ヘキサロータの動的可操作性に基づく切替位置・姿勢制御

安田 真大*・伊吹 竜也*

鈴木 洋史**・三平 満司*

Switching Pose Regulation for a Hexrotor Based on Dynamic Manipulability

Masahiro YASUDA*, Tatsuya IBUKI*,
Hiroshi SUZUKI** and Mitsuji SAMPEI*

This paper proposes a novel pose (position and attitude) control law for hexrotors composed of six rotors. Since hexrotors have the potential to control full 6 degrees of freedom, we can apply two major kinds of control methods to them. One is a linear control scheme for a linearly approximated hexrotor model, which can make a hexrotor tilt when it moves in the horizontal direction. The other is a feedback linearization method which enables us to control 6 degrees of freedom of it individually. For these methods, the former can often be suitable for large translational movement and the latter to control the pose precisely. However, there exists no research on combination of both controllers. In view of this fact, this paper proposes a novel continuous switching control method using a weighting function. Here, the weighting function is built by dynamic manipulability based on given hexrotor structure. Concretely speaking, the two kinds of controllers continuously switch based on the relation between dynamic manipulability and pose errors for desired values. Furthermore, we give stability analysis and demonstrate the validity of the present method via simulation.

Key Words: hexrotor, UAV, pose regulation, nonlinear control, feedback linearization

1. はじめに

現在, マルチロータ型の無人航空機 (UAV: unmanned aerial vehicle) の実用化が注目を集めている^{1)~3)}. 代表的な UAV としてクアドロータが挙げられるが, これは 4 入力しかもたないため, 機体の自由度 (位置 3・姿勢 3) に対して入力 (ロータ) の数が少ない劣駆動システムである. したがって, クアドロータは位置・姿勢の 6 自由度を独立に制御することができない. これにより, クアドロータは 1 つの姿勢でのみしかホバリングできず, また水平方向へ移動するときには姿勢変動を伴わなければならないという特徴をもっており, 狭い空間における移動や接触作業を伴う飛行が困難であるという問題が指摘されている^{4)~6)}. 以上の背景から, 機体の 6 自由度を独立に制御することが可能な UAV の研究・開発が盛んに行なわれている^{4)~14)}.

機体の 6 自由度を独立に制御するためには, UAV が 6 つ以

上の入力を有する必要がある. たとえば, 文献 7), 8) では, 飛行中にロータの向きを変えられることができるアクチュエータを UAV に加えることで, 6 つより少ないロータで 6 自由度を独立に制御する手法を提案している. しかし, 本手法ではロータの向きを瞬時に変えることができないため, 応答の速さが十分ではない可能性があるという問題が指摘されている⁹⁾. 一方, 6 つのロータを有する UAV であるヘキサロータを用いて, 6 自由度を独立に制御する手法も提案されている^{4)~6), 9)~14)}. 一般的に普及し始めているヘキサロータは, 6 つのロータの向きがすべて平行になるように設計されており, 6 つの入力を有しているが運動の自由度としてはクアドロータと同様に 4 自由度しか有していない⁶⁾. これに対して, 文献 4)~6), 9)~14) では, ヘキサロータの各ロータの向きをあらかじめ傾けておくことで, 6 自由度を独立に制御することが可能, すなわち全駆動な UAV を提案している. 本手法では, ロータの配置や向きを固定しているため, 機体の構造によってその動的可操作性などが異なり, 目的に応じた構造の最適化¹⁴⁾や構造に適した制御則の設計が必要であると考えられる.

この種のヘキサロータに対する代表的な制御手法の 1 つとして, フィードバック線形化を施すことにより位置と姿勢のダイナミクスを分離し, 6 自由度を独立に制御する手法が挙げられる^{4), 11)}. 本手法は, 目標位置付近における精密な位置・姿勢制御に適していると考えられるが, 実際には入力の大さに制限があることを考えると, 機体の構造によっては

* 東京工業大学大学院理工学研究科
東京都目黒区大岡山 2-12-1

** 防衛装備庁 東京都新宿区市谷本村町 5-1

* Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo

** Acquisition, Technology & Logistics Agency, 5-1 Ichigayahonmuracho, Shinjuku-ku, Tokyo

(Received March 31, 2016)

(Revised June 23, 2016)

水平方向への運動に適さず、大きな並進移動には不向きである可能性がある。一方、ヘキサロータに対して1次近似線形化に基づく線形制御手法を適用すると、水平方向へ移動する際にクアドロータに見られるような姿勢変動を伴う挙動をさせることが可能である¹⁴⁾。これは、推力を出力しやすい方向への運動をうまく利用することで、大きな並進移動に対しても小さな入力で制御可能であることを示唆している。しかし、本手法の欠点として、目標位置付近における微小な運動に対しても姿勢変動が生じてしまい、姿勢を維持した制御を行なうことが困難であるということが挙げられる。

以上のように、これら2つの代表的な制御手法にはそれぞれ異なる利点があり、またその利点を活かすことができる状況が相異なっていると考えられる。そこで、本研究では全駆動な構造をもつヘキサロータに対して、上記の2つの制御手法を適切に切り替える新規の制御手法を提案する。まず、全駆動なヘキサロータのモデルを導出し、これに対して1次近似線形化による線形制御および位置と姿勢の非干渉化による非線形制御を用いたシミュレーションを行なうことで、それぞれの特徴や利点について考察する。つぎに、ここで得られた考察に基づき、重み関数に基づく2つの制御則の切り替え手法を提案し、提案手法が双方の制御則の利点を活かすことができる制御手法となっていることを示す。ここで設計する重み関数は、ヘキサロータの運動のしやすさを表わす動的可操作性楕円体と制御偏差との関係に基づいて適切に設計する。さらに、本提案手法に対して安定性解析を行ない、最後に数値シミュレーションによりその有効性を示す。

2. 制御対象のモデル

本章では、本研究で扱うヘキサロータのモデルを与える。まず、ロータの回転によって生じる推力と反トルクについて簡潔に紹介する。つぎに、機体全体のダイナミクスを導出する。

2.1 ロータから生じる推力と反トルク

UAVに取り付けられたロータが回転すると、その回転速度に応じた推力と反トルクが発生する。文献15)では、一様流入と近似を用いて推力 $T \in \mathbb{R}$ と反トルク $\tau \in \mathbb{R}$ を算出しており、空気密度 $\rho \in \mathbb{R}$ 、ロータの面積 $S \in \mathbb{R}$ 、ロータの半径 $r \in \mathbb{R}$ 、ロータの角速度 $\omega \in \mathbb{R}$ を用いると、これらは

$$T = \rho S (\omega r)^2 C_T, \quad (1)$$

$$\tau = \rho S (\omega r)^2 r C_\tau \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 $C_T, C_\tau \in \mathbb{R}$ はロータのピッチ角によって決まる定数である。(1), (2) 式より、反トルク τ は推力 T に比例することがわかる。したがって、その大きさの比として $c = r C_\tau / C_T$ とすると、

$$\tau = cT \quad (3)$$

と表わすことができる。

反トルク τ の向きはロータのピッチ角によって決定され、Fig. 1, Fig. 2 に示すとおり推力 T と同じ向き ($c > 0$) である

Fig. 1 Meaning of $c > 0$

Fig. 2 Meaning of $c < 0$

か逆向き ($c < 0$) であるかのいずれかである。ヘキサロータにはロータが6つ存在するため、本研究ではロータ $i \in \{1, \dots, 6\}$ から生じる推力と反トルクをそれぞれ $T_i, \tau_i \in \mathbb{R}$ と表記し、その大きさの比を $c_i \in \mathbb{R}$ とする。

なお、ロータの回転にはダイナミクスがあるため、実際にはその角速度 ω を瞬間的に変えることはできない。したがって、推力 T を瞬間的に所望の値に制御することはできないが、本研究では簡単のためロータのダイナミクスを無視し、推力 T を直接指定した値に制御できると考える。つまり、以降は各ロータから生じる推力 $T_1, \dots, T_6$ を制御入力として扱い、反トルク $\tau_1, \dots, \tau_6$ は(3)式に基づいて推力に比例して生じるものとして考える。

2.2 ヘキサロータのダイナミクス

ヘキサロータ全体を1つの剛体と考え、機体の慣性座標系に対する重心位置の座標を $\zeta = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$ とする。また、機体の姿勢を回転行列 $R_B \in SO(3)$ で表わし、

$$R_B = R_x(\phi) R_y(\theta) R_z(\psi) \quad (4)$$

とする。ここで、 $R_x(\phi), R_y(\theta), R_z(\psi) \in SO(3)$ はそれぞれ x, y, z 軸まわりに ϕ, θ, ψ 回転させる回転行列である (Fig. 3)。また、姿勢角を $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ と表記する。

このとき、ヘキサロータの運動方程式を次式で与える¹⁶⁾。

$$\dot{\zeta} = v, \quad (5a)$$

$$m\dot{v} = -mg e_z + R_B F, \quad (5b)$$

$$\dot{R}_B = R_B \hat{\Omega}, \quad (5c)$$

$$I \dot{\Omega} + \Omega \times I \Omega = M. \quad (5d)$$

ここで、 $m \in \mathbb{R}$ は機体の質量、 $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は機体座標系から見た機体の慣性テンソル、 $g \in \mathbb{R}$ は重力加速度、 $e_z = [0 \ 0 \ 1]^T \in \mathbb{R}^3$ は慣性座標系の z 方向の単位ベクトル、 $v \in \mathbb{R}^3$ は慣性座標系から見た機体の重心速度、 $\Omega \in \mathbb{R}^3$ は機体座標系から見た機体の角速度を表わす。なお、演算子 ' $\wedge$ ' は任意の $a, b \in \mathbb{R}^3$ に対して $\hat{a}b = a \times b$ を満たす $\mathbb{R}^3 \rightarrow so(3)$ の線形写像を表わす。ここで、行列 $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ を

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ \sin \theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

と定義すると、(4), (5c), (6) 式より

$$\Omega = J\dot{\eta}$$

が導かれる．すなわち，行列 J は姿勢角の時間微分 $\dot{\eta}$ を角速度 Ω に変換する行列である．

また， $F \in \mathbb{R}^3$ および $M \in \mathbb{R}^3$ はそれぞれ機体座標系から見た機体の重心に加わる力およびモーメントである．本研究では，これらは機体に取り付けられた6つのロータから生じる推力と反トルクによって発生するものとし，空気抵抗やロータ間の干渉などの影響は無視する．したがって，6つのロータから生じる推力を $T = [T_1 \cdots T_6]^T \in \mathbb{R}^6$ とすると， F と M は T を用いて次式で与えられる．

$$\begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & \cdots & s_6 \\ \xi_1 \times s_1 + c_1 s_1 & \cdots & \xi_6 \times s_6 + c_6 s_6 \end{bmatrix} T.$$

ここで， $s_i \in \mathbb{R}^3$ は機体座標系から見たロータ i から生じる推力の向きを表わす単位ベクトルであり， $\xi_i \in \mathbb{R}^3$ は機体座標系から見たロータ i の位置を表わすベクトルである．

本研究では，先行研究 14) で提案されている次式を満たす構造をもつヘキサロータを制御対象とする．

$$\xi_{i+3} = -\xi_i \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}, \quad (7a)$$

$$\|\xi_i\| = L \quad \forall i \in \{1, \dots, 6\}, \quad (7b)$$

$$s_{i+3} = s_i \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}, \quad (7c)$$

$$s_1 \neq s_2, s_2 \neq s_3, s_3 \neq s_1, \quad (7d)$$

$$c_1 = c_2 = c_3 = -c_4 = -c_5 = -c_6 = c \geq 0. \quad (7e)$$

ここでは，(7a)～(7c) 式が機体の対称性を，(7d) 式が機体の全駆動性を，(7e) 式が6つのロータには同一のものを使用することをそれぞれ示している．なお，一般性を失うことなく，機体座標系のとり方において z 軸を $s_1 + s_2 + s_3$ の向きと一致するように定める．これは，機体座標系の z 軸が慣性座標系の z 軸と一致する姿勢のときに，ホバリングに必要な推力の2乗和が一番小さくなるようにするためである．なお，本研究では (7) 式を満たす構造に対して先行研究 14) の手法で最適化を行なったヘキサロータを扱っており，その構造は機体座標系の z 軸に垂直な平面に関して対称性をもつ．よって，機体座標系の x, y 軸に関しては対称性からどのように設定しても大きな違いはないため，たとえば各ロータの配置が正六角形の頂点上になる構造の場合は Fig. 3 のように設定する．また，機体座標系の原点は機体の重心と一致しているとする．

以上を用いて，制御入力 $u \in \mathbb{R}^6$ を $u = T$ とし，状態 $x \in \mathbb{R}^{12}$ を

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} \zeta^T & \dot{\zeta}^T & \eta^T & \dot{\eta}^T \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} x & y & z & \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} & \phi & \theta & \psi & \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

とすると，ヘキサロータのダイナミクスとしてつぎの入力アファインな状態方程式を得る．

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u. \quad (8)$$

Fig. 3 Image of a hexarotor

本論文の目的は，状態方程式 (8) に対して所望の状態 $x_d \in \mathbb{R}^{12}$ (ただし， $\dot{x}_d = 0$) を実現することである．

3. ヘキサロータの位置・姿勢制御手法の考察

本章では，ヘキサロータに対する切替制御手法を提案するための準備を行なう．まず，ヘキサロータの代表的な制御手法である1次近似線形化による線形制御と，位置と姿勢の非干渉化による非線形制御の2つの手法を紹介する．つぎに，数値シミュレーションに基づいてそれぞれの制御手法の特徴について考察する．

3.1 1次近似線形化による線形制御

1次近似線形化による線形制御は，平衡点まわりで非線形システムをテイラー展開し，1次近似したシステムに対して線形制御理論を用いて制御系を設計する手法である．まず，本研究で扱う (8) 式の非線形システムは常に重力の影響を受けるため，1次近似する際にこの影響を打ち消す入力が必要である．そこで，目標姿勢を $R_{Bd} \in SO(3)$ と表記すると，重力補償に必要な入力 $u_d \in \mathbb{R}^6$ は次式で与えられる．

$$u_d = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [s_1 \ s_2 \ s_3]^{-1} R_{Bd}^T [0 \ 0 \ mg]^T \\ [s_1 \ s_2 \ s_3]^{-1} R_{Bd}^T [0 \ 0 \ mg]^T \end{bmatrix}.$$

いま，目標状態 x_d (ただし， $\dot{x}_d = 0$) を用いて，(8) 式を $(x, u) = (x_d, u_d)$ の近傍でテイラー展開して1次近似することで，つぎの線形状態方程式を得る．

$$\dot{\tilde{x}} \approx A\tilde{x} + B\tilde{u}.$$

ここで， $\tilde{x} = x - x_d$ ， $\tilde{u} = u - u_d$ ，

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x_d} + \left. \frac{\partial (gu_d)}{\partial x} \right|_{x=x_d}, \quad B = g(x_d)$$

である．このとき， (A, B) 可制御となるため，この線形状態方程式に対して適当な線形制御理論を用いて制御系を設計することで， $x \rightarrow x_d$ が達成される．そこで，本研究ではLQ最適制御手法により線形状態フィードバック制御則

$$\tilde{u} = -G\tilde{x}, \quad G \in \mathbb{R}^{6 \times 12}$$

を設計する¹⁷⁾．このとき，実際非線形システム (8) には $u = u_d - G\tilde{x}$ が入力される．

(注意1) 本手法は近似を用いているため、姿勢角 η やその時間微分 $\dot{\eta}$ が平衡点から大きく離れるとその精度が悪化する。したがって、システムが不安定になる可能性があるが、本研究ではシステムが安定となる範囲内で起こる挙動を考察する。なお、位置 ζ や速度 $\dot{\zeta}$ が平衡点から離れても、本システムにおいては近似の精度に影響を与えないことに注意する。

3.2 位置と姿勢の非干渉化による非線形制御

位置と姿勢の非干渉化による非線形制御は、適当な入力変換を行なうことでシステムを厳密に線形化し、位置と姿勢を独立に制御する手法である。この手法は近似を用いないため、厳密に線形化したシステムに対して閉ループ系が安定となる制御系を設計することで、大域的な安定性を保証することができる。まず、ヘキサロータの運動方程式 (5) を次式のようにまとめる。

$$\ddot{\zeta} = -g\mathbf{e}_z + \frac{1}{m}\mathbf{R}_B\mathbf{F}, \quad (9)$$

$$\ddot{\eta} = -\mathbf{J}^{-1}\mathbf{J}\dot{\eta} + \mathbf{J}^{-1}\mathbf{I}^{-1}(\mathbf{M} - \mathbf{J}\dot{\eta} \times \mathbf{I}\mathbf{J}\dot{\eta}). \quad (10)$$

つぎに、力 $\mathbf{F}$ とモーメント $\mathbf{M}$ を任意に設計することができる。すると、新たな入力 $\bar{\mathbf{u}}_F, \bar{\mathbf{u}}_M \in \mathbb{R}^3$ を用いて

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}_B^T(m\bar{\mathbf{u}}_F + mg\mathbf{e}_z),$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{I}\mathbf{J}\bar{\mathbf{u}}_M + \mathbf{I}\dot{\mathbf{J}}\dot{\eta} + \mathbf{J}\dot{\eta} \times \mathbf{I}\mathbf{J}\dot{\eta}$$

とし、これらを (9), (10) 式に適用することにより、

$$\ddot{\zeta} = \bar{\mathbf{u}}_F,$$

$$\ddot{\eta} = \bar{\mathbf{u}}_M$$

を得る。この厳密に線形化されたシステムは、位置と姿勢のダイナミクスが分離されていることに注意する。したがって、適当なゲイン $\mathbf{K}_\zeta, \mathbf{K}_{\dot{\zeta}}, \mathbf{K}_\eta, \mathbf{K}_{\dot{\eta}} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ を用いて、PD 制御則として

$$\bar{\mathbf{u}}_F = -\mathbf{K}_\zeta(\zeta - \zeta_d) - \mathbf{K}_{\dot{\zeta}}\dot{\zeta},$$

$$\bar{\mathbf{u}}_M = -\mathbf{K}_\eta(\eta - \eta_d) - \mathbf{K}_{\dot{\eta}}\dot{\eta}$$

と設計することで、機体の位置 ζ と姿勢角 η の 6 自由度を独立に目標位置 $\zeta_d \in \mathbb{R}^3$ および目標姿勢角 $\eta_d \in \mathbb{R}^3$ に制御することができる。このとき、実際の制御入力 $\mathbf{u}$ は次式となる。

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{s}_6 \\ \xi_1 \times \mathbf{s}_1 + c_1 \mathbf{s}_1 & \cdots & \xi_6 \times \mathbf{s}_6 + c_6 \mathbf{s}_6 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_B^T(mg\mathbf{e}_z - m(\mathbf{K}_\zeta(\zeta - \zeta_d) + \mathbf{K}_{\dot{\zeta}}\dot{\zeta})) \\ \mathbf{I}\dot{\mathbf{J}}\dot{\eta} + \mathbf{J}\dot{\eta} \times \mathbf{I}\mathbf{J}\dot{\eta} - \mathbf{I}\mathbf{J}(\mathbf{K}_\eta(\eta - \eta_d) + \mathbf{K}_{\dot{\eta}}\dot{\eta}) \end{bmatrix}.$$

3.3 シミュレーションに基づく制御手法の考察

本節では、3.1 節で導出した 1 次近似線形化による線形制御と、3.2 節で導出した位置と姿勢の非干渉化による非線形制御を用いて数値シミュレーションを行ない、それぞれの制御手法の特徴について考察する。シミュレーション条件として、Table 1 に示すパラメータを用いる（このパラメータに基づいて構造を図示すると Fig. 3 に示すとおりとなる）。この

Table 1 Simulation parameters

m	1.5 [kg]
$\mathbf{I}$	$\text{diag}(2.26, 2.26, 4.51) \times 10^{-2}$ [kg · m ²]
g	9.8 [m/s ²]
L	0.3 [m]
c	0.03 [m]
ξ_1	$[0.0000, -0.3000, 0.0000]^T$ [m]
ξ_2	$[0.2598, 0.1500, 0.0000]^T$ [m]
ξ_3	$[-0.2598, 0.1500, 0.0000]^T$ [m]
$\mathbf{s}_1$	$[0.4109, 0.0000, 0.9117]^T$
$\mathbf{s}_2$	$[-0.2055, 0.3559, 0.9117]^T$
$\mathbf{s}_3$	$[-0.2055, -0.3559, 0.9117]^T$

とき、各ロータの推力の向きを表わす $\mathbf{s}_i$ の値から、ここで用いるヘキサロータは鉛直方向に並進移動しやすい構造を有していることがわかる。なお、各制御入力 u_i （すなわち各ロータから生じる推力 T_i ）の範囲は $0 \leq u_i \leq 6$ [N] とし、制御則の比較については制御入力の最大値と最小値がそれぞれの場合で同程度になるように制御器を設計することで行なう。

1 次近似線形化による線形制御については、LQ 最適制御の 2 次形式評価関数における状態に対する重み $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ と入力に対する重み $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ をそれぞれ

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(3, 3, 30, 0.3, 0.3, 3, 0.1, 0.1, 1, 0, 0, 1),$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 1, 1)$$

として 3.1 節の手順で設計する。ここでは、並進移動の際に姿勢変動を積極的に用いる挙動をさせるために、ロール角 ϕ やピッチ角 θ 、およびそれらの時間微分 $\dot{\phi}, \dot{\theta}$ に対する重みを小さめに設定している。一方、位置と姿勢の非干渉化による非線形制御については、PD ゲインを

$$\mathbf{K}_\zeta = \text{diag}(1, 1, 1), \mathbf{K}_{\dot{\zeta}} = \text{diag}(2, 2, 2),$$

$$\mathbf{K}_\eta = \text{diag}(1, 1, 1), \mathbf{K}_{\dot{\eta}} = \text{diag}(2, 2, 2)$$

として 3.2 節の手順で設計する。

初期状態を $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ とし、目標位置を $\zeta_d = [2 \ 1 \ 0]^T$ [m]、目標姿勢角を $\eta_d = [0 \ 0 \ 0]^T$ [rad] としたときの応答を Fig. 4～Fig. 9 に示す。まず、Fig. 8, Fig. 9 はそれぞれ線形制御を用いた場合と非線形制御を用いた場合の入力 $\mathbf{u}$ の応答を表わしており、入力の大きさの最大値と最小値はどちらの制御則の場合も同程度となっていることが確認できる。つぎに、Fig. 4, Fig. 5 はそれぞれの重心位置 ζ の応答を表わしており、線形制御を用いたほうがすばやく並進移動できていることがわかる。これは、線形制御を用いたときはロール角 ϕ やピッチ角 θ を大きく変動させることで (Fig. 6)、目標方向に対して姿勢を傾けながら並進移動しているためである。つまり、今回対象とした Table 1 のパラメータをもつヘキサロータは機体上向きに推力を出力しやすい構造を有するため、水平方向に大きく移動するときは姿勢変動を効率的に利用している。しかし、本シミュレーションで用いた線形制御は並進移動の際に姿勢変動を積極的に用いるように設計しているため、目標位置近

Fig. 4 Time response of positions (linear)

Fig. 5 Time response of positions (nonlinear)

Fig. 6 Time response of attitudes (linear)

Fig. 7 Time response of attitudes (nonlinear)

Fig. 8 Time response of inputs (linear)

Fig. 9 Time response of inputs (nonlinear)

傍においても姿勢変動を伴う挙動が生じてしまい (Fig. 4, 6 の 2s 付近参照), 精密な制御には向いていないことがわかる. 一方, Fig. 7 は位置と姿勢の非干渉化による非線形制御を用いた場合は並進移動するときに全く姿勢が変動しないことを示している. したがって, 本手法は水平方向への移動が遅く大きな並進移動には不向きであるが, 目標位置近傍で位置・姿勢を精密に制御したいときには有効であると考えられる.

以上のことから, 1 次近似線形化による線形制御と位置と姿勢の非干渉化による非線形制御はそれぞれ異なる利点を有しており, それらを活かすことができる状況が相異なっていることがわかる. したがって, 状況に合わせてこれらの制御則を適切に切り替えることで, ヘキサロータを効率的に制御できることが期待される. そこで, 次章ではこの考察に基づき, これらの制御則を適切に切り替える手法を提案する. (注意 2) 線形制御に対する重みの設計の仕方によっては, 平衡点の近傍で位置と姿勢をほぼ独立に制御することや姿勢変動を抑えつつ並進移動することも可能であるが, ここでは入力抑制のために姿勢変動をあえて利用する重みを用いている.

4. ヘキサロータの動的可操作性に基づく切替制御

本章では, 1 次近似線形化による線形制御と位置と姿勢の非干渉化による非線形制御の連続切替制御則を提案する. ま

Fig. 10 Image of $w(x)$

ず, 重み関数に基づく連続的な切替制御則を提案する. つぎに, 前章の考察に基づき, 線形制御と非線形制御をそれぞれの利点が得られる状況に合わせて適切に切り替えるための重み関数を設計する. さらに, 提案制御則に対して安定性解析を行なう. なお, 表記の簡単のために, 本章では $x_d = \mathbf{0}$ (すなわち $\dot{x} = x$) とする.

4.1 重み関数を用いた切替制御

まず, 前章で導出した 1 次近似線形化による線形制御則を $u_L \in \mathbb{R}^6$, 位置と姿勢の非干渉化による非線形制御則を $u_N \in \mathbb{R}^6$ と表記する. つぎに, 先行研究 18) で提案されている 2 つの評価関数に基づいた制御系設計を参考にし, 重み関数 $w \in [0, 1]$ を用いたつぎの切替制御則 $u_S \in \mathbb{R}^6$ を提案する.

$$u_S = (1 - w)u_L + wu_N. \quad (11)$$

このとき, 前章の考察から, 目標位置から離れているときは線形制御則 u_L を適用し, 目標位置に近いときは非線形制御則 u_N を適用するように重み関数 w を設計することで, 適切な制御則の切り替えが可能になると考えられる. すなわち, 原点の近傍では 1 に近づき, 原点の近傍外では 0 に近づくような重み関数 w を状態 x の関数として設計する.

以上のことから, 本研究ではつぎの重み関数 w を提案する.

$$w(x) = \exp(-x^T H x). \quad (12)$$

ここで, $H \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ は設計パラメータであり, 正定対称行列とする. この重み関数 w は, 原点近傍では 1 に近づき, 原点近傍外では 0 に近づく, 任意の状態 x に対して $0 \leq w \leq 1$ を満たす滑らかな関数となることに注意する (Fig. 10 に概形を示す).

(注意 3) 制御則 (11), (12) の切り替わり方は行列 H に依存するため, その設計は機体の構造や入力の制限などを考慮して行なうことが望まれる. これは, 非線形制御則 u_N は大きな入力を必要とすることがあるため, w が 1 に近い領域が広すぎると入力の値が大きくなりすぎてしまう可能性があり, 逆に w が 1 に近い領域が狭すぎると非線形制御則 u_N の効果が十分に得られなくなってしまう可能性があるからである. また, 制御則の切り替えにおける原点の近傍 (すなわち, w が 1 に近い領域) とは, 非線形制御則 u_N を適用しても入力が制限を超えない範囲を意味しており, 主に機体が目標位置に近い状況を想定している. したがって, この意味での原点

の近傍外では、必ずしも 1 次近似線形化の近似の精度が悪化するとは限らないことに注意する。

本研究では、非線形制御則 $\mathbf{u}_N$ の効果を十分活かすことができる制御則の切り替えを行なうために、動的操作性楕円体 (DME: dynamic manipulability ellipsoid)¹⁹⁾ に基づいた行列 $\mathbf{H}$ の設計方法を提案する。まず、行列 $\mathbf{H}$ を新たに $\mathbf{H}_\zeta$, $\mathbf{H}_{\dot{\zeta}}$, $\mathbf{H}_\eta$, $\mathbf{H}_{\dot{\eta}} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ を用いて

$$\mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{H}_\zeta, \mathbf{H}_{\dot{\zeta}}, \mathbf{H}_\eta, \mathbf{H}_{\dot{\eta}})$$

として与える。このとき、たとえば $\mathbf{H}_\zeta$ は機体の重心位置 ζ に対する重みを表わしており、まずはこの $\mathbf{H}_\zeta$ の設計方法について考える。

まず、先行研究 14) において、本研究で扱うヘキサロータについてつぎの補題が成立することが示されている。

[補題 1] ヘキサロータの構造が (7) 式を満たすとき、6 次元の動的可操作度は並進の動的可操作度と回転の動的可操作度の積として表わすことができる。

補題 1 は、6 次元の動的操作性楕円体を並進成分と回転成分に分離して考えることができることを示している。

そこで、例として Table 1 に示す構造をもつヘキサロータの並進の動的操作性楕円体と回転の動的操作性楕円体をそれぞれ Fig. 11, Fig. 12 に描画する (本研究で扱うヘキサロータに対する各動的操作性楕円体の定義の仕方は付録 A を参照とする)。これらより、並進の動的操作性楕円体の主軸は x, y, z 方向と一致し、回転の動的操作性楕円体の主軸は ϕ, θ, ψ 方向と一致していることがわかる。ここで、この並進の動的操作性楕円体の x, y, z 方向の主軸の長さをそれぞれ d_x, d_y, d_z とし、慣性座標系の x, y, z 方向をそれぞれ $1/d_x, 1/d_y, 1/d_z$ 倍してこの並進の動的操作性楕円体が単位球になるように座標変換すると、その座標系での機体の重心位置の座標 $\bar{\zeta} \in \mathbb{R}^3$ は

$$\bar{\zeta} = \begin{bmatrix} \frac{x}{d_x} & \frac{y}{d_y} & \frac{z}{d_z} \end{bmatrix}^T$$

となる。この座標系における位置の原点と $\bar{\zeta}$ の距離の 2 乗は

$$\|\bar{\zeta}\|^2 = \zeta^T \begin{bmatrix} \frac{1}{d_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{d_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d_z^2} \end{bmatrix} \zeta = \frac{x^2}{d_x^2} + \frac{y^2}{d_y^2} + \frac{z^2}{d_z^2}$$

で与えられるが、これは機体の重心位置 ζ が並進の動的操作性楕円体からどの程度離れているかを表わしている。

したがって、機体の重心位置 ζ に対する重み $\mathbf{H}_\zeta$ を

$$\mathbf{H}_\zeta = \text{diag}\left(\frac{h_\zeta}{d_x^2}, \frac{h_\zeta}{d_y^2}, \frac{h_\zeta}{d_z^2}\right)$$

と設計することで、機体の重心位置 ζ が原点を中心とする並進の動的操作性楕円体に近づいたときに、重み関数 w が 1 に近づくようにすることができる。なお、 $h_\zeta > 0$ は楕円体のスケールを調整するためのパラメータであり、入力制限や

Fig. 11 Translational DME

Fig. 12 Rotational DME

コントローラのゲインに合わせて調整する。

一方、機体の重心位置 ζ に加えて、その速度 $\dot{\zeta}$ が原点に近いいかどうかも考慮する必要があることに注意する。これは、たとえば撃力が加わった直後などは目標位置に近くても速度が大きい可能性があり、位置のみに依存して制御則を切り替えるのは不十分だと考えられるからである。そこで、機体の重心速度 $\dot{\zeta}$ に対する重み $\mathbf{H}_{\dot{\zeta}}$ についても、同様に調整パラメータ $h_{\dot{\zeta}} > 0$ を用いて

$$\mathbf{H}_{\dot{\zeta}} = \text{diag}\left(\frac{h_{\dot{\zeta}}}{d_x^2}, \frac{h_{\dot{\zeta}}}{d_y^2}, \frac{h_{\dot{\zeta}}}{d_z^2}\right)$$

と設計する。

最後に、姿勢角 η に対する重み $\mathbf{H}_\eta$ やその時間微分 $\dot{\eta}$ に対する重み $\mathbf{H}_{\dot{\eta}}$ についても、回転の動的操作性楕円体と調整パラメータ $h_\eta, h_{\dot{\eta}} > 0$ を用いることで同様に設計できる。(注意 4) Fig. 11 に示す並進の動的操作性楕円体の形状は、重力の影響を無視した場合における、 $\|\mathbf{T}\| \leq 1$ を満たす推力を用いて実現できる並進加速度の集合を表わしているが、実際には機体に重力が加わることやロータが出力できる推力の範囲が $0 \leq T_i \leq T_{\max}$ であることを考えると、上下方向に対する並進のしやすさは異なるはずであり、並進の動的操作性楕円体の形状をそのまま用いて切り替えパラメータ $\mathbf{H}$ を設計するのは不十分であると考えられる。そこで、本論文ではヘキサロータに対する重力の影響とロータから出力可能な推力の範囲を考慮した場合について、並進の動的操作性楕円体の形状を補正する手法を付録 B に示す。

4.2 安定性解析

提案切替制御則 (11), (12) を適用したとき、閉ループ系は

$$\dot{\mathbf{x}} = (1-w)(\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_L) + w(\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_N)$$

となる。これは、線形制御則 $\mathbf{u}_L$ を用いた場合の閉ループ系と非線形制御則 $\mathbf{u}_N$ を用いた場合の閉ループ系の線形結合となる。いま、非線形制御則 $\mathbf{u}_N$ を用いた場合の閉ループ系は線形自律システムとなるので、これを

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_N = \mathbf{A}_N \mathbf{x}, \quad \mathbf{A}_N \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$$

と記述する。一方、線形制御則 $\mathbf{u}_L$ を用いた場合の閉ループ系は非線形システムであるが、原点の近傍 (すなわち、1 次近似線形化の近似の精度が十分良い範囲) では

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_L \approx \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{u}_L - \mathbf{u}_d)$$

$$= \mathbf{A}_L \mathbf{x}, \mathbf{A}_L \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$$

が成立する.

つまり, 提案制御則 (11), (12) を適用したときの閉ループ系は, 原点近傍において

$$\dot{\mathbf{x}} \approx ((1-w)\mathbf{A}_L + w\mathbf{A}_N)\mathbf{x} \quad (13)$$

と近似することができる. なお, ここでの原点近傍は制御則の切り替えの意味での原点近傍とは異なるため, 重み関数 w に対しては近似を行っていないことに注意する. したがって, 閉ループ系 (13) の安定性に関してつぎの定理を得る.

《定理 1》 次式を満たす正定対称行列 $\mathbf{P}$ が存在するとき, 任意の $w \in [0, 1]$ に対して閉ループ系 (13) の原点は指数安定となる.

$$\begin{cases} \mathbf{P}\mathbf{A}_L + \mathbf{A}_L^T \mathbf{P} < 0 \\ \mathbf{P}\mathbf{A}_N + \mathbf{A}_N^T \mathbf{P} < 0 \end{cases} \quad (14)$$

(証明) システム行列 $\mathbf{A}_L$ と $\mathbf{A}_N$ に対する共通リアプノフ関数の存在を示すことで, 閉ループ系 (13) の原点の安定性は保証可能であり, (14) 式を満たす正定対称行列 $\mathbf{P}$ が存在することは $\mathbf{A}_L$ と $\mathbf{A}_N$ が 2 次形式の共通リアプノフ関数をもつことと同値である²⁰⁾. なお, (14) 式を満たす正定対称行列 $\mathbf{P}$ の存在性は, 線形行列不等式 (LMI: linear matrix inequality) 問題として数値的に解くことにより容易に判別できる. $\square$

(注意 5) 定理 1 は任意の $w \in [0, 1]$ について安定性を保証するものであるため, 重み関数 w は任意に設計できる.

5. シミュレーション検証

本章では, 提案切替制御則 (11), (12) を用いた数値シミュレーションを行なうことにより, その有効性を確認する. 本検証では, Table 1 のパラメータをもつヘキサロータに対して, (i) 水平方向へ並進移動する場合, および (ii) 原点で静止中に外乱が加わる場合の 2 つの状況を考える.

まず, 線形制御則 $\mathbf{u}_L$ については 3.3 節と同一のものを適用する. つぎに, 非線形制御則 $\mathbf{u}_N$ については PD ゲインを

$$\mathbf{K}_\zeta = \text{diag}(25, 25, 25), \mathbf{K}_{\dot{\zeta}} = \text{diag}(10, 10, 10),$$

$$\mathbf{K}_\eta = \text{diag}(100, 100, 100), \mathbf{K}_{\dot{\eta}} = \text{diag}(20, 20, 20)$$

として 3.2 節の手順で設計する. 非線形制御則 $\mathbf{u}_N$ のゲインを 3.3 節のものと比べて大きめに設定する理由は, 非線形制御則 $\mathbf{u}_N$ の重みが大きくなる領域でその効果が十分現れるようにするためである. なお, これらを用いた切替制御則 (11), (12) による閉ループ系の局所安定性は, 定理 1 の不等式 (14) を満たす正定対称行列 $\mathbf{P}$ に関する LMI 問題を解くことにより確認している. また, 重み関数 w の設計パラメータである行列 $\mathbf{H}$ については, 基準となる動的可操作性楕円体を付録 A, B の手順で導出し, そのスケールの調整パラメータを $h_\zeta = 2, h_{\dot{\zeta}} = 2, h_\eta = 1, h_{\dot{\eta}} = 1$ として 4.1 節の手順で設計する.

Fig. 13 Time response of positions of case (i)

Fig. 14 Time response of attitudes of case (i)

Fig. 15 Time response of inputs of case (i)

Fig. 16 Time response of w of case (i)

まず, (i) の場合について, 3.3 節と同様に初期状態を $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$, 目標位置を $\zeta_d = [2 \ 1 \ 0]^T$ [m], 目標姿勢角を $\eta_d = [0 \ 0 \ 0]^T$ [rad] としたときの応答を Fig. 13~Fig. 16 に示す. Fig. 16 は重み関数 w の応答を表わしており, はじめは目標位置から離れているため重み w の値がほぼ 0 となっている. これに伴い, 1s 付近までは位置 ζ (Fig. 13) や姿勢角 η (Fig. 14), 入力 $\mathbf{u}$ (Fig. 15) の応答が線形制御則 $\mathbf{u}_L$ のみを使った場合の応答 (Fig. 4, 6, 8) と同様であることがわかる. 一方, ある程度目標位置に近づくと, 重み w の値が大きくなり非線形制御則 $\mathbf{u}_N$ が支配的になっていくため, 目標位置近傍 (2s 付近) では姿勢角 η を大きく変動させず 0 に収束させながら, 位置 ζ を目標値に制御していることがわかる. また, 全体的に小さな (制限の範囲を超えない) 入力で効率的な制御が達成されていることが確認できる.

つぎに, (ii) の場合に対して, 外乱として撃力を 2 回加えたときの応答を Fig. 17~Fig. 20 に示す. 1 回目の撃力は 0s のときに加え, 力積を $\mathbf{F}_{\text{ext}}\Delta t = [0.4 \ 0.3 \ -0.2]^T$ [Ns], 加わる位置を $\zeta_{\text{hit}} = [-0.05 \ 0.03 \ 0.02]^T$ [m] とする. 2 回目は 1.5s のときに加え, 力積を $\mathbf{F}_{\text{ext}}\Delta t = [1.4 \ -0.9 \ 0.6]^T$ [Ns], 加わる位置を $\zeta_{\text{hit}} = [0.06 \ -0.1 \ -0.02]^T$ [m] とする (なお, $\mathbf{F}_{\text{ext}}\Delta t$ と ζ_{hit} は慣性座標系から見た値であり, $\mathbf{F}_{\text{ext}} \in \mathbb{R}^3$ は外力の大きさ, $\Delta t > 0$ は外力が加わった微小時間を表わす). Fig. 17~Fig. 20 より, 1 回目の撃力が加わったときは撃力が比較的小さいため, ほぼ常に非線形制御則 $\mathbf{u}_N$ を使っており, 大きな姿勢変動を伴うことなく位置を制御できていることがわかる. 一方, 2 回目の撃力が加わったときは, 撃力が比較的大きいため, はじめは線形制御則 $\mathbf{u}_L$ を用いて姿勢変動を伴いながら原点に近づいている. さらに, ある程度原点に近づいたところで非線形制御則 $\mathbf{u}_N$ に切り替えることで, 目標位置付近では姿勢を大きく変動させることなく原点に収束していることがわかる. また, 本シミュレーションに関しても

Fig. 17 Time response of positions of case (ii)

Fig. 18 Time response of attitudes of case (ii)

Fig. 19 Time response of inputs of case (ii)

Fig. 20 Time response of w of case (ii)

入力 u の値が制限の範囲を超えていないことが確認でき、提案手法によって 2 つの制御則の切り替えが適切に行なわれていることがわかる。

6. おわりに

本論文では、全駆動構造をもつヘキサロータに対して、1 次近似線形化による線形制御と位置と姿勢の非干渉化による非線形制御の 2 つの制御手法を適切に切り替える新規の制御手法を提案した。まず、ヘキサロータに対してそれぞれの制御則を単独で適用したシミュレーションを行なうことで、それぞれの特徴や利点について考察した。つぎに、得られた考察に基づき、重み関数に基づく 2 つの制御則の切り替え手法を提案した。ここでは、与えられたヘキサロータの構造によって決定される動的可操作性楕円体に基づいて重み関数を設計しており、非線形制御則が過剰な入力を要求しないようなものとなっている。さらに、提案手法に対して安定性解析を行ない、数値シミュレーションによりその有効性を示した。

本研究の今後の課題としては、バックステッピング制御²¹⁾やスライディングモード制御²²⁾など、本論文で用いたものの以外の制御手法を用いた切替手法の検討が挙げられる。また、実験機を製作し、実験による有効性検証を行なうことも今後の方針の 1 つである。

謝辞 本研究は JSPS 科研費 25289128 の支援を受けたものであり、ここに感謝の意を表する。

参考文献

- 1) L. Johnson, S. Herwitz, S. Dunagan, B. Lobitz, D. Sullivan and R. Slye: Collection of Ultra High Spatial and Spectral Resolution Image Data over California Vineyards with a Small UAV, *Proceedings of the 30th International Symposium on Remote Sensing of Environment*, TS-12.4 (2003)
- 2) N. Metni and T. Hamel: A UAV for Bridge Inspection: Visual Servoing Control Law with Orientation Limits, *Automation in Construction*, **17**-1, 3/10 (2007)
- 3) L.R.G. Carrillo, A.E.D. Lopez, R. Lozano and C. Pegard: *Quad Rotorcraft Control: Vision-based Hovering and Navigation*, Springer (2013)
- 4) E. Kaufman, K. Caldwell, D. Lee and T. Lee: Design and Development of a Free-floating Hexrotor UAV for 6-DOF Maneuvers, *Proceedings of the 2014 IEEE Aerospace Conference*, 1/10 (2014)
- 5) T. Shimizu, S. Suzuki, T. Kawamura, H. Ueno and H. Murakami: Proposal of 6DOF Multi-copter and Verification of its Controllability, *Proceedings of the 34th Chinese Control Conference & SICE Annual Conference 2015*, 810/815 (2015)
- 6) 清水, 上野, 村上: 6 自由度独立制御可能な飛行体の提案とその設計手法, 第 32 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 3M1-05 (2014)
- 7) M. Ryll, H.H. Bühlhoff and P.R. Giordano: Modeling and Control of a Quadrotor UAV with Tilting Propellers, *Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 4606/4613 (2012)
- 8) Y. Long, L. Wang and D.J. Cappelleri: Modeling and Global Trajectory Tracking Control for an Over-actuated MAV, *Advanced Robotics*, **28**-3, 145/155 (2014)
- 9) G. Jiang and R. Voyles: Hexrotor UAV Platform Enabling Dexterous Interaction with Structures-flight Test, *Proceedings of the 2013 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics*, 1/6 (2013)
- 10) 大熊, 岩倉, 野波, 藤原: 非平面 6 発ロータヘリコプタの構想と設計, ロボティクス・メカトロニクス講演会 2013 予稿集, 13-2 (2013)
- 11) S. Rajappa, M. Ryll, H.H. Bulthoff and A. Franchi: Modeling, Control and Design Optimization for a Fully-actuated Hexarotor Aerial Vehicle with Tilted Propellers, *Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 4006/4013 (2015)
- 12) B. Crowther, A. Lanzon, M. Maya-Gonzalez and D. Langkamp: Kinematic Analysis and Control Design for a Nonplanar Multirotor Vehicle, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **34**-4, 1157/1171 (2011)
- 13) T. Higuchi, D. Toratani and S. Ueno: Collision Avoidance of Indoor Flying Double Tetrahedron Hexa-rotorcraft, *Proceedings of the 28th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences*, ICAS2012-11.5.1 (2012)
- 14) K. Kiso, T. Ibuki, M. Yasuda and M. Sampei: Structural Optimization of Hexrotors Based on Dynamic Manipulability and the Maximum Translational Acceleration, *Proceedings of the 2015 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, 774/779 (2015)
- 15) J.M. Seddon and S. Newman: *Basic Helicopter Aerodynamics*, 3rd Edition, John Wiley & Sons (2011)
- 16) R.M. Murray, Z. Li and S.S. Sastry: *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, CRC Press (1994)
- 17) 大住 晃: 線形システム制御理論, 森北出版 (株) (2003)
- 18) 鈴木, 関口, 三平: 多入力非線形システムに対する位相面における幾何学的考察に基づく非線形制御とその応用, 計測自動制御学会論文集, **51**-6, 430/439 (2015)
- 19) 吉川恒夫: ロボット制御基礎論, コロナ社 (1988)
- 20) 森, 森: 共通リヤプノフ関数問題: 背景・現状・課題, システム/制御/情報, **48**-12, 483/488 (2004)
- 21) G.P. Falconi and F. Holzapfel: Position Tracking of a Hexacopter Using a Geometric Backstepping Control Law: Experimental Results, *Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Aerospace Electronics and Remote*

Sensing Technology, 20/25 (2014)

- 22) S. Busarakum and V. Srichatrapimuk: The Design of Sliding Mode Control of a Hexarotor, *Proceedings of the 2014 IEEE Conference on Systems, Process and Control*, 47/52 (2014)

《付 録》

A. ヘキサロータの動的可操作性楕円体の導出

先行研究 14) に基づき, (7) 式を満たすヘキサロータに対し並進の動的可操作度 $v_F \geq 0$ と回転の動的可操作度 $v_M \geq 0$ をそれぞれ次式で定義する.

$$v_F = |\det(\mathbf{D}_F)|, \quad v_M = \left| \det \left(\frac{1}{L} \bar{\mathbf{I}}^{-1} \mathbf{D}_M \right) \right|.$$

ここで, $\mathbf{D}_F, \mathbf{D}_M, \bar{\mathbf{I}} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_F &= \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \mathbf{s}_3 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D}_M &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_1 \times \mathbf{s}_1 + c\mathbf{s}_1 & \boldsymbol{\xi}_2 \times \mathbf{s}_2 + c\mathbf{s}_2 & \boldsymbol{\xi}_3 \times \mathbf{s}_3 + c\mathbf{s}_3 \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathbf{I}} &= \frac{1}{\det(\mathbf{I})^{\frac{1}{3}}} \mathbf{I} \end{aligned}$$

であり, $\bar{\mathbf{I}}$ は $\det(\bar{\mathbf{I}}) = 1$ となるように正規化した慣性テンソルである. このとき, $\mathbf{U}, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{V} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ を用いて $\mathbf{D}_F$ を

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_F &= \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^T, \\ \mathbf{U} &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_2 & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \end{aligned}$$

のように特異値分解すると, 並進の動的可操作性楕円体の主軸は $\sigma_1 \mathbf{U}_1, \sigma_2 \mathbf{U}_2, \sigma_3 \mathbf{U}_3$ で与えられる¹⁹⁾. 回転の動的可操作性楕円体の主軸についても, $(\bar{\mathbf{I}}^{-1} \mathbf{D}_M / L)$ を特異値分解することによって同様に求められる.

B. 重力場における並進の動的可操作性楕円体の補正

ここでは, ヘキサロータに対する重力の影響とロータから出力できる推力の範囲を考慮し, 並進の動的可操作性楕円体の形状を補正することを考える.

いま, 目標姿勢角が $\boldsymbol{\eta}_d = \mathbf{0}$ の場合を考える. このとき, 機体の対称性より各ロータから出力される推力はすべて等しく, その大きさを $T_h > 0$ とする. ここで, ロータ i から生じる推力 T_i に対して, 新しく入力 $\bar{T}_i \in \mathbb{R}$ を

$$\bar{T}_i = T_i - T_h$$

と定義する. これは, 姿勢角が $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}$ のときの重力補償分の推力を差し引いたロータ i から生じる推力を表わしており, この入力为实现できる範囲は,

$$-T_h \leq \bar{T}_i \leq T_{\max} - T_h$$

となる. これはまた, 姿勢角が $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}$ のときは無重力下でロータ i が上向きに $T_{\max} - T_h$ まで推力を出力でき, 下向きに T_h まで推力を出力できるということに等しいと解釈できる. したがって, 機体の対称性より, 並進の動的可操作楕円体の z が正の部分を z 方向に $2(T_{\max} - T_h)/T_{\max}$ 倍し, 負の部分を z 方向に $2T_h/T_{\max}$ 倍して補正することで適切に動

的可操作性を考慮できる. なお, 回転の動的可操作性楕円体については, 重力の影響やロータが出力できる推力の範囲を考慮した場合でも, 機体の対称性からその形状は変化しない.

補正された並進の動的可操作性楕円体を用いて $\mathbf{H}_\zeta$ を設計する場合は, 機体の位置 ζ の z 成分が正か負かを考えて 2 つの楕円体を切り替えれば良い. つまり, ζ の z 成分が正であれば負の方向に移動したいので z 成分が負の範囲の楕円体を考え, ζ の z 成分が負であればその逆を考えて $\mathbf{H}_\zeta$ の値を切り替えれば良い. $\mathbf{H}_\zeta$ の設計についても同様であり, 機体の速度 $\dot{\zeta}$ の z 成分が正か負かを考慮して 2 つの楕円体を切り替えれば良い. このように楕円体を切り替えることで, 重み関数 w の変化の仕方も連続的になり, 上下方向の移動に対して異なる制御則の切り替わり方を実現できる.

[著 者 紹 介]

安 田 真 大

2016 年東京工業大学大学院理工学研究科機械制御システム専攻修士課程修了. 同年自律制御システム研究所勤務となり, 現在に至る. 非線形システムに対する制御理論の構築とその応用の研究に従事.

伊 吹 竜 也 (正会員)

2013 年東京工業大学大学院理工学研究科博士後期課程修了. 同年東京工業大学大学院理工学研究科助教, 2016 年同工学院システム制御系助教となり現在に至る. 2012~2013 年日本学術振興会特別研究員 DC. ロボティックネットワークの協調制御, 非線形システムの制御, 視覚と制御の融合の研究に従事. 博士 (工学). IEEE などの会員.

鈴 木 洋 史 (正会員)

2001 年東京工業大学大学院総合理工学研究科修士課程修了. 2003 年防衛庁技術研究本部勤務 (現防衛装備庁). 2013 年東京工業大学大学院理工学研究科博士後期課程修了. 非線形制御理論, 特に非線形コントローラ的设计法の研究に従事. 日本機械学会の会員.

三 平 満 司 (正会員)

1987 年東京工業大学大学院理工学研究科博士後期課程修了. 千葉大学工学部助手, 同助教授, 東京工業大学工学部助教授などを経て, 同工学院システム制御系教授となり現在に至る. 非線形制御理論とその応用, 非ホロノミックシステムの制御, 線形制御理論とその応用などの研究に従事. 工学博士. IEEE などの会員.