電力系統の減衰性能を強化する潮流状態の探索

荒 幡 充*・井 上 正 樹*

定 本 知 徳**・鈴 村 美 月*

Power Flow Design to Enhance Damping Performance of Power Systems

Mitsuru ARAHATA*, Masaki INOUE*,
Tomonori SADAMOTO** and Mizuki SUZUMURA*

In this paper, we address a problem of enhancing damping performance of power systems. The performance enhancement is achieved by controlling the power flow and by supplementarily adding controllers. The power flow control problem is formulated as parameter design in the parameter-dependent power system model. We propose an iterative approach of linear matrix inequalities to solve the parameter design problem. Furthermore, in order to improve damping performance of the power system, controller design is combined with the parameter design.

Key Words: power flow, damping performance, simultaneous design of power flow and controller

1. はじめに

近年、地球温暖化対策やエネルギー自給率向上の観点から、再生可能エネルギー (Renewable Energy: RE) の導入が注目されている。日本においても、2030 年の発電電力量のうち、RE による発電量が 22~24%を占める見通しである¹⁾。RE の大量導入により、電力系統において新たな問題が生じることが予想される。たとえば、RE による発電量は天候に依存して不確実に変動するため、外乱として振る舞い、電力系統の周波数や電圧に悪影響を及ぼす恐れがある。したがって、これらの悪影響を軽減するためには、これまで以上に電力系統の外乱減衰性能を強化する方策が必要となる。

減衰性能を強化する方策として、たとえば電力系統安定化装置 (Power System Stabilizer: PSS) の利用があげられる²⁾。PSS は、系統内で生じる電力動揺の減衰性能を高める機能を有する。しかし、低周波帯域で生じる動揺を減衰するためには、PSS の利用だけでは十分でない^{3), 4)}。とくに低周波帯域での減衰性能を強化するためには、従来の PSS に加えて、新たな制御方策をとる必要がある。本論文では、潮流状態、すなわち定常状態において系統内の各送電線に流れる電力の空

間的な分布に依存して電力系統の減衰性能が変化する点に着目する。この事実は 2 章で例示する。そして、減衰性能を強化するための最適な潮流状態の設計法を提案する。

一般に電力系統の潮流状態は、燃費や電力損失などを考慮し、経済性の面で最適となるように決定される^{5)~7)}。この潮流決定方法は、系統内における発電量や消費電力の変動、すなわち外乱が小さい場合には望ましい方法である。しかし、くもりの日で太陽光による発電量の変動が大きくなる場合など、RE 導入に起因する外乱によって、電力系統の安定性が損なわれる場合がある^{8), 9)}。このような場合には、経済性に加えて安定性を重視することが重要であると筆者らは考える。潮流状態を決定する際に安定性を保証する制約を加える方法も知られているが、これらの方法は、電力系統が安定であるか否かの定性的な保証をするのみである^{10)~12)}。筆者らの知る限り、電力系統において定量的に外乱の減衰性能まで取り入れた潮流状態の設計は研究されていない。本論文の貢献は、従来はない定量的な外乱減衰性能まで陽に取り入れた潮流状態の設計法の提案である。

本論文では潮流状態の設計に加えて、さらに制御器の同時設計にも取り組む。電力系統の減衰性能は、たとえば PSS など、系統内の制御器の性能にも依存する^{3), 4)}。そのため、潮流の設計に加えて制御器の設計を行なうことで、減衰性能のさらなる向上が期待できる^{3), 4), 13), 14)}。ただし、潮流の変化に応じて電力系統の動特性は変化するため、潮流設計のたびに制御器を設計することが望ましい。そこで本論文では、潮流設計と制御器設計を同時に行なう方策も提案する。

本論文の構成を以下に示す。2 章では、研究の動機づけとして、潮流状態によって外乱の減衰性能が変化することを数値実

* 慶應義塾大学理工学部 横浜市港北区日吉 3-14-1

** 電気通信大学大学院情報理工学研究科 調布市調布ヶ丘 1-5-1

* Faculty of Science and Technology, Keio University, 3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama, Kanagawa

** Graduate School of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications, 1-5-1 Chofugaoka, Chofu

(Received October 17, 2018)

(Revised November 29, 2018)

験により示す。3章では、電力系統に限定しない一般の非線形システムに対して、パラメータ設計による減衰性能強化の問題設定を行なう。4, 5章ではそれぞれ、潮流状態の設計による減衰性能強化のためのアルゴリズムと、それを拡張した潮流状態と制御器の同時設計のアルゴリズムを提案する。6章では、提案したアルゴリズムの電力系統への適用例を示す。

表記: $[v]_i$ はベクトル v の i 成分を表わすものとする。

2. 動機づけ：潮流状態による減衰性能の変化

本章では、潮流状態に着目した減衰性能強化の動機づけとして、ある電力系統における潮流状態と減衰性能の関係を確かめる。対象として、Fig. 1 に示す電力モデルを考える²⁾。この電力モデルは、発電機の発電量をパラメータとするパラメータ依存の非線形微分代数方程式として記述される。電力モデルの詳細は、付録 A に示す。Fig. 1 で、 $\text{Gen}i$, $i \in \{1, \dots, 4\}$ は発電機を表わし、 $\text{Gen}i$ の発電量を p_i とする。Fig. 1 の電力モデルの潮流は p_i の値によって決定される。なお、潮流の決定については、付録 B に示す。本章では、

$$[p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4]^T = [7.5 \ 7.5 \ 10.9 \ 7.5]^T \quad (1)$$

$$[p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4]^T = [2.4 \ 10.3 \ 14.0 \ 6.7]^T \quad (2)$$

とした2つの潮流状態において、Load 5 で発生した有効消費電力の変動が、Gen 1 の周波数に与える影響を確かめた。ただし、本論文では電力の単位に pu を用いて、1 pu = 100 MW であるとする。(1), (2)式の条件のもと、0.2s 間に、Load 5 の有効消費電力を 0.5 だけステップ状に増加させたときの時間応答を比較した。

シミュレーションの結果を、Fig. 2 に示す。図で、破線は(1)式の潮流状態、実線は(2)式の潮流状態における応答であ

Fig. 1 4-machine 2-area system²⁾

Fig. 2 Disturbance responses

る。図より、実線は一定値に収束している一方で、破線は振動を続けていることがわかる。ここで、2つの応答においては発電機に接続されている PSS などの制御器が全く同一である点に注意する。すなわち、潮流状態が変化するだけで、外乱に対する減衰性能が変化したこととなる。このことは、潮流状態の設計により、電力系統の減衰性能を改善できることを示唆している。次章以降では、電力系統の潮流設計問題を、パラメータ依存の非線形モデルにおける、パラメータ設計問題に帰着させる。まずは、電力系統に限定しない一般の非線形システムを対象に問題設定を行なう。

3. 問題設定

本章ではまず、一般の非線形システムのモデルに対して、減衰性能の強化を目的とした $\mathcal{L}_2$ ゲイン最小化問題を記述する。つぎに、求解が難しいこの最小化問題に対して、線形近似モデルを利用した一解法を提案する。

3.1 非線形システムの $\mathcal{L}_2$ ゲイン最小化問題

対象の非線形システム N_p は、 $w \in \mathbb{R}^{n_w}$ を外乱入力、 $z \in \mathbb{R}^{n_z}$ を出力として

$$N_p : \begin{cases} \dot{x} = f(x, p, w) \\ z = g(x, p, w) \end{cases} \quad (3)$$

と記述される。ただし、 $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ は内部状態、 $p \in \mathcal{P} \subseteq \mathbb{R}^{n_p}$ は調整可能なパラメータである。また、 $\mathcal{P}$ は実現可能なパラメータの集合を表わす。なお、電力系統のモデルは微分代数方程式で記述されることが一般的である²⁾。記号の煩雑さを避けるために本論文では上記の微分方程式に対してのみ議論するが、議論は微分代数方程式の場合に拡張できる。

(3), (4)式において p を調整することで、 w が z に与える影響を抑制する問題を考える。この問題を、つぎの最小化問題として記述する。

[問題 1] つぎの最小化問題

$$\min_{p \in \mathcal{P}} \|N_p\|_{\mathcal{L}_2}$$

を求解せよ。

ここで、 $\|N_p\|_{\mathcal{L}_2}$ は N_p の $\mathcal{L}_2$ ゲインを表わす。 $\mathcal{L}_2$ ゲインの評価関数が陽に記述できないなどの理由から、数値的であっても問題 1 を直接求解することは難しい。そのため、本論文では N_p の平衡点近傍における線形近似モデルを利用することで、近似的に問題 1 を解くことを考える。

3.2 線形近似モデルの $\mathcal{H}_\infty$ ノルム最小化問題

本節では、問題 1 を近似的に解くために、線形近似モデルを利用した問題設定を行なう。あるパラメータ p のとき、 N_p を $(x, w) = (x^*, w^*)$ 近傍で線形近似したモデルを

$$L_p : \begin{cases} \dot{x} = A_p x + B_p w \\ z = C_p x + D_p w \end{cases}$$

と記述する。ただし、各係数行列は p に依存して決まり、

$$A_p = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x,w)=(x^*,w^*)}, \quad B_p = \frac{\partial f}{\partial w} \Big|_{(x,w)=(x^*,w^*)},$$

$$C_p = \frac{\partial g}{\partial x} \Big|_{(x,w)=(x^*,w^*)}, \quad D_p = \frac{\partial g}{\partial w} \Big|_{(x,w)=(x^*,w^*)},$$

である。以下、これらの係数行列を用いて L_p の伝達関数表現を

$$L_p(s) = C_p(sI - A_p)^{-1}B_p + D_p$$

と与える。ただし、 s はラプラス演算子であり、 I は適切なサイズの単位行列である。 L_p において、 w から z への影響を抑制するために、つぎの $\mathcal{H}_\infty$ ノルム最小化問題を考える。

[問題 2] つぎの最小化問題

$$\min_{p \in \mathcal{P}} \|L_p\|_\infty \quad (5)$$

を求解せよ。

ここで、 $\|L_p\|_\infty$ は L_p の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムを表す。問題 2 を新たに設定したものの、線形近似した L_p はパラメータ p に関して非線形性を有していることから、問題 2 の求解も容易ではない。そこで、 L_p の p に関する 1 次近似モデルを利用する。 L_p を $p = p_0$ まわりで一次近似すると、

$$L_p \approx L_{p_0} + \frac{\partial L_p}{\partial p} \Big|_{p=p_0} \Delta p \quad (6)$$

と書ける。ただし、

$$\Delta p = p - p_0 \in \mathcal{P}_0 := \{\Delta p \mid p_0 + \Delta p \in \mathcal{P}\}$$

である。 Δp の調整によって (6) 式の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムを小さくすることができれば、 $p = p_0$ まわりにおいて、 L_p の減衰性能の向上が期待される。そこで、まずは局所的なつぎの問題を解くことで、問題 2 の求解を試みる。

[問題 3] $L_{p_0}, \partial L_p / \partial p$ が与えられたとき、つぎの最小化問題

$$\min_{\Delta p \in \mathcal{P}_0} \left\| L_{p_0} + \frac{\partial L_p}{\partial p} \Big|_{p=p_0} \Delta p \right\|_\infty \quad (7)$$

を求解せよ。

3 章で具体的に示すように、 $\partial L_p / \partial p$ は数値的に求めることができる。そこで、次節では $\partial L_p / \partial p$ はある線形モデルで記述されると仮定して、問題 3 を解くために、線形行列不等式 (Linear Matrix Inequality: LMI) を用いた問題設定をする。

3.3 LMI 制約下での $\mathcal{H}_\infty$ ノルム最小化問題

問題 3 をブロック線図を用いて表現するために、Fig. 3 に

Fig. 3 The objective function of Eq. (7)

示すブロック線図を考える。問題 3 は、図で w から z までの $\mathcal{H}_\infty$ ノルムを最小化する Δp を設計する問題と解釈できる。この Δp の設計問題は、LMI 制約下での最小化問題に帰着される。

L_{p_0} と $\partial L_p / \partial p$ の状態空間表現はそれぞれ

$$L_{p_0} : \begin{cases} \dot{x} = A_{p_0}x + B_{p_0}w \\ z_0 = C_{p_0}x + D_{p_0}w \end{cases}$$

$$\frac{\partial L_p}{\partial p} : \begin{cases} \dot{x}_\delta = A_\delta x_\delta + B_\delta w' \\ z_\delta = C_\delta x_\delta + D_\delta w' \end{cases}$$

とする。ただし、 $x_\delta \in \mathbb{R}^{n_\delta}$ は $\partial L_p / \partial p$ の内部状態、 $w' \in \mathbb{R}^{n_{w'}}$ は $\partial L_p / \partial p$ への入力、 $z = z_0 + z_\delta$ であり、各係数行列は適切なサイズである。このとき、 $w' = \Delta p w$ であることに注意すると、 w から z までの状態空間表現 L_{zw} は

$$L_{zw} : \begin{cases} \dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}(\Delta p)w \\ z = \bar{C}\bar{x} + \bar{D}(\Delta p)w \end{cases} \quad (8)$$

$$z = \bar{C}\bar{x} + \bar{D}(\Delta p)w \quad (9)$$

と記述される。ただし、

$$\bar{x} = [x^\top x_\delta^\top]^\top,$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_{p_0} & 0 \\ 0 & A_\delta \end{bmatrix}, \quad \bar{B}(\Delta p) = \begin{bmatrix} B_{p_0} \\ B_\delta \Delta p \end{bmatrix},$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C_{p_0} & C_\delta \end{bmatrix}, \quad \bar{D}(\Delta p) = D_{p_0} + D_\delta \Delta p,$$

である。ここで、 $\bar{B}(\Delta p), \bar{D}(\Delta p)$ のみに調整パラメータ Δp が含まれていることに注意する。(8), (9) 式で表わされる L_{zw} の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムについて、有界実補題¹⁵⁾より LMI を用いたつぎの補題が成り立つ。

[補題 1] ある $\gamma > 0$ に対して、 $\|L_{zw}\|_\infty < \gamma$ であるための必要十分条件は、

$$\begin{bmatrix} \bar{A}Q + Q\bar{A}^\top & Q\bar{C}^\top & \bar{B}(\Delta p) \\ \bar{C}Q & -\gamma I & \bar{D}(\Delta p) \\ \bar{B}(\Delta p)^\top & \bar{D}(\Delta p)^\top & -\gamma I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (10)$$

を満たす $Q \succ 0, \Delta p$ が存在することである。

ここで、 $\bar{B}(\Delta p), \bar{D}(\Delta p)$ は Δp に関してアファインとなっているため、(10) 式は変数に関してアファインである。補題 1 を用いると、問題 3 はつぎの問題 4 へと等価変換できる。

[問題 4] $L_{p_0}, \partial L_p / \partial p$ が与えられたとき、つぎの最小化問題

$$\min_{Q \succ 0, \Delta p \in \mathcal{P}_0} \gamma \quad \text{s.t.} \quad (10) \text{ 式}$$

を求解せよ。

問題 4 は、問題 1 を近似的に解くために導出した問題である。そのため、問題 4 と問題 1 の最適値の間には、一般にギャップが存在する。次章では、両者のギャップを小さくするために、 p を更新するアルゴリズムについて記述する。

4. $\mathcal{L}_2$ ゲイン最小化のための p の更新アルゴリズム

本章では、問題 4 と問題 1 の最適値のギャップを小さくす

るための、 p の更新アルゴリズムを記述する.

まず、(6)式の一次近似モデルを数値的に求めるために、 $\partial L_p / \partial p$ の i 成分を、つぎの勾配モデル

$$\left[\frac{\partial L_p}{\partial p} \right]_{p=p_0} \approx \frac{L_{p_0 + [\Delta P]_i e_i} - L_{p_0}}{[\Delta P]_i}, \quad i \in \{1, \dots, n_p\} \quad (11)$$

で記述する. ただし、 ΔP は勾配作成のための刻み幅をまとめたベクトルであり、 e_i は i 成分を 1 とする単位ベクトルである. そして、(11)式を利用して問題 4 を解き、最適解 Δp^* を得る.

問題 4 を解くことで得られる方向 $\Delta p^* / |\Delta p^*|$ は、 $p = p_0$ まわりで $\mathcal{H}_\infty$ ノルムが最小となる方向である. そこで、 p_0 から $\Delta p^* / |\Delta p^*|$ の方向へと p を操作し、(5)式の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムが最小となる点をラインサーチにより求める^(注 1). すなわち、つぎの最小化問題を解く.

[問題 5] つぎの最小化問題

$$\min_{\alpha} \|L_{p_0 + \alpha \Delta p^*}\|_{\infty} \quad \text{s.t.} \quad p_0 + \alpha \Delta p^* \in \mathcal{P}$$

を求解せよ.

そして、得られた $p_0 + \alpha \Delta p^*$ を基準として(11)式の勾配モデルを再度作成し、上記の手順を繰り返す.

以上の操作の目的は、問題 4 と問題 1 の最適値のギャップを小さくすることであった. そこで本論文では、問題 4 を解くことで $\mathcal{H}_\infty$ ノルムが小さくなる方向が見つからなかった場合、すなわち、ある定数 ε に対して

$$|\Delta p^*| < \varepsilon$$

が成り立てば操作を終了する.

以上の手順を、 p の更新アルゴリズムとして示す. ここで、アルゴリズム中の添え字 k は更新の回数を表わす.

(アルゴリズム 1: $\mathcal{L}_2$ ゲイン最小化のための p の更新)

0. 調整パラメータの初期値 p_k , $k = 0$ を与える.
1. p_k の近傍で、勾配モデル $\frac{\partial L_p}{\partial p}$ を作成する.
2. 問題 4 の最適解 Δp_k^* を求める.
3. $|\Delta p_k^*| < \varepsilon$ であれば終了する.
4. 問題 5 の最適解 α^* を求める.
5. $p_{k+1} = p_k + \alpha^* \Delta p_k^*$ と更新し、1 へ戻る.

上記のアルゴリズムは、たとえば PSS などといった、ある制御器を固定したうえでパラメータ更新を行なうことを想定している. 一般に、パラメータが更新されるたびにシステム

(注 1) Δp は線形近似した問題 3 における最適解であるが、非線形システムに対するもの問題 1 では、 Δp の方向に微小量変化させたときの性能向上しか保証されていない. このギャップを埋めるための 1 つの方策として、 Δp の方向でさらにラインサーチによる最適化を図る.

の動特性は変化するため、最適な減衰性能を実現する制御器は変化する. したがって、パラメータの更新に伴い制御器が更新されることが望ましい. 次章ではパラメータの更新と制御器の設計を同時に行なうアルゴリズムを記述する.

5. 制御器の同時設計

前章までは、非線形モデルの調整可能パラメータを更新することで、システムの外乱減衰性能を強化する問題を考えた. 本章では、パラメータを更新するたびに制御器を設計しなおすことで、減衰性能のさらなる強化を図る.

設計する制御系を、Fig. 4 に示す. 図で、 N_p は動的システムを表わし、

$$N_p : \begin{cases} \dot{x} = f(x, p, w, u) \\ z = g(x, p, w, u) \\ y = h(x, p, w, u) \end{cases}$$

と記述される. ただし、 $y \in \mathbb{R}^{n_y}$, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ は K への入出力である.

一方、 K は制御器を表わし

$$K : \begin{cases} \dot{x}_K = A_K x_K + B_K y \\ u = C_K x_K + D_K y \end{cases}$$

と記述される. ただし、 $x_K \in \mathbb{R}^{n_{x_K}}$ は K の内部状態であり、各係数行列は適切なサイズである. Fig. 4 において、 w から z への影響を抑制する制御器 K を設計する. ただし、非線形システムである N_p に対する制御器の設計は困難であるため、3 章と同様にして N_p を線形近似したモデル L_p を利用する. ここで、 L_p と K からなる閉ループシステムを $\Sigma_{FB}(L_p, K)$ と記述する. そして、パラメータ p が変化するたびに、 $\|\Sigma_{FB}(L_p, K)\|_{\infty}$ を最小とする K を、LMI 制約下での最小化問題を解くことで設計する.

以上の設計法を取り入れ、パラメータ調整と制御器の同時設計のアルゴリズムを示す. アルゴリズム 2 では、アルゴリズム 1 と比べて、新たに制御器を設計する手順 1 が加わった. 一方、アルゴリズム 2 の手順 2, 3, 5 は、それぞれアルゴリズム 1 の手順 1, 2, 4 における L_p を Σ_{FB} に置き換えたものである.

(注意) 本論文では、制御器 K として一般の線形動的システムを考えた設計のアルゴリズムを記述した. しかし、実用上はコストや信頼性の問題などから、新たに制御器を実装することが難しいことも考えられる. そのような場合には、PSS などの既存の制御器において許される内部パラメータの更新のみでも、減衰性能の強化が期待できる.

Fig. 4 Closed loop system

(アルゴリズム 2: p の更新と K の同時設計)

0. 調整パラメータの初期値 $p_k, k = 0$ を与える.
1. L_{p_k} に対して, $\|\Sigma_{FB}(L_{p_k}, K_k)\|_\infty$ を最小とする K_k を設計する.
2. p_k の近傍で, 勾配モデル $\frac{\partial \Sigma_{FB}}{\partial p}(L_{p_k}, K_k)$ を作成する.
3. $\Sigma_{FB}(L_{p_k}, K_k), \frac{\partial \Sigma_{FB}}{\partial p}(L_{p_k}, K_k)$ について問題 4 を解き, 最適解 Δp_k^* を求める.
4. $|\Delta p_k^*| < \varepsilon$ であれば終了する.
5. $\Sigma_{FB}(L_{p_k + \alpha \Delta p_k^*}, K_k)$ について問題 5 を解き, 最適解 α^* を求める.
6. $p_{k+1} = p_k + \alpha^* \Delta p_k^*$ と更新し, 1 へ戻る.

6. 数 値 例

本章では, アルゴリズム 1, 2 を用いて, 電力系統モデルの減衰性能を強化する問題を考える. とくに, inter-area oscillation と呼ばれる $0.6 \sim 5.0$ rad/s 付近の周波数帯域で生じる電力動揺¹⁶⁾の抑制を目的として, 周波数帯域 $\Omega := [1, \infty)$ で減衰性能を評価する. また, 数値的な計算のしやすさから, Ω の帯域でかつ平衡点近傍での線形近似モデル L_p をもとに, そのピークゲイン $\|L_p\|_{\infty, \Omega}$ を評価指標として用いることとする. ここで, Ω におけるゲインを小さくするために, 問題 4 を解くときに周波数の重みづけをした. 本章では, 2 次のハイパスフィルタを通した信号を評価出力とすることで, Ω におけるピークゲインの抑制を図った. 対象は, Fig. 1 に示す電力モデルとする.

6.1 p の更新のみの場合

Fig. 1 において, 調整可能なパラメータは Gen1, Gen2, Gen4 の発電量であり,

$$p = [p_1 \ p_2 \ p_4]^\top$$

とする. また, Bus 3 は Slack Bus (または Swing Bus とともいう) であるとする. すなわち, 系統内の需給バランスが保たれるように p_3 が決定される²⁾. 一方, 外乱 w は Load 5 の有効消費電力の定常値からの変動であり, 出力 z は Gen 1 の周波数偏差であるとする.

発電量の初期値は(1)式と同じで,

$$p = [7.5 \ 7.5 \ 7.5]^\top, p_3 = 10.9$$

とした. なお, 初期条件において, w から z までの $\mathcal{L}_2$ ゲインを近似的に $\mathcal{H}_\infty$ ノルムで計算すると, ピークゲインは

$$\|L_p\|_{\infty, \Omega} = 0.0045 \quad (12)$$

であった. また, (11)式の勾配モデルを作成するために,

$$\Delta P = [0.20 \ 0.20 \ 0.20]^\top$$

Fig. 5 Comparison of the gain diagrams

Fig. 6 The enlarged diagram of Fig. 5

とした.

以上の条件のもと, p の更新アルゴリズムを適用した. アルゴリズム終了時のピークゲインは

$$\|L_{p^*}\|_{\infty, \Omega} = 0.0016 \quad (13)$$

となった. (12), (13)式を比較すると, 発電量 p の更新により, w から z までのピークゲインが 0.36 倍に減少したことが確認できた. ここで, アルゴリズム適用前後の, L_p のゲイン線図を Fig. 5 に示す. また, $1 \sim 10$ rad/s の周波数帯域における L_p のゲイン線図を, Fig. 6 に示す. 図で, 実線と破線はそれぞれアルゴリズム適用前と適用後のゲインを表わしている. 図より, 系統内で電力動揺を起こしうる $1 \sim 10$ rad/s の周波数帯域において, ゲインが抑制されていることが確認できる.

一方, アルゴリズム終了時の発電量は

$$p^* = [2.4 \ 10.3 \ 6.7]^\top, p_3 = 14.0$$

となった. このパラメータは, 2 章で示した(2)式の条件にはかならない. すなわち, Fig. 2 に示した時間応答は, 本章の数値例におけるアルゴリズム適用前後の応答を示している. 以上の結果から, 発電量 p の調整により, 外乱減衰性能の強化が達成されたといえる.

6.2 p の更新と K の同時設計

本節では, p の更新と K の同時設計を行なうアルゴリズム 2 の適用例を示す. 調整可能パラメータおよび初期条件, 勾配モデル作成のための ΔP の条件は前節と同じとする. 制御器の設計にあたり, Gen 1 の周波数偏差を観測出力 y とする. また, 母線電圧の大きさの指令値の変置量が制御入力 u であり, 自動電圧調整器を介して制御対象に印加される.

アルゴリズム適用前後の L_p のゲイン線図を, Fig. 7 に示す. 図より, アルゴリズム 2 の利用によりピークゲインが抑

Fig. 7 Comparison of the gain diagrams

Table 1 Comparison of $\|L_p\|_{\infty, \Omega}$

	$\ L_p\ _{\infty, \Omega}$
Initial condition	0.0045
Applied algorithm 1	0.0016
Controller design only	0.00091
Applied algorithm 2	0.00074

制されていることがわかる。なお、アルゴリズム終了時のピークゲインは

$$\|\Sigma_{FB}(L_p^*, K)\|_{\infty, \Omega} = 0.00074$$

となり、(12)式に比べて0.16倍に減少した。さらにこの結果は、アルゴリズム1を適用した後の(13)式よりも小さな値となっている。また、比較のために、初期条件において制御器の設計のみを行なった場合のピークゲインを計算すると $\|\Sigma_{FB}(L_p, K)\|_{\infty, \Omega} = 0.00091$ であった。以上の結果を、Table 1にまとめる。表より、潮流設計および制御器の設計をそれぞれ独立に行なう場合に比べて、アルゴリズム2による同時設計を行なうことで、ピークゲインがより抑制されていることが確認できる。

7. おわりに

本論文では、電力系統における外乱減衰性能強化のための、潮流状態の探索アルゴリズムを提案した。そして、小規模な電力モデルに対してアルゴリズムを適用し、減衰性能の強化を確認した。さらに、潮流状態と制御器の同時設計を行なうことで、減衰性能のさらなる改善が可能となることを示した。

本論文の数値実験では比較的調整パラメータ数の少ないモデルを用いたが、よりパラメータ数が多く試行錯誤的な調整が困難となるモデルに対してとくに提案法が効果的であると期待している。想定されるのは、電力のデマンドレスポンスのように、発電機などの供給側だけでなく需要側も制御できるような状況¹⁷⁾である。このとき、調整可能パラメータとして、発電機の発電量だけでなく各エリアの需要量も含まれる。このような状況下で、提案法をもとに多数の発電機と需要家群の調整を行ない、電力系統の減衰性能を強化することが今後の課題としてあげられる。

また、本論文で提案したアルゴリズムはある局所解を探索する方法であり、勾配計算に基づく手法であった。一方、解の大域的な探索手法として、勾配計算を必要としない粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization: PSO) が知られて

いる¹⁸⁾。今後の課題として、本論文で提案したアルゴリズムにPSOを組み込んだ拡張が考えられる。

謝辞 本研究は、JST CREST JPMJCR15K1の支援を受けた。

参考文献

- 1) 経済産業省：長期エネルギー需給見通し (2015)
- 2) P. Kundur: *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill Education (1994)
- 3) I. Zenelis and X. Wang: Wide-area damping control for interarea oscillations in power grids based on PMU measurements, *IEEE Control Systems Letters*, **2**-4, 719/724 (2018)
- 4) X. Yang and A. Feliachi: Stabilization of inter-area oscillation modes through excitation systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, **9**-1, 494/502 (1994)
- 5) J.A. Momoh, R. Adapa and M. El-Hawary: A review of selected optimal power flow literature to 1993. I: Nonlinear and quadratic programming approaches, *IEEE Transactions on Power Systems*, **14**-1, 96/104 (1999)
- 6) L. Gan, N. Li, U. Topcu and S.H. Low: Exact convex relaxation of optimal power flow in radial networks, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **60**-1, 72/87 (2015)
- 7) Q. Peng and S.H. Low: Distributed optimal power flow algorithm for radial networks, I: Balanced single phase case, *IEEE Transactions on Smart Grid*, **9**-1, 111/121 (2018)
- 8) F. Katiraei and J.R. Aguero: Solar PV integration challenges, *IEEE Power and Energy Magazine*, **9**-3, 62/71 (2011)
- 9) D. Gautam, V. Vittal and T. Harbour: Impact of increased penetration of DFIG-based wind turbine generators on transient and small signal stability of power systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, **24**-3, 1426/1434 (2009)
- 10) D. Gan, R.J. Thomas and R.D. Zimmerman: Stability-constrained optimal power flow, *IEEE Transactions on Power Systems*, **15**-2, 535/540 (2000)
- 11) H. Cai, C. Chung and K. Wong: Application of differential evolution algorithm for transient stability constrained optimal power flow, *IEEE Transactions on Power Systems*, **23**-2, 719/728 (2008)
- 12) N. Mo, Z. Zou, K. Chan and T. Pong: Transient stability constrained optimal power flow using particle swarm optimisation, *IET Generation, Transmission & Distribution*, **1**-3, 476/483 (2007)
- 13) B. Pierre, R. Elliott, D. Schoenwald, J. Neely, R. Byrne, D. Trudnowski and J. Colwell: Supervisory system for a wide area damping controller using PDCI modulation and real-time PMU feedback, *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 2016, 1/5 (2016)
- 14) L.-J. Cai and I. Erlich: Simultaneous coordinated tuning of PSS and FACTS damping controllers in large power systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, **20**-1, 294/300 (2005)
- 15) K. Zhou and P.P. Khargonekar: An algebraic Riccati equation approach to H_∞ optimization, *Systems & Control Letters*, **11**-2, 85/91 (1988)
- 16) M. Klein, G.J. Rogers and P. Kundur: A fundamental study of inter-area oscillations in power systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, **6**-3, 914/921 (1991)
- 17) P. Siano: Demand response and smart grids—A survey, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **30**, 461/478 (2014)
- 18) J. Kenney: Particle swarm optimization, *Proc. IEEE Inter-*

national Conference on Neural Networks, 1995, 1942/1948 (1995)

- 19) T. Sadamoto, A. Chakraborty, T. Ishizaki and J. Imura: Dynamic modeling, stability, and control of power systems with distributed energy, IEEE Control System Magazine, in press (2018)

《付 録》

A. 電力系統モデル

本章では、太字を用いた変数 $\mathbf{x}$ は複素変数を表わす。 j は虚数単位を表わし、 x の複素共役を $x^\dagger$ と記述する。 x の絶対値を $|x|$ と記述する。 $\angle X$ は X の位相角を表わす。 添え字 $\star$ は平衡点を表わす。

電力系統は、 N 個の母線、 N_G 個の同期発電機、 N_L 個の負荷、 およびそれらを連絡する送配電網により構成される。 以下では母線につながる発電機の番号を $\{1, \dots, N_G\}$ と記述し、 母線につながる負荷の番号を $\{N_G + 1, \dots, N_G + N_L\}$ と記述する。

A.1 発電機

各 $k \in \{1, \dots, N_G\}$ に対し、 k 番目の同期発電機は、 同期機と励磁システムから構成される¹⁹⁾。 同期発電機のダイナミクスは (A.1) 式で記述される。 ここで、 $\bar{\omega} = 120\pi$ は基準角速度 (rad/s)、 δ_k は一定の同期角速度 $\bar{\omega}$ で回転する基準系に対する回転子角度 (rad)、 $\Delta\omega_k$ は回転子角速度、 E_k は回転子の内部電圧、 $V_{fd,k}$ は界磁電圧、 p_k は機械入力、 $\mathbf{V}_k$ は母線電圧である。 また、 M_k 、 d_k はそれぞれ回転子の慣性定数、 制動係数を表わし、 $\tau_{do,k}$ は開路時定数、 $X_{d,k}$ 、 $X_{q,k}$ はそれぞれ d 軸、 q 軸の同期リアクタンス、 $X'_{d,k}$ は d 軸の過渡リアクタンスを表わす。 励磁システムは、 自動電圧調整器を含む励磁機と PSS から構成される。 励磁機のダイナミクスは

$$\dot{V}_{fd,k} = \frac{1}{\tau_{e,k}} (-V_{fd,k} + V_{fd,k}^\star + V_{a,k}), \quad (\text{A.2})$$

$$V_{a,k} = K_{a,k} (|\mathbf{V}_k| - |\mathbf{V}_k^\star| - v_k),$$

と記述される。 ただし、 $\tau_{e,k}$ 、 $K_{a,k}$ は調整機時定数 (sec) およびゲインであり、 v_k は PSS による入力信号である。 一方、 PSS のダイナミクスは

$$\dot{\zeta}_k = A_{\text{pss},k} \zeta_k + B_{\text{pss},k} \Delta\omega_k, \quad (\text{A.3})$$

$$v_k = C_{\text{pss},k} \zeta_k + D_{\text{pss},k} \Delta\omega_k,$$

と記述される。 ただし、 各係数行列は (A.4) 式で記述され、 $K_{\text{pss},k}$ は PSS ゲインである。 また、 $\tau_{L1,k}$ 、 $\tau'_{L1,k}$ 、 $\tau_{L2,k}$ 、 $\tau'_{L2,k}$ はいずれも PSS の時定数 (sec) である。

A.2 負荷

各 $k \in \{N_G + 1, \dots, N_G + N_L\}$ に対して、 k 番目の母線に接続されている負荷は、 一定の電力負荷として

$$P_k \equiv P_k^{\text{const}}, \quad Q_k \equiv Q_k^{\text{const}}, \quad (\text{A.5})$$

とモデル化される。 ただし、 P_k^{const} 、 Q_k^{const} は一定値として与えられる。

A.3 発電機-負荷間の接続

各 $k \in \{N_G + N_L + 1, \dots, N\}$ に対して、 k 番目の母線はいずれの同期発電機、 負荷にも接続されておらず、 ほかの母線とのみ接続されている。 この母線は、

$$P_k \equiv 0, \quad Q_k \equiv 0, \quad (\text{A.6})$$

を満たさなくてはならない。

各同期発電機、 負荷、 母線は、 潮流のバランスを保つために

$$P + jQ = (\mathbf{Y}\mathbf{V})^\dagger \circ \mathbf{V} \quad (\text{A.7})$$

を満たして互いに接続されている。 ここで、 $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^N$ 、 $P \in \mathbb{R}^N$ 、 $Q \in \mathbb{R}^N$ は、 k 番目の要素がそれぞれ $\mathbf{V}_k$ 、 P_k 、 Q_k 、 $k \in \{1, \dots, N\}$ 、 で与えられるベクトルである。 また、 $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ はネットワークアドミタンス行列であり、 $\mathbf{X}^\dagger \circ$ の各要素は $\mathbf{X}$ の各要素の共役であり、 $\circ$ は要素ごとの積を返す演算子である。 電力系統全体のモデルは非線形微分代数方程式により記述され、 その微分方程式が (A.1) ~ (A.4) 式で記述され、 代数方程式が (A.5) ~ (A.7) 式で記述される。

B. 発電機の平衡点

本章では、 電力系統のモデル (A.1) ~ (A.7) 式の平衡点を計算する方法を記述する。 平衡点の計算は、 潮流計算と初期化の 2 つの手順で行なわれる¹⁹⁾。 潮流計算では、 (A.7) 式を満たす $\{\mathbf{V}^\star, P^\star, Q^\star\}$ を決定する。 ただし、 負荷と母線について、 $\{P_k^\star, Q_k^\star\}$ は (A.5)、 (A.6) 式を満たさなくてはならない。 一方、 発電機について、 定常状態における有効電力と母線電

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_k &= \bar{\omega} \Delta\omega_k, \\ \Delta\dot{\omega}_k &= \frac{1}{M_k} \left(p_k - d_k \Delta\omega_k - \frac{|\mathbf{V}_k| E_k}{X'_{d,k}} \sin(\delta_k - \angle \mathbf{V}_k) + \frac{|\mathbf{V}_k|^2}{2} \left(\frac{1}{X'_{d,k}} - \frac{1}{X_{q,k}} \right) \sin(2\delta_k - 2\angle \mathbf{V}_k) \right), \\ \dot{E}_k &= \frac{1}{\tau_{do,k}} \left(-\frac{X_{d,k}}{X'_{d,k}} E_k + \left(\frac{X_{d,k}}{X'_{d,k}} - 1 \right) |\mathbf{V}| \cos(\delta_k - \angle \mathbf{V}_k) + V_{fd,k} \right), \\ P_k &= \frac{E |\mathbf{V}_k|}{X'_{d,k}} \sin(\delta_k - \angle \mathbf{V}_k) - \frac{|\mathbf{V}_k|^2}{2} \left(\frac{1}{X'_{d,k}} - \frac{1}{X_{q,k}} \right) \sin(2\delta_k - 2\angle \mathbf{V}_k), \\ Q_k &= \frac{E |\mathbf{V}_k|}{X'_{d,k}} \cos(\delta_k - \angle \mathbf{V}_k) - |\mathbf{V}_k|^2 \left(\frac{\sin^2(\delta_k - \angle \mathbf{V}_k)}{X_{q,k}} + \frac{\cos^2(\delta_k - \angle \mathbf{V}_k)}{X'_{d,k}} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned}
A_{\text{pss},k} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{\text{pss},k}} & 0 & 0 \\ -\frac{K_{\text{pss},k}}{\tau_{\text{pss},k}\tau_{\text{L1},k}}\left(1-\frac{\tau'_{\text{L1},k}}{\tau_{\text{L1},k}}\right) & -\frac{1}{\tau_{\text{L1},k}} & 0 \\ -\frac{K_{\text{pss},k}\tau'_{\text{L1},k}}{\tau_{\text{pss},k}\tau_{\text{L1},k}\tau_{\text{L2},k}}\left(1-\frac{\tau'_{\text{L2},k}}{\tau_{\text{L2},k}}\right) & \frac{1}{\tau_{\text{L2},k}}\left(1-\frac{\tau'_{\text{L2},k}}{\tau_{\text{L2},k}}\right) & -\frac{1}{\tau_{\text{L2},k}} \end{bmatrix}, \quad B_{\text{pss},k} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{pss},k}} \\ \frac{K_{\text{pss},k}}{\tau_{\text{pss},k}\tau_{\text{L1},k}}\left(1-\frac{\tau'_{\text{L1},k}}{\tau_{\text{L1},k}}\right) \\ \frac{K_{\text{pss},k}\tau'_{\text{L1},k}}{\tau_{\text{pss},k}\tau_{\text{L1},k}\tau_{\text{L2},k}}\left(1-\frac{\tau'_{\text{L2},k}}{\tau_{\text{L2},k}}\right) \end{bmatrix}, \\
C_{\text{pss},k} &= \begin{bmatrix} -\frac{K_{\text{pss},k}\tau'_{\text{L1},k}\tau'_{\text{L2},k}}{\tau_{\text{pss},k}\tau_{\text{L1},k}\tau_{\text{L2},k}} & \frac{\tau'_{\text{L2},k}}{\tau_{\text{L2},k}} & 1 \end{bmatrix}, \quad D_{\text{pss},k} = \frac{K_{\text{pss},k}\tau'_{\text{L1},k}\tau'_{\text{L2},k}}{\tau_{\text{pss},k}\tau_{\text{L1},k}\tau_{\text{L2},k}},
\end{aligned} \tag{A.4}$$

圧の大きさは一般に既知である。しかし、送配電網における電力損失を事前に把握することはできないため、少なくとも1つの発電機の有効電力と無効電力は特定されない。この発電機を、 k_s 番目の発電機とする。ただし、 $k_s \in \{1, \dots, N_G\}$ である。そして、与えられた $V_{k_s}^{\text{const}}$, $\theta_{k_s}^{\text{const}}$ に対して

$$|\mathbf{V}_{k_s}^*| = V_{k_s}^{\text{const}}, \quad \angle \mathbf{V}_{k_s} = \theta_{k_s}^{\text{const}}, \tag{B.1}$$

が成り立つと仮定する。この k_s 番目の発電機を swing 発電機と呼ぶ。swing 発電機以外の発電機は

$$|\mathbf{V}_k^*| = V_k^{\text{const}}, \quad P_k^* = p_k, \quad k \in \{1, \dots, N_G\} \setminus \{k_s\}, \tag{B.2}$$

を満たすと仮定する。ここで、 p_k は設計パラメータである。すなわち、潮流計算では、与えられた p_k , $k \in \{1, \dots, N_G\} \setminus \{k_s\}$ に対して、(A.5)~(A.7)式、(B.1)、(B.2)式を満たす $\{\mathbf{V}^*, P^*, Q^*\}$ を決定する。

もう一方の手順である初期化は、以下のように行なわれる。まず、 $x_k := [\delta_k, \Delta\omega_k, E_k, V_{\text{fd},k}, \zeta_k]^\top \in \mathbb{R}^7$ であるとする。与えられた $(\mathbf{V}_k^*, p_k, Q_k^*)$ に対して、(A.1)~(A.4)式を満たす平衡点 x_k は $x_k^* = [\delta_k^*, 0, E_k^*, V_{\text{fd},k}^*, 0, 0, 0]^\top$ と唯一に決定される。ただし、

$$\begin{aligned}
\delta_k^* &= \angle \mathbf{V}_k^* + \arctan \left(\frac{p_k}{Q_k^* + \frac{|\mathbf{V}_k^*|^2}{X_{q,k}}} \right), \\
V_{\text{fd},k}^* &= \frac{X_{d,k}}{X'_{d,k}} E_k^* - \left(\frac{X_{d,k}}{X'_{d,k}} - 1 \right) |\mathbf{V}_k^*| \cos(\delta_k^* - \angle \mathbf{V}_k^*), \\
E_k^* &= \frac{\left(|\mathbf{V}_k^*|^4 + Q_k^{*2} X_{d,k}' X_{q,k} + Q_k^* |\mathbf{V}_k^*|^2 X_{d,k}' \right)}{\left(+ Q_k^* |\mathbf{V}_k^*|^2 X_{q,k} + p_k^2 X_{d,k}' X_{q,k} \right)} \\
&\quad \sqrt{\frac{p_k^2 X_{q,k}^2 + Q_k^{*2} X_{q,k}^2}{|\mathbf{V}_k^*|^4 + 2Q_k^* |\mathbf{V}_k^*|^2 X_{q,k} + |\mathbf{V}_k^*|^4}}
\end{aligned}$$

である。したがって、 $k \in \{1, \dots, N_G\} \setminus \{k_s\}$ に対して p_k が決まれば、発電機の平衡点(A.1)~(A.4)式が決まる。

[著者紹介]

荒 幡 充

2018 年慶應義塾大学理工学部物理情報工学科卒業。同年慶應義塾大学大学院理工学研究科修士課程進学となり現在に至る。動的システム制御の研究に興味。

井 上 正 樹 (正会員)

2012 年大阪大学大学院工学研究科博士後期課程修了。同年より科学技術振興機構 FIRST 合原最先端数理モデルプロジェクト研究員、東京工業大学大学院情報理工学研究科特別研究員。2014 年より慶應義塾大学理工学部助教、2018 年より同専任講師となり現在に至る。博士 (工学)。

定 本 知 徳 (正会員)

2011 年東京工業大学大学院理工学研究科機械制御システム専攻修士課程修了。同年住友重機械工業 (株) 入社、2013 年東京工業大学大学院情報環境学専攻博士課程に進学、2015 年同研究科博士課程修了。2015~2016 年までスウェーデン王立工科大学客員研究員。2016~同年東京工業大学大学院システム制御系の研究員、同年~2018 年特任助教。2018 年より電気通信大学大学院機械知能システム学専攻の助教となり、現在に至る。2014 年日本学術振興会特別研究員 (DC)、2015 年同研究員 (PD) へ資格変更。システム制御情報学会、IEEE の会員。

鈴 村 美 月

2017 年慶應義塾大学理工学部物理情報工学科卒業。同年慶應義塾大学大学院理工学研究科修士課程進学となり現在に至る。分散・階層制御の研究に興味。