r(t))$ で与えられる。しかし、これが達成されるとき、横すべりが全く生じない状態になる。トレイルブレーキングの目的は車体をすばやくコーナー出口方向に向けることだという点を考慮し、つぎのように目標姿勢角 $\theta_r^*(t)$ を設定する。

$$\theta_r^*(t) = \theta_r(t \cdot s_t + t_d) \quad (41)$$

ここで $s_t > 1$, $t_d > 0$ は正の定数である。つまり、トレイ

ルブレーキングにおける姿勢変化の軌道の時間軸を少し手前にずらして得られる軌道を目標軌道として設定することで、コーナー付近で横滑りを伴いながら車体の進行方向をすばやくコーナー出口方向に向けることを目的とする。

3.2 制約条件

本研究で対象とするシステムには状態制約と入力制約が存在する。状態制約は、(2) 式の右辺において、分母に V を含む項があることから、

$$V > 0 \quad (42)$$

となる。さらに、システムには、駆動入力最大摩擦力を超えないための制約と、ステアリング入力のアクチュエータ制約が存在し、それぞれの入力指令値 u_1 と u_2 に対するつぎのような関係が満たされなければならない。

$$D_{\min} < u_1 < D_{\max} \quad (43)$$

$$\delta_{\min} < u_2 < \delta_{\max} \quad (44)$$

ただし、 $D_{\min}$ と $D_{\max}$ は駆動力の下限値と上限値を表わし、 $\delta_{\min}$ と $\delta_{\max}$ は操舵角の下限値と上限値を表わすものとする。

3.3 評価関数

以上により定めた目標軌道 $X_r(t), Y_r(t), \theta_r^*(t)$ に対してつぎのように評価関数 J を設定した軌道追従問題を考える。

$$J = \phi(x(t+T)) + \int_t^{t+T} L(x(\tau), u(\tau)) d\tau \quad (45)$$

ただし、 T は評価区間長さであり、終端コスト ϕ とステージコスト L はそれぞれつぎのように与えられる。

$$\begin{aligned} \phi(x) = & s_{f1}(X_r - X^2) + s_{f2}(Y_r - Y)^2 \\ & + s_{f3}(\theta_r^*(t) - \theta)^2 \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} L(x, u) = & u^T R u + q_1(X_r - X)^2 \\ & + q_2(Y_r - Y)^2 + q_3(\theta_r^* - \theta)^2 \\ & - g_1 \log((u_1 - D_{\max})(D_{\min} - u_1)) \\ & - g_2 \log((u_2 - \delta_{\max})(\delta_{\min} - u_2)) \\ & - g_3 \log(V) \end{aligned} \quad (47)$$

ここで、 $s_{fi}, q_i, g_i (i = 1, 2, 3)$ はそれぞれ重み係数であり、 R は重み行列を表わす。また、対数関数の項はシステムに (42)～(44) 式の制約条件を満足させるように加えたバリア項である。この評価関数の下で、NMPC を適用し、大きな横すべりを伴いながら 90 deg に近いコーナーを突破するように車両の走行制御を行なう。

4. 非線形モデル予測制御

4.1 非線形モデル予測制御の概要

状態や入力に関する不等式制約 $C(x(t), u(t)) \geq 0$ を有する非線形システム (8) について考える。非線形モデル予測制御 (NMPC) では、各時刻 t において、有限時間未来までの応答を最適化する、つまり、(45) 式で与えられる評価関数を最小

化するような制御入力 u を求める。ただし、被積分項 L には不等式制約 $C(x(t), u(t)) \geq 0$ を満たすように設計されたバリア関数が含まれる。

4.2 C/GMRES アルゴリズム

車両の運動制御は速い応答特性をもつため、短いサンプリング周期で制御されることが望ましい。従来は、本制御対象のような強い非線形性を有するシステムの拘束条件付き NMPC 問題を短いサンプリング周期内で解くことは困難であったが、近年開発された C/GMRES と呼ばれる NMPC の高速数値解法を適用することにより、この難点を克服する。

上記最適化問題に対して、変分法を用いて停留条件と呼ばれる評価関数が最小となるための必要条件を導出する。停留条件の離散化を行ない、それを数値的に解くことによって制御入力を決定する。その際、停留条件を満たす制御入力を決定する問題は以下の非線形連立方程式を解く問題に帰着される⁹⁾。

$$\begin{aligned} F(U(t), x(t), t) \\ \triangleq \begin{bmatrix} H_{u^*}(x_0^*(t), u_0^*(t), \lambda_1^*(t)) \\ \vdots \\ H_{u^*}(x_{N-1}^*(t), u_{N-1}^*(t), \lambda_N^*(t)) \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

ただし、 $x^*(t) \in \mathbb{R}^n$, $u^*(t) \in \mathbb{R}^m$ は評価区間の τ 軸上の状態、制御入力である。また、 H は以下のように定義されるハミルトニアンである。

$$H(x, u, \lambda) = L(x, u) + \lambda^T f(x, u) \quad (49)$$

加えて、 H_u は u に関する H の偏微分、 $U(t)$ は制御入力の系列をまとめた以下のようなベクトルである。

$$U(t) \triangleq \begin{bmatrix} u_0^{*T}(t) & \cdots & u_{N-1}^{*T}(t) \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{mN} \quad (50)$$

F の時間変化を追跡することによって (48) 式を満たすように U の更新を行なう。このような考えは連続変形法¹⁰⁾として知られている。そのとき、条件は以下のように与えられる。

$$F(U(0), x(0), 0) = 0 \quad (51)$$

$$\dot{F}(U(t), x(t), t) = -\zeta F(U(t), x(t), t) \quad (52)$$

ただし、 $\zeta > 0$ である。(52) 式から $\dot{U}$ に関するつぎの線形方程式が得られる。

$$F_U \dot{U} = \zeta F - F_x \dot{x} - F_t \quad (53)$$

もし、 $U(t)$ が $\dot{U}$ を積分することにより (52) 式を満たすよう数値的に計算されるならば、反復解法は必要ない。 $\dot{U}$ に関する線形方程式は GMRES 法¹¹⁾によって効果的に解かれる。したがって、最適制御入力は反復探索を実行することなく更新される。C/GMRES アルゴリズムは、連続変形法と GMRES 法を組み合わせたもので、これを適用することで、NMPC における最適制御問題を効率よく解くことができる。

Fig. 4 Overview of the experimental setup

Fig. 5 Experiment device of four-wheeled vehicle

5. 実験

5.1 実験環境

実験では、CCD カメラ（VIDEO TRACKER G280 専用高速カメラ CV-M30E：応用計測研究所）および VIDEO TRACKER（VIDEO TRACKER G280：応用計測研究所）を用いて、制御対象の模型車両に取りつけた二つの光源の位置を測定し、得られた二つの光源位置から制御対象の位置と姿勢を求める。さらに、直前のサンプリング時刻の測定で求めた位置と姿勢の値の差分近似により速度と角速度を決定する。また速度方向と姿勢角の差により車体すべり角を計算する。これで状態ベクトルすべてを求めることができる。しかし、差分近似では測定ノイズが大きいため、ノイズ除去のために差分近似した値に2次のバターワースフィルタ（遮断周波数：15 rad/sec, サンプリング周期：1/120 s）を作用させた。計算した制御入力（駆動力、ステアリング角）を DA 変換ボード（PCI-3338：株式会社インターフェース）とプロポ（ファインスペック FM：TAMIYA）から送信される電波を介して制御対象に与える（Fig. 4 参照）。

制御対象である模型車両（TT-01D TYPE-E:TAMIYA）を Fig. 5 に示す。また基本性能を Table 3 に示す。

5.2 実験結果

目標軌道は Table 4 に示すパラメータを用いて設定した。また、そのほかの実験に関するパラメータは Table 5 に示す値を用いた。加えて、制御対象の四輪車両のパラメータは

Table 3 Specifications of the experiment device

product number	TT-01D TYPE-E(TAMIYA)	
length	444[mm]	
width	187[mm]	
height	130[mm]	
motor	RS-540 Motor	
	proper voltage range	6.0V~8.4V
	the highest torque	350[g/cm] (7.2V)
	the highest RPM	18300[rpm](7.2V)
	gear ratio	8.35

Table 4 Parameters of the target path

V_0	3[m/s]
t_e	2.5[s]
t_{X1}	1[s]
$\bar{a}_X$	-2[m/s ²]
Δt_Y	1[s]
$\bar{a}_Y$	2[ms ²]
s_t	1.09
t_d	0.25

Table 5 Parameters of the experiment

experimental time	2.5[s]
prediction time on MPC $T(t)$	$1 - e^{-2.5t}$ [s]
number of time steps in prediction horizon N	50
sampling time step	$\frac{1}{120}$ [s]
number of iterations in GMRES	7
(s_{f1}, s_{f2}, s_{f3})	(1, 1, 1)
(q_1, q_2, q_3)	(8, 8, 4)
R	diag[0.15 0.1]
(g_1, g_2, g_3)	(0.1, 0.1, 0.1)
initial state x_0	[3 0 0 0 0 0 0]

Table 1 の値を用いた。

実験には、CPU が Intel Core i7 3930K, クロック周波数が 3.20 GHz の市販のパーソナルコンピュータを用い、プログラムのコンパイラには Microsoft Visual C++ 2010 を使用した。あらかじめシミュレーションにより、一回の入力更新に必要な時間が約 4 ms であり、実時間での最適化が可能であることを確認している。

実験結果を Fig. 6~Fig. 10 に示す。Fig. 6 から、実験では目標軌道のやや内側を通りつつも、目標軌道に十分追従できていることが確認できる。ただし、走行終了時付近では一定の追従誤差が発生している。これは、天井カメラに広角レンズを取り付けているため撮像範囲の中心から周辺に向けて測定誤差が大きくなることが原因の一つとして考えられる。つぎに Fig. 7 を見ると、ヨー速度 r が最初に急峻に増加しているのがわかる。その後は低下し始めるが、姿勢角 θ は目標と大きなずれはなく、追従していることが見て取れる。また、 r の急峻な変化に伴い、横すべり角 β も -0.3 rad 付近まで変化しており、大きな横すべりを伴う走行であることがわかる。Fig. 8 からは、大きな制動指令の前にステアリング入力を与えられていることがわかり、制約を違反しない範囲で入力求められることがわかる。また、左右の荷重比 b は 1 s 付近

Fig. 6 Experimental result of the driving path

Fig. 7 Experimental results of the state responses

Fig. 8 Experimental results of the inputs and load rates

で顕著にノミナル値より小さな値をとっており、横加速度が強く発生する激しい運動であることがわかる。つぎに、Fig. 9 から、前輪が左右とも途中で、横力の飽和する 0.390 rad よりも大きな横すべり角を有していることがわかる。最適計算誤差は Fig. 10 より、 10^0 のオーダーを超えることなく最後まで計算できていることがわかる。

以上から大きな荷重移動の変化やタイヤ力の飽和を伴う、大きな横すべりを有する走行を実現し、目標軌道に追従させることができたと考えられる。したがって、本研究の目的である、システムの非線形性が強く現れる範囲での走行制御を

Fig. 9 Experimental results the slip angles

Fig. 10 Experimental result of the optimality error

達成できたといえる。

6. おわりに

本研究では、横すべりと荷重移動を伴う四輪車両の走行制御を目的とし、実機実験による検証を行なった。四輪車両の横すべりを伴う運動は、高加速度をもち、タイヤ力の飽和が生じることが想定されることから、車両のダイナミクスを表わすモデルは、従来良く扱われている二輪で近似したモデルではなく、非線形四輪モデルを扱い、タイヤ力を表わすタイヤモデルには、非線形性が強く現れるモデルとしてマジックフォーミュラを採用した。さらに、各車輪間の荷重移動の影響を考慮したモデルを構築した。制御手法には、制約条件を扱うことができるといった利点を有する非線形モデル予測制御を採用した。また、実時間最適化を達成するために非線形モデル予測制御の高速数値解法として開発された C/GMRES

アルゴリズムを適用した。横すべりを伴う運動として、ラリーレーサーが高速でコーナーを突破する際に行なうドリフト走行に注目し、その 90 deg のコーナーにおける速度変化を参考にした目標軌道を設定した。そして、模型車両を用いて、目標軌道の追従実験を行ない、車体が大きく横すべりし、タイヤ力が飽和しつつもコーナーを突破するような実験結果を得ることができた。

今後の課題として、制約条件下における実行可能解の存在性について検証が必要である。本実験において、しばしば入力制約を破る場合があり、評価関数の重みを調整することでその問題に対処した。実行可能性や安定性について理論的な保証を与えることは今後の重要な課題の一つとして考えらえる。つぎに、より実用的な問題設定を考える必要がある。実際のコーナーの突破という観点では、道幅の制約を考慮する必要がある。決められた道幅内におさまるようにうまく制御することが重要である。さらに、緊急衝突回避問題に適用し、横すべりを伴いながらもうまく車両の走行を制御することで、障害物を回避できるような応用課題に発展させることができれば、実用上の価値が高まると考えられる。

謝辞 本研究の一部は、科学研究費補助金 (24360165) の助成を受けた。記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 安部正人：自動車の運動と制御，東京電機大学出版局 (2008)
- 2) T. Keviczky, P. Falcone, F. Borrelli, J. Asgari and D. Hrovat: Predictive control approach to autonomous vehicle steering, *Proceedings of 2006 American Control Conference*, 4670/4675 (2006)
- 3) P. Falcone, F. Borrelli, H.E. Tseng, J. Asgari and D. Hrovat: Predictive active steering control for autonomous vehicle systems, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **15**-3, 566/580 (2007)
- 4) A. Gray, M. Ali, Y. Gao, J.K. Hedrick and F. Borrelli: Integrated threat assessment and control design for roadway departure avoidance, *Proceedings of the 15th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, 1714/1719 (2012)
- 5) P. Falcone, F. Borrelli, H. Tseng, J. Asgari and D. Hrovat: A linear time varying model predictive control approach to the integrated vehicle dynamics control problem in autonomous systems, *Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*, 2980/2985 (2007)
- 6) J.Z. Kolter, C. Plagemann, D.T. Jackson, A.Y. Ng and S. Thrun: A probabilistic approach to mixed open-loop and closed-loop control with application to extreme autonomous driving, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 839/845 (2010)
- 7) H.B. Pacejka: *Tyre and Vehicle Dynamics*, Butterworth-Heinemann (2006)
- 8) E. Velenis, P. Tsiotras and J. Lu: Optimality properties and driver input parameterization for trail-braking cornering, *European Journal of Control*, **14**-4, 308/320 (2008)
- 9) T. Ohtsuka: A continuation/GMRES method for fast computation of nonlinear receding horizon control, *Automatica*, **40**-4, 563/574 (2004)
- 10) E.L. Allgower and K. Georg: *Numerical Continuation Methods*, Springer (1990)
- 11) C.T. Kelley: *Iterative Methods for Linear and Nonlinear*

Equations, SIAM (1995)

[著 者 紹 介]

氷 野 康 平

2011 年大阪大学基礎工学部システム科学科卒業。2013 年同大学大学院基礎工学研究科システム創成専攻博士前期課程修了。2013 年より川崎重工業に勤務。現在に至る。

橋 本 智 昭 (正会員)

2003 年東京都立科学技術大学工学部航空宇宙システム工学科卒業。2004 年同大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻博士前期課程修了。2007 年同専攻博士後期課程単位取得後満期退学。同年同専攻博士 (工学) 取得。2007 年理化学研究所脳科学総合研究センター研究補助員。2008 年信州大学大学院工学研究科電気電子工学専助教。2009 年大阪大学大学院基礎工学研究科システム創成専攻助教となり現在に至る。2011 年カリフォルニア大学バークレー校客員研究員。動的システムの制御の研究に従事。

大 塚 敏 之 (正会員)

1990 年東京都立科学技術大学工学部航空宇宙システム工学科卒業。95 年同大学大学院工学研究科工学システム専攻博士課程修了。同年筑波大学構造工学系講師。99 年大阪大学大学院工学研究科電子制御機械工学専攻講師。2003 年同助教。2007 年同大学大学院基礎工学研究科システム創成専攻教授。2013 年京都大学大学院情報学研究科システム科学専攻教授。現在に至る。96~97 年カリフォルニア工科大学客員研究員。主として航空宇宙工学および機械工学に応用をもつシステム制御理論の研究に従事。博士 (工学)。システム制御情報学会、日本航空宇宙学会、日本機械学会、AIAA、IEEE などの会員。