線形行列不等式による離散時間予見フィードフォワード補償設計

濱 田 吉 郎*

Discrete-time Preview Feedforward Design via Linear Matrix Inequality

Yoshiro HAMADA*

This paper proposes a novel design method for discrete-time preview feedforward compensation via linear matrix inequality (LMI). While an LMI design condition for preview control in the previous research yields both feedback gain and preview feedforward compensation simultaneously, the proposed approach can derive feedforward compensation solely after feedback gain is designed in some way. Since the preview feedforward gain is described as a decision variable in LMI design conditions without any change of variables, the conditions can be less conservative. Numerical examples are provided to show effectiveness of the proposed method.

Key Words: preview control, preview feedforward compensation, linear matrix inequality (LMI)

1. はじめに

一定時間先までの目標値や外乱に関する情報が事前に得られる場合に、それらを積極的に利用することで制御性能を向上させる制御手法を「予見制御」と呼ぶ。目標値の未来値を利用することで制御性能が向上することは古くから知られており¹⁾、予見制御 (Preview Control)²⁾ という名で呼ばれるようになった後は、連続系^{3),4)}・離散系^{5),6)}それぞれの場合について研究が進められてきた。その後も理論的検討^{7)~9)}や、無人航空機の地形追従制御¹⁰⁾、サスペンション^{11),12)}、風力原動機¹³⁾などへの適用に向けた検討が行なわれている。

離散系を対象とした予見制御の研究をまとめたものとしては、文献 14) が挙げられる。ここでは 2 次形式評価関数を最小化する予見制御則を、エラーシステムを用いて最適サーボ系として解析的に導出する手法をまとめている。設計される予見制御則の基本的な構成は、通常のフィードバックサーボ系と予見情報を用いるフィードフォワード補償部分からなるが、前者がすでに与えられた場合に後者のみを設計することも可能としている。また文献 15) では、混合 LQ/ H_∞ 性能条件を最適化する設計手法として、線形行列不等式 (LMI: Linear Matrix Inequality) で条件を記述する数値的な解法を与えている。ただしこの手法は、エラーシステムをさらに拡大した系を用いてフィードバックとフィードフォワードを同時に設計するものであり、フィードフォワードのみ設計する場合を考慮した LMI となっていない。フィードバックがすでに与え

られている場合は、LMI の変数行列の構造に拘束条件を付けるか、あるいは動的なゲインとして設計を行なう必要がある。

本稿では、フィードバック部分があらかじめ与えられている場合について、予見フィードフォワード補償設計条件を新たな LMI で記述することで、数値的な解法を提案する。文献 14) でも述べられているが、このような想定で設計条件を与えることの実用上の意味は主に二つある。すなわち、すでに稼働しているフィードバック制御系に対して予見動作を追加したい場合に適用できる点と、フィードバック系の設計と予見動作を含んだ設計とで別の評価指標を必要とする場合に適用できる点にある^(注 1)。文献 14) における評価関数が 2 次形式であるのに対し、提案手法では H_∞ ノルムやインパルス応答のピーク値など、LMI で性能条件が記述される評価関数を幅広く扱うことができる。またフィードフォワードゲインそのものが LMI の変数行列として表わされるため、保守的でない解として静的なゲインを得ることができる。本章で問題設定、第 3 章で条件導出のための新しい拡大系表現と、例として H_2 性能条件および H_∞ 性能条件を示し、第 4 章の数値例で提案する条件の優位性を示す。

2. 問題設定

サーボ系を対象とした文献 14) と異なり、ここではエラーシステムではなく、一般的なプラントとして、つぎの離散時間線形系を考える：

(注 1) 航空機の突風応答軽減への予見制御の適用¹⁶⁾を例にとると、既存のオートパイロットに変更を加えず突風応答軽減機能を追加する場合は前者にあたる。また突風が発生していない場合にはフィードバックのみで高度保持制御を、突風が発生する(予見情報が存在する)ときにのみ加速度軽減制御とする場合が後者にあたる。

* (国研) 宇宙航空研究開発機構航空技術部門 三鷹市大沢 6-13-1

* Japan Aerospace Exploration Agency, 6-13-1 Osawa, Mitaka

(Received February 16, 2016)

(Revised May 12, 2016)

$$x(k+1) = Ax(k) + B_u u(k) + B_w w(k) \quad (1)$$

$$z(k) = C_z x(k) + D_{zu} u(k) + D_{zw} w(k) \quad (2)$$

$$y(k) = C_y x(k) + D_{yu} u(k) + D_{yw} w(k) \quad (3)$$

ここで $x(k) \in \mathbf{R}^n$ は k ステップにおける状態量, $u(k) \in \mathbf{R}^p$ は制御入力, $w(k) \in \mathbf{R}^r$ は外乱入力, $z(k) \in \mathbf{R}^m$ は制御出力, $y(k) \in \mathbf{R}^q$ は観測出力である. ここでは簡単のため, 制御入力および外乱入力をスカラ ($p=r=1$) と仮定する.

外乱入力については, h ステップ先までの値が予見情報として与えられるものとする. 予見情報をまとめて $x_d(k) \in \mathbf{R}^{(h+1)}$ と記述する:

$$x_d(k) = \begin{bmatrix} w(k) & w(k+1) & \dots & w(k+h) \end{bmatrix}^T$$

このとき, 予見範囲外の外乱である $w(k+h+1)$ を用いて, $x_d(k+1)$ および $w(k)$ はつぎのように表わすことができる:

$$x_d(k+1) = A_d x_d(k) + B_d w(k+h+1), \quad (4)$$

$$w(k) = C_d x_d(k), \quad (5)$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(h+1) \times (h+1)},$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(h+1) \times 1},$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{1 \times (h+1)}.$$

文献 15) などの離散時間予見制御系設計では, 状態フィードバック ($C_y = I, D_{yu} = D_{yw} = 0$) が可能なものとして, 以下のように (1)~(5) 式からなる拡大系を構成する.

$$x_a(k+1) = A_a x_a(k) + B_{ua} u(k) + B_{wa} w(k+h+1) \quad (6)$$

$$z(k) = C_a x_a(k) + D_{ua} u(k) + D_{wa} w(k+h+1) \quad (7)$$

$$x_a(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix}, A_a = \begin{bmatrix} A & B_w C_d \\ 0 & A_d \end{bmatrix},$$

$$B_{ua} = \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix}, B_{wa} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_d \end{bmatrix},$$

$$C_a = \begin{bmatrix} C_z & D_{zw} C_d \end{bmatrix}, D_{ua} = D_{zu}, D_{wa} = 0.$$

この拡大系に対して, 一般的な設計法により状態フィードバック

$$u(k) = K_a x_a(k) = \begin{bmatrix} K_b & K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix}$$

を設計することで, 状態フィードバック $u_{fb}(k) = K_b x(k)$ と予見フィードフォワード補償 $u_{ff}(k) = K_f x_d(k)$ を同時に設計している.

それに対して本稿では, フィードバック $u_{fb}(k)$ についてはあらかじめ設計されており, そこに予見情報を用いたフィードフォワード補償を付加することを考える. フィードバックは静的な出力フィードバックとして与えられ^(注2), 予見フィードフォワード補償は従来法と同様, 予見情報と対応するゲインの積の総和で与えられる静的なものとする:

$$u(k) = u_{fb}(k) + u_{ff}(k) \quad (8)$$

$$u_{fb}(k) = K_b y(k) \quad (9)$$

$$u_{ff}(k) = K_f(x_d(k) + w_d(k)) \quad (10)$$

ここでは制御に用いる予見情報 $x_d(k)$ はフィードバックに用いる観測出力 $y(k)$ とは別のセンサで得られることを想定し, 加法的な観測誤差 $w_d(k) \in \mathbf{R}^{(h+1)}$ が入るものとしている. 観測出力 $y(k)$ の誤差についてはここでは扱わない^(注3). 本稿の目的は, フィードバック系が (9) 式としてすでに与えられた状態で, 制御出力 $z(k)$ を用いて表わされる何らかの制御指標を最適にするフィードフォワードゲイン

$$K_f = \begin{bmatrix} k_0 & k_1 & \dots & k_h \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{1 \times (h+1)}$$

を求めることである.

3. 予見フィードフォワード補償設計法

本章では, フィードフォワード補償に用いるゲイン K_f を設計する条件を導出する. まずフィードフォワード項を新たな状態空間表現に書き直し, 全体を拡大系で表現することで, LMI による設計条件を導く.

3.1 フィードフォワード補償の表現

フィードフォワード入力 $u_{ff}(k)$ の状態空間表現は (4)(10) 式で表わされる:

$$x_d(k+1) = A_d x_d(k) + B_d w(k+h+1) \quad (4)$$

$$u_{ff}(k) = K_f(x_d(k) + w_d(k)) \quad (10)$$

この表現を用いて, 状態量 $x(k), x_d(k)$ からなる拡大系を構成すると, 与えられたゲイン K_b と求めたい変数行列 K_f が拡大系の (状態空間表現における) システム行列の一部に含まれてしまい, 一般的な設計条件とは異なり, 変数変換により LMI に変換することができない.

(注2) ただしフィードバックゲイン K_b に対して $(I - K_b D_{yu})$ は正則と仮定する.

(注3) 例として, 航空機の突風応答軽減への予見制御の適用検討¹⁶⁾では, 予見情報としての前方風速はドップラーライダで計測され, フィードバックに用いる観測出力は IMU (慣性計測装置) で得られるため, 両者で $w(k)$ の項が共通して現れるものの, 両者の観測誤差は異なる.

ここで下記の状態空間表現を考える.

$$\tilde{x}_d(k+1) = A_d^T \tilde{x}_d(k) + K_f^T w(k+h+1) \quad (11)$$

$$u_{ff}(k) = B_d^T \tilde{x}_d(k) + K_f w_d(k) \quad (12)$$

$$(\tilde{x}_d(k) \in \mathbf{R}^{(h+1)})$$

(11)(12) 式は (4)(10) 式を相似変換することで導出でき (付録 A 参照), 両者の伝達関数およびシステムの固有値は不変であるため, $u_{ff}(k)$ を表わす状態空間表現として後者を利用することができる.

なお, 第 2 章で述べたとおり, ここでは制御入力 $u(k)$ および外乱入力 $w(k)$ をスカラと仮定して定式化を行なったが, これらがスカラでない一般的な場合 ($p > 1, r > 1$) も同様の表現が可能であり, 以下の議論と同様に LMI 条件が導出できる (付録 B 参照).

3.2 拡大系

制御対象の状態量 $x(k)$, 予見範囲内の外乱を表わす状態量 $x_d(k)$ と, 新たな状態量である $\tilde{x}_d(k)$ の状態空間表現を用いて, フィードフォワード補償を含むシステム全体を拡大系で記述する.

(3)(5)(8)(9)(12) 式より, 入力 $u(k)$ は

$$u(k) = Z_u K_b C_y x(k) + Z_u K_b D_{yw} C_d x_d(k) + Z_u B_d^T \tilde{x}_d(k) + Z_u K_f w_d(k) \quad (13)$$

と表わされる. ここで $Z_u := (I - K_b D_{yu})^{-1}$ である. (1)(2) 式に (5)(13) 式を代入する:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (A + B_u Z_u K_b C_y) x(k) \\ &\quad + (B_w + Z_u K_b D_{yw}) C_d x_d(k) \\ &\quad + B_u Z_u B_d^T \tilde{x}_d(k) + B_u Z_u K_f w_d(k) \\ z(k) &= (C_z + D_{zu} Z_u K_b C_y) x(k) \\ &\quad + (D_{zw} + Z_u K_b D_{yw}) C_d x_d(k) \\ &\quad + D_{zu} Z_u B_d^T \tilde{x}_d(k) + D_{zu} Z_u K_f w_d(k) \end{aligned}$$

これらと (4)(11) 式をすべてまとめた拡大系はつぎのように表わされる:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_d(k+1) \\ \tilde{x}_d(k+1) \end{bmatrix} &= A_{cl} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_d(k) \\ \tilde{x}_d(k) \end{bmatrix} + B_{cl1} w(k+h+1) \\ &\quad + B_{cl2} w_d(k), \\ z(k) &= C_{cl} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_d(k) \\ \tilde{x}_d(k) \end{bmatrix} + 0 \cdot w(k+h+1) \\ &\quad + D_{cl2} w_d(k), \end{aligned}$$

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A + B_u Z_u K_b C_y \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} B_{cl1} &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_d \\ K_f^T \end{bmatrix}, B_{cl2} = \begin{bmatrix} B_u Z_u K_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C_{cl} &= \begin{bmatrix} C_z + D_{zu} Z_u K_b C_y & (B_w + Z_u K_b D_{yw}) C_d & B_u Z_u B_d^T \\ A_d & 0 \\ 0 & A_d^T \end{bmatrix}, \\ D_{cl2} &= D_{zu} Z_u K_f. \end{aligned}$$

3.3 LMI による設計条件

上記の拡大系では, 求めるべき変数行列である K_f はシステム行列 (A_{cl}) の中には現れず, 入力行列 (B_{cl*}) および伝達行列 (D_{cl2}) にしか含まれない. そのため, 拡大系に対して LMI に基づく性能解析条件を適用すると, 変数変換などの手法を適用せずとも, そのまま K_f を変数の一つとする LMI となることが多い.

以下, 例として H_2 および H_∞ 性能条件を示す¹⁷⁾. これらは次章の数値例で用いられる.

【 H_2 性能条件】 予見情報の範囲外である $w(k+h+1)$ を外乱入力, $z(k)$ を制御出力とした際の H_2 性能

$$\|H_{zw}\|_2 < \gamma$$

を満足するための設計条件は,

$$\text{trace}(W) < \gamma^2, \quad W - C_{cl} X_1 C_{cl}^T > 0$$

$$\begin{bmatrix} X_1 & A_{cl} X_1 & B_{cl1} \\ X_1 A_{cl}^T & X_1 & 0 \\ B_{cl1}^T & 0 & I \end{bmatrix} > 0.$$

を満たす行列変数 X_1, W, K_f が存在することである.

【 H_∞ 性能条件】 予見情報に対する誤差 $w_d(k)$ を外乱入力, $z(k)$ を制御出力とした際の H_∞ 性能

$$\|H_{zw}\|_\infty < \gamma_\infty$$

を満足するための設計条件は,

$$\begin{bmatrix} -X_2 + A_{cl} X_2 A_{cl}^T & A_{cl} X_2 C_{cl}^T & B_{cl2} \\ C_{cl} X_2 A_{cl}^T & C_{cl} X_2 C_{cl}^T - \gamma_\infty^2 & D_{cl2} \\ B_{cl2}^T & D_{cl2}^T & -I \end{bmatrix} < 0$$

を満たす行列変数 X_2, K_f が存在することである.

すでに述べたとおり, K_b はあらかじめ与えられており, K_f は B_{cl*} および D_{cl2} の中にしか現れないため, 上記の条件はどちらも K_f に関する LMI となっている. これは設計条件を連立させて解く際に変数変換や Lyapunov 変数 (X_1, X_2) の

共通化などを行なう必要がないことを意味しており、保守的でない解を得ることが期待できる。

(注意) 上記の設計条件のうち, H_∞ 性能条件は $K_f = 0$ という自明解をもつため, 単体では意味をもたず, H_2 などほかの性能条件と連立させる場合にのみ意味をもつ. 予見動作が効果をもつためには, ゲイン K_f がある程度の大きさをもつことが必要であるが, K_f の大きさはそのまま予見情報誤差の感度につながるため, 予見動作による性能向上と誤差感度低減は背反する要求となる. 予見制御としての性能条件と, 上記の H_∞ 性能条件を連立させて設計することで, 性能と誤差感度のバランスを取った設計が可能となる. 同様のことは性能条件における入力項の重みをチューニングすることでも可能であるが, H_∞ 性能条件と連立させることで H_∞ ノルムという指標を与えることができるため, 設計方針を明確化できるという利点がある.

4. 数 値 例

離散時間系

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + B_w w(k)$$

$$y(k) = x(k)$$

において, 外乱 $w(k) \in \mathbf{R}^1$ は h ステップ先 ($w(k+h)$) まで予見可能であるとする. 制御入力

$$u(k) = K_b x(k) + K_f \begin{bmatrix} w(k) \\ \vdots \\ w(k+h) \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^1$$

と記述され, K_b があらかじめ与えられている場合に, 予見フィードフォワードゲイン K_f を求める問題を考える. 各行列の具体的な値は付録 C に示す. LMI の求解には, MATLAB[®] Robust Control ToolboxTM に含まれる LMI Lab を利用した.

4.1 H_2 制御問題

まず予見情報に観測誤差はないものとし, H_2 性能条件のみを満足する設計を考える. 制御出力は

$$z_{H_2}(k) = \begin{bmatrix} Q^{\frac{1}{2}} z_o(k) \\ R^{\frac{1}{2}} u(k) \end{bmatrix}$$

とする. ただし $z_o(k)$ は制御において注目する物理量であり, 入力が過大なることを防ぐため制御出力は $z_o(k)$ と $u(k)$ の組み合わせとしている. ここでは

$$z_o(k) = C_{z_o} x(k) + D_{z_o u} u(k) + D_{z_o w} w(k)$$

また重みは $Q = R = 1$ とした.

提案した設計手法を用いて, 予見ステップ数を変化させた場合の H_2 性能の上界の変化を Fig. 1 に示す. 予見ステップ数の増加に従って上界は単調減少し, 次第に飽和する点は文献 15) などの従来の予見制御の結果と同様である. Fig. 2 下

Fig. 1 γ_{opt} vs h

Fig. 2 Simulation results. Top: disturbance input $w(k)$. Bottom: disturbance response of $z_o(k)$

段は, フィードバックのみおよび $h = 4, 8, 12$ として設計したフィードフォワード補償を加えた際の, 外乱 (Fig. 2 上段) に対する時間応答である. 加えた外乱は

$$w(k) = \begin{cases} 5(1 - \cos(2\pi \cdot \frac{k-50}{20})), & \text{for } 50 \leq k \leq 70 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

とした. この結果からも, 予見ステップ数が長いほど外乱応答が改善されていることがわかる.

つぎに従来法と提案手法との比較を行なう. 拡大系 (6)(7) を用いる従来の設計法では, K_b の項を加えたシステムに対して, 状態量 $x_a(k)$ の一部のみを用いたフィードバックを求めることに相当するため, 出力フィードバック設計手法を適用する必要がある. ここでは文献 18) 第 4.2 節の定数出力フィードバック (部分状態フィードバック) 設計手法と, 同第 3.2 節の動的出力フィードバック設計手法 (この場合は K_f が動的となる) を用いる.

ここでは $h = 4$ として, 設計によって求めた H_2 性能の上界を Table 1 に示す. 定数出力フィードバック設計手法では, 変数行列の一部に対して特定の構造を仮定する必要があるため, その分保守的な結果となっている. 動的出力フィー

Table 1 Type of desinged K_f and minimized upper bound of H_2 norm

	Proposed method	Reference 18) (Section 4.2)	Reference 18) (Section 3.2)
Type of K_f	static	static	dynamic
γ_{opt}	1.14×10^{-1}	2.71×10^{-1}	1.14×10^{-1}

Table 2 Minimized upper bound of H_2 norm

γ_{∞}	Proposed method	Reference 18)
1.0	1.14×10^{-1}	1.75×10^{-1}
0.3	1.77×10^{-1}	2.18×10^{-1}
0.1	3.49×10^{-1}	(infeasible)

ドバックでは、性能の上界は提案手法と同じであるが、フィードフォワード制御の次数が拡大系と同じ10次 ($=n+h+1$) となる点に注意が必要である。それに対して提案手法は定数ゲインで同等の性能を与えているため、実装の容易さにおいて優位性があるといえる。

4.2 多目的 H_2/H_{∞} 制御問題

つぎに、上記の H_2 性能に加え、制御に用いる予見情報に (8) 式の形で観測誤差が入る場合の、 $w_d(k)$ から $z_o(k)$ の H_{∞} 性能も考慮した設計を考える。この場合は文献 18) の部分状態フィードバック設計手法が適用できないため、比較対象として同文献の拡張型 LMI を用いた動的出力フィードバックの多目的設計手法を適用する。

H_{∞} 性能条件の制御出力は上述のとおり $z_{H_{\infty}}(k) = z_o(k)$ とし、 H_{∞} 性能の上界 γ_{∞} はあらかじめ与えた上で、 $h=4$ として H_2 性能の上界を最小化する設計を行なった。得られた上界を **Table 2** に示す。与えられる H_{∞} 性能の上界が小さくなるにつれて、 H_2 性能の上界が悪化している点は両手法に共通しているが、同じ γ_{∞} における H_2 性能上界は常に提案手法のほうが良く、 $\gamma_{\infty} = 0.1$ では文献 18) の手法では解が得られなかった。提案手法では求めるゲインがそのままの形で LMI の変数として現れ、連立 LMI において従来手法のもつ保守性が排除されているため、このような結果が得られたと考えられる。

5. おわりに

状態フィードバックゲインがすでに与えられている制御系に対し、静的な予見フィードフォワード補償を LMI で設計する手法を提案した。設計時の評価指標として、 H_2 および H_{∞} 性能を用いた場合の設計条件を例として示したが、本稿の定式化は、インパルス応答のピーク値など、すでに LMI による設計条件が知られている評価指標にも適用でき、予見フィードフォワードゲインを LMI で求めることが可能である。数値例として H_2 制御問題および多目的 H_2/H_{∞} 制御問題の結果を示し、従来の定式化から LMI 条件を解く場合と比較して、本稿の定式化では保守性が排除されていることを示した。

本稿ではフィードバック系を静的な出力フィードバックとして定式化した、動的な出力フィードバックの場合でも同

様の議論が可能であり、こちらは稿を改めて報告する。

参考文献

- 1) 市川邦彦：予測制御系とその性質，日本機械学会論文集，**27**-182, 1652/1663 (1961)
- 2) T.B. Sheridan: Three Models of Preview Control, IEEE Transaction on Human Factors in Electronics, **HFE-7**-2, 91/102 (1966)
- 3) E.K. Bender: Optimum Linear Preview Control With Application to Vehicle Suspension, Journal of Fluids Engineering, **90**-2, 213/221 (1968)
- 4) M. Tomizuka: Optimal continuous finite preview problem, IEEE Transactions on Automatic Control, **20**-3, 362/365 (1975)
- 5) M. Tomizuka: Optimum Linear Preview Control With Application to Vehicle Suspension — Revisited, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, **98**-3, 309/315 (1976)
- 6) T. Katayama, T. Ohki, T. Inoue and T. Kato: Design of an optimal controller for a discrete-time system subject to previewable demand, International Journal of Control, **41**-3, 677/699 (1985)
- 7) 児島，石島： H_{∞} 予見制御—出力フィードバックの場合—，システム制御情報学会論文誌，**13**-11, 519/525 (2000)
- 8) 児島 晃：予見フィードフォワード補償と H_2 制御，計測自動制御学会論文集，**41**-4, 300/306 (2005)
- 9) A. Kojima: H^{∞} Preview Control with Uncertain Information, Proceedings of the 54th IEEE Conference on Decision and Control, 6643/6649 (2015)
- 10) N. Paulino, C. Silverstre and R. Cunha: Affine Parameter-Dependent Preview Control for Rotorcraft Terrain Following Flight, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, **29**-6, 1350/1359 (2006)
- 11) Y. Kotani, H. Yamao, M. Kishi and K. Kashima: Output Feedback H_{∞} Preview Control of Railroad Vehicle Active Suspension, Proceedings of SICE Annual Conference 2014, 1535/1538 (2014)
- 12) P. Li, J. Lam and K.C. Cheung: Multi-objective control for active vehicle suspension with wheelbase preview, Journal of Sound and Vibration, **333**-21, 5269/5282 (2014)
- 13) J. Laksz, L.Y. Pao, A. Wright, N. Kelley and B. Jonkman: Blade Pitch Control with Preview Wind Measurements, 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA 2010-251 (2010)
- 14) 土谷，江上：ディジタル予見制御，産業図書 (1992)
- 15) K. Takaba: Robust servomechanism with preview action for polytopic uncertain systems, International Journal of Robust and Nonlinear Control, **10**-2, 101/111 (2000)
- 16) 濱田吉郎：航空機搭載型ドップラーライダーによる事前乱気流情報と予見制御を用いた機体動揺低減，システム/制御/情報，**59**-10, 375/380 (2015)
- 17) 蛭原義雄：LMI によるシステム制御，森北出版 (2012)
- 18) M.C. de Oliveira, J.C. Geromel and J. Bernussou: Extended H_2 and H_{∞} norm characterizations and controller parameterizations for discrete-time systems, International Journal of Control, **75**-9, 666/679 (2002)

《付 録》

A. フィードフォワード補償表現の相似変換

$$K_f = \begin{bmatrix} k_0 & k_1 & \dots & k_h \end{bmatrix}$$

に対して、以下の対称行列を定義する。

$$\mathcal{M}(K_f) = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 & k_0 \\ \vdots & & \ddots & k_0 & k_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & k_0 & \cdots & k_{h-2} & k_{h-1} \\ k_0 & k_1 & \cdots & k_{h-1} & k_h \end{bmatrix}$$

このとき,

$$\mathcal{M}(K_f)A_d = A_d^T \mathcal{M}(K_f) \quad (\text{A.1})$$

$$\mathcal{M}(K_f)B_d = K_f^T \quad (\text{A.2})$$

が成り立つことは容易に確かめられる. よってつぎの相似変換

$$x_d(k) = \mathcal{M}^{-1}(K_f)\tilde{x}_d(k)$$

によって, (4)(10) 式は (11)(12) 式へ変換される. $k_0 = 0$ の場合は $\mathcal{M}(K_f)$ が非正則となるが, x_d および $\tilde{x}_d$ の k_0 に対応する要素を除いたシステムを考えることで, 同様に相似変換を求めることができる.

B. 制御入力および外乱入力がスカラーでない場合のフィードフォワード補償の表現

制御入力 $u(k) \in \mathbf{R}^p$, 外乱入力 $w(k) \in \mathbf{R}^r$ の場合の議論は以下のとおりである. 表記を簡単にするため, 以下では相似変換に影響を与えない観測誤差項 $w_d(k)$ を除いて記述する.

外乱入力を

$$w(k) = \begin{bmatrix} w_1(k) & w_2(k) & \cdots & w_r(k) \end{bmatrix}^T \in \mathbf{R}^r$$

とする. 予見可能ステップ数は各外乱ごとに異なるものとし, i 番目の外乱 $w_i(k)$ の予見可能ステップ数を h_i とする. $w_i(k)$ の予見情報を以下のベクトルにまとめて記述する.

$$x_{d_i}(k) = \begin{bmatrix} w_i(k) & w_i(k+1) & \cdots & w_i(k+h_i) \end{bmatrix}^T \in \mathbf{R}^{(h_i+1) \times 1}$$

(4)(10) 式に相当する表現は以下のとおりである.

$$x_{d_i}(k+1) = A_{d_i}x_{d_i}(k) + B_{d_i}w_i(k+h_i+1)$$

(for $i = 1, \dots, r$)

$$u_{ffj}(k) = \begin{bmatrix} K_{fj1} & \cdots & K_{fjr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d_1}(k) \\ \vdots \\ x_{d_r}(k) \end{bmatrix}$$

(for $j = 1, \dots, p$)

$A_{d_i} \in \mathbf{R}^{(h_i+1) \times (h_i+1)}$ および $B_{d_i} \in \mathbf{R}^{(h_i+1) \times 1}$ は第 2 章における A_d および B_d とサイズは異なるが同様の構造の行列である. $K_{fji} \in \mathbf{R}^{1 \times (h_i+1)}$ が i 番目の外乱 (w_i) の予見情報から j 番目の入力へのフィードフォワードゲインとなる.

外乱 w_i の予見情報の $u_{ff1}, u_{ff2}, \dots, u_{ffp}$ への寄与を個別に表現するため, 状態量を p 倍に冗長化した下記の表現を考える.

$$x_d(k+1) = A_d x_d(k)$$

$$+ B_d \begin{bmatrix} w_1(k+h_1+1) \\ w_2(k+h_2+1) \\ \vdots \\ w_r(k+h_r+1) \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{bmatrix} u_{ff1}(k) \\ u_{ff2}(k) \\ \vdots \\ u_{ffp}(k) \end{bmatrix} = K_f x_d(k) \quad (\text{B.2})$$

ここで

$$x_d(k) = \begin{bmatrix} x_{d_{11}}(k) \\ \vdots \\ x_{d_{1p}}(k) \\ x_{d_{21}}(k) \\ \vdots \\ x_{d_{2p}}(k) \\ \vdots \\ x_{d_{rp}}(k) \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{\sum_{i=1}^r p(h_i+1) \times 1}$$

$$A_d = \text{diag} \left\{ \overbrace{A_{d_1}, \dots, A_{d_1}}^{p \text{ times}}, \dots, \overbrace{A_{d_r}, \dots, A_{d_r}}^{p \text{ times}} \right\}$$

$$B_d = \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} B_{d_1} \\ \vdots \\ B_{d_1} \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} B_{d_r} \\ \vdots \\ B_{d_r} \end{bmatrix} \right\}$$

$$K_f =$$

$$[\text{diag}\{K_{f11}, \dots, K_{fp1}\}, \dots, \text{diag}\{K_{f1r}, \dots, K_{fpr}\}]$$

であり, $\text{diag}\{\cdot\}$ はブロック対角行列を表す.

付録 A で定義した $\mathcal{M}(\cdot)$ を用いて, 以下の行列を定義する.

$$M =$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{M}_{f11} & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & \mathcal{M}_{fp1} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \mathcal{M}_{f1r} \\ & & & & & \ddots \\ 0 & & & & & & \mathcal{M}_{fpr} \end{bmatrix}$$

ここでは $\mathcal{M}(K_*) = \mathcal{M}_*$ と表記した.

これらの行列に対して, (A.1)(A.2) 式から, 以下が成り立つことは容易に確かめられる.

$$MA_d = A_d^T M$$

$$MB_d = \tilde{K}_f^T$$

$$\tilde{B}_d^T M = K_f$$

ここで

$$\tilde{\mathbf{K}}_f^T = \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} K_{f_{11}}^T \\ \vdots \\ K_{f_{p1}}^T \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} K_{f_{1r}}^T \\ \vdots \\ K_{f_{pr}}^T \end{bmatrix} \right\}$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_d^T = [\underbrace{\text{diag}\{B_{d_1}^T, \dots, B_{d_1}^T\}}_{p \text{ times}}, \dots, \underbrace{\text{diag}\{B_{d_r}^T, \dots, B_{d_r}^T\}}_{p \text{ times}}]$$

よって行列 $\mathbf{M}$ を用いたつぎの相似変換

$$\mathbf{x}_d(k) = \mathbf{M}^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_d(k)$$

によって, (B.1)(B.2) 式は,

$$\tilde{\mathbf{x}}_d(k+1) = \mathbf{A}_d^T \tilde{\mathbf{x}}_d(k) + \tilde{\mathbf{K}}_f^T \begin{bmatrix} w_1(k+h_1+1) \\ w_2(k+h_2+1) \\ \vdots \\ w_r(k+h_r+1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{ff_1}(k) \\ u_{ff_2}(k) \\ \vdots \\ u_{ff_p}(k) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{B}}_d^T \tilde{\mathbf{x}}_d(k)$$

と変換され, 3.2 節と同様の拡大系を構築することで, $\tilde{\mathbf{K}}_f$ に関する LMI 条件を導出することができる.

C. 数値例における各行列値

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1.00 & 4.66e^{-3} \\ -9.47e^{-3} & 9.54e^{-1} \\ -8.97e^{-5} & -4.52e^{-4} \\ -4.55e^{-6} & -2.29e^{-5} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1.21 & -9.79e^{-1} & 5.90e^{-2} \\ 2.08e^1 & -5.00e^{-2} & -1.43 \\ 9.53e^{-1} & 5.74e^{-5} & -7.97e^{-2} \\ 9.77e^{-2} & 1.00 & -4.87e^{-3} \\ 0 & 0 & 2.82e^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 2.73e^{-2} \\ -7.83e^{-1} \\ -6.16e^{-2} \\ -2.26e^{-3} \\ 7.18e^{-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 4.66e^{-3} \\ -4.63e^{-2} \\ -4.52e^{-4} \\ -2.29e^{-5} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{z_o} = \begin{bmatrix} -8.67e^{-2} & -4.22e^{-1} \\ -3.53e^{-1} & -5.58e^{-1} & -6.93 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{z_o u} = 0, \quad \mathbf{D}_{z_o w} = -4.22e^{-1}$$

$$\mathbf{K}_b = \begin{bmatrix} 8.00e^{-3} & 3.87e^{-2} \\ 5.51 & 6.01e^{-2} & -7.02e^{-1} \end{bmatrix}$$

[著 者 紹 介]

濱 田 吉 郎 (正会員)

1996 年東京大学大学院工学系研究科修士課程修了 (計数工学専攻). 同年博士後期課程進学. 98 年同課程中途退学. 同年より科学技術庁航空宇宙技術研究所 (現・(国研) 宇宙航空研究開発機構 (JAXA) 航空技術部門) 入所. 主任研究開発員. 航空宇宙機のロバスト制御の研究に従事.