段階的な最適化計算とグラフ分割を用いた鉄道乗務員スケジュールの作成 —大規模かつ複雑な構造をもつ路線への適用—

鎌田 龍太*・渡邊 亮*

Railway Crew Scheduling Based on Step by Step Optimization and Graph Partitioning
—Application to Large-scale and Complex Railway Route—

Ryuta KAMATA* and Ryo WATANABE*

A railway crew scheduling problem is an assignment problem of crews for a given operational schedule under the constraint on labor regulations. In this paper, we discuss an automatic railway crew scheduling method based on numerical optimization for a large-scale and complex railway route with branch lines and multiple bases. The proposed method makes the crew schedule automatically using step by step optimization based on a partial pairing, an elastic embedded set partitioning problem and a graph partitioning.

Key Words: crew scheduling, elastic embedded set partitioning problem, step by step optimization, graph partitioning

1. はじめに

鉄道は、旅客や貨物の輸送に広く利用されている。都市部の鉄道に対する旅客の需要は非常に高く、通勤ラッシュ時における列車の運行本数は増加傾向にある。列車の運行には運転士と車掌の組である乗務員をすべての列車に配置する必要があるが、乗務員の労働条件に関する制約を考慮した効率的な乗務員運用計画を作成することは容易ではない¹⁾。この乗務員運用計画は乗務員スケジュールとよばれ、一般にダイヤ改正前に1~2か月かけて手作業で作成されている。作成者の経験と力量によりスケジュールの質と作成時間が左右されることから、最適な乗務員スケジュールの自動作成が求められている。

鉄道における乗務員スケジュールの作成は、一般に「乗務員スケジュールリング問題^{1)~3)}」とよばれる問題の一種で、多くの先行研究において「行路案（スケジュールの候補）の作成」と「行路案の最適化」の2つのステップにより問題の解決が図られている。行路案は、乗務員が担当する業務の最小単位である乗務の組み合わせで構成される。先行研究⁴⁾では、問題の計算規模を縮小するために、行路案を少数の乗務から構成される「部分行路」を用いて段階的に作成する手法が提案されている。しかし、支線を有さない基地数が1駅の路線を

対象としているため、大規模かつ複雑な構造をもつ路線に対する手法の有効性は未検証である^{4),5)}。本稿では、高橋ら⁴⁾によって提案された部分行路を用いる手法に、Gravesら⁶⁾により定式化されたペナルティ付き集合分割問題、Jütteら⁷⁾が用いたグラフ分割、および支線と複数基地に関する従来手法の改良を導入した新しい行路案作成手法を提案する。

本稿の構成は下記のとおりである。2章では乗務員スケジュールリング問題の概要について述べる。3章では本稿が提案する乗務員スケジュールの作成方法について述べる。4章では支線と複数基地への対応について述べる。5章では実際の首都圏大手私鉄路線の運行ダイヤを対象とした数値実験を行い、提案手法の有効性を検証する。最後に、6章でまとめる。

2. 乗務員スケジュールリング問題

2.1 用語の定義

本稿で用いる用語について、その定義を述べる。

ダイヤグラム: 列車の運行計画を表わした図表。列車の出発駅、出発時刻、到着駅、到着時刻などが与えられている。

乗務員: 列車を運行する運転士1名と車掌1名の組。

支線: 鉄道路線において、本線から分岐する路線。

交代可能駅: 乗務員の列車の乗り継ぎが可能な駅。

基地: 出勤、退勤、休憩が行なわれる交代可能駅。

宿泊駅: 仮眠が行なわれる交代可能駅。

分岐駅: 本線から支線へ分岐する起点となる交代可能駅。

乗務: ダイヤグラムを交代可能駅で分割したもの。乗務員の担当する業務の最小単位。

行路: 乗務員が業務開始から業務終了までの間に担当する乗

* 早稲田大学先進理工学部 東京都新宿区大久保 3-4-1

* School of Advanced Science and Engineering, Waseda University, 3-4-1 Okubo, Shinjuku-ku, Tokyo

(Received July 25, 2018)

(Revised October 22, 2018)

Fig. 1 Railway route

務の集合.

部分行路: 少数の乗務によって構成される時間的に連続した行路の一部分.

便乗: 同一の列車に 2 組以上の乗務員が乗り合わせている状態. 片方の乗務員は業務をせずに移動のために乗車.

乗り継ぎ時間: 前乗務の到着時刻から次乗務の出発時刻までの時間.

休憩時間: 乗り継ぎ時間が規定時間を超えた場合に休憩時間として扱う.

勤務時間: 行路における最初の乗務開始時刻から最後の乗務終了時刻までの時間.

日勤: 勤務が 1 日に収まる勤務形態.

泊り明け: 勤務が 2 日にまたがる勤務形態.

2.2 対象とする路線

本稿が対象とする首都圏大手私鉄路線の概略図を Fig. 1 に示す. Fig. 1 は全 68 駅のうち, 16 駅の交代可能駅の位置関係を表わしている. 基地は 3 駅, 宿泊駅は 11 駅, 分岐駅は 3 駅ある. A 駅から J 駅までの本線のほかに, C 駅から K 駅までの支線 1, H 駅から L 駅までの支線 2, I 駅から P 駅までの支線 3 がある. 列車種別は普通や各種の特急などがあり, 勤務形態は日勤と泊り明けがある. また, 勤務時間や休憩時間などに関する労働条件が存在する (路線の詳細は 5.1 節に記述).

2.3 乗務員スケジューリング問題

乗務員スケジューリング問題とは, 与えられたダイヤグラムに対して乗務員の労働条件に関する制約のもと, すべての列車に乗務員を配置する問題である. 多くの先行研究において「行路案 (行路の候補) の作成」と「行路案の最適化」の 2 つのステップにより効率的な人員配置の実現を図るアプローチが議論されている. また, 乗務員の労働条件に関する制約は行路案の作成において, すべての列車に乗務員を配置する制約は行路案の最適化で考慮されている.

行路案の作成には, 事前にすべての行路案を用意する「事前列挙型」と必要に応じて行路案を生成する「列生成型」の 2 つのアプローチが存在する³⁾. 事前列挙型^{8), 9)}は深さ優先探索法などを用いて全探索する方法であり, 列生成型^{10), 11)}は列生成子問題の最適化により目的関数値を改善する行路案 (列) のみを生成する方法である.

行路案の最適化では, 乗務員スケジューリング問題は集合被覆問題 (set covering problem) あるいは集合分割問題 (set partitioning problem) として定式化される³⁾. M を乗務の集合, N を行路案の集合とする. 行路案 $j \in N$ を列 $\mathbf{a}_j$ で表わし, 乗務 $i \in M$ を含むとき $a_{ij} = 1$ (そうでなければ $a_{ij} = 0$) とする. c_j は行路案 j のコストを表わす (3.3 節). 決定変数 x_j は行路案 j の採否を表わす 0-1 変数である. このとき, 集合被覆問題は (1)~(3) 式で記述される.

$$\min \quad z = \sum_{j \in N} c_j x_j \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in N} a_{ij} x_j \geq 1, \quad \forall i \in M \quad (2)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in N \quad (3)$$

(1) 式は目的関数値 z を最小化する問題であることを, (2) 式は各乗務に 1 組以上の乗務員を割り当てる制約条件を表わす. (2) 式が等式制約の場合は集合分割問題と呼ばれ, 便乗を許容しない問題となるために実行可能解が存在しない場合がある. 集合被覆問題の求解には既存の数値計画ソルバーを用いるのが一般的であることから, 多くの先行研究では行路案の作成手法が議論の中心となっている.

2.4 先行研究における行路案作成のアプローチ

事前列挙型は労働条件を満たすすべての行路案を作成するが, 乗務の総数が多くなるほど行路案の数が膨大となるため, 有限時間内の作成が困難となることに加えて最適化計算に支障を生ずる. 現在の主流である列生成型のアプローチは, 一部の行路案に限定して集合被覆問題を解くことでこの問題を回避しているが, 乗務の総数が多くなるほど列生成子問題の求解に時間がかかるといった側面をもつ.

一般に, 行路案作成には路線の規模や性質に合わせたアプローチが求められる. 行路作成ではスケジュールの質と作成時間が重視されるが, これらはトレードオフの関係にある.

高橋ら⁴⁾は, 行路案を少数の乗務から構成される部分行路を用いて段階的に作成する手法を提案している. 部分行路の作成を繰り返すことで問題の計算規模を縮小する一方, 部分行路から構成される行路案に限定して全探索することで最適化計算の負荷を抑えつつスケジュールの質の確保を図っている. しかし, 支線を有さない基地数が 1 駅の路線を対象としているため, 複雑な構造をもつ路線に対する手法の有効性は未検証である.

Jütte ら⁷⁾は, グラフ分割手法¹²⁾と列生成法を用いて計算量の削減に重きを置くアプローチを提案している. ヨーロッパの大規模な路線に適用するにあたり, 乗務を複数の部分集合にグラフ分割することで, 列生成子問題の計算量の削減を図っている.

3. 乗務員スケジュールの作成方法

3.1 提案手法の概要

本章では, 高橋らによって提案された部分行路を用いる手

Fig. 2 Proposal method

法に、便乗を効率的に割り当てる Graves らの定式化と Jütte らが用いたグラフ分割を導入した新しい行路案作成手法を提案する。なお、支線と複数基地への対応については、4 章でその詳細を述べる。

部分行路は問題の計算規模を縮小する一方で、部分行路を単位とした便乗が発生する問題がある。便乗を担当する乗務員の稼働効率を鑑みた場合、便乗距離や便乗時間が短い部分行路に便乗を割り当てることが望ましい。そこで、このような部分行路に対して効果的に便乗を割り当てるアプローチとして Graves らにより定式化されたペナルティ付き集合分割問題を導入する (3.2 節)。また、大規模な路線に部分行路を用いる手法を適用した場合、作成される行路案数が数百万以上にのぼることから、グラフ分割を導入することで全探索による探索時間と作成される行路案数の削減を試みる。

本章が提案する 5 段階の最適化計算により乗務員スケジュールを作成する新しい手法について、その概略を Fig. 2 に示す。Fig. 2 において、 $|\cdot|$ は集合の要素数を表すものとする。最終的な乗務員スケジュールを求める手順の概要は下記のとおりである。

(0) 乗務集合 M の作成

対象とする運行ダイヤを交代可能駅で分割することにより乗務の集合 M を求める。

(1) 部分行路案集合 $P1$ の作成と最適化 (3.2 節, 3.3 節, 4.2 節)

開始駅と終了駅を基地 (E, G, N 駅) または分岐駅 (C, H, I 駅) とする部分行路案を, M に含まれる 1~5 個の乗務を組み合わせることで作成する。作成は全探索を用いて行なう。乗務 $i \rightarrow j$ の接続は, i の到着駅と j の出発駅が

基地と分岐駅を除いた交代可能駅の場合に結合する。得られた部分行路案集合を $P1$ で表わす。目的関数値 z が最小となる部分行路案集合 $P1_{opt} \subset P1$ をペナルティ付き集合分割問題を解くことで求める。

(2) 部分行路案集合 $P2$ の作成と最適化 (3.2 節, 3.3 節)

開始駅と終了駅を基地または分岐駅 (C 駅) とする部分行路案を, $P1_{opt}$ に含まれる 1~6 個の部分行路を組み合わせることで作成する。作成は全探索を用いて行なう。部分行路 $i \rightarrow j$ の接続は, i の到着駅と j の出発駅が分岐駅の H 駅あるいは I 駅の場合に結合する。得られた部分行路案集合を $P2$ で表わす。目的関数値 z が最小となる部分行路案集合 $P2_{opt} \subset P2$ をペナルティ付き集合分割問題を解くことで求める。

(3) 部分行路案集合 $P3$ の作成と最適化 (3.2 節, 3.3 節)

開始駅と終了駅を基地とする部分行路案を, $P2_{opt}$ に含まれる 1~6 個の部分行路を組み合わせることで作成する。作成は全探索を用いて行なう。部分行路 $i \rightarrow j$ の接続は, i の到着駅と j の出発駅が分岐駅の C 駅の場合に結合する。得られた部分行路案集合を $P3$ で表わす。目的関数値 z が最小となる部分行路案集合 $P3_{opt} \subset P3$ をペナルティ付き集合分割問題を解くことで求める。

(4) 部分行路案集合 $P4$ の作成と最適化 (3.2 節, 3.3 節, 4.3 節)

開始駅と終了駅を基地とする中規模の部分行路案を, $P3_{opt}$ に含まれる 1~3 個の部分行路を組み合わせることで作成する。作成は全探索を用いて行なう。部分行路 $i \rightarrow j$ の接続は, i の到着駅と j の出発駅が基地の場合に結合する。得られた部分行路案集合を $P4$ で表わす。目的関数値 z が最小となる部分行路案集合 $P4_{opt} \subset P4$ をペナルティ付き集合分割問題を解くことで求める。

(5) 行路案集合 N の作成と最適化 (3.4 節)

最終的な行路案を, $P4_{opt}$ に含まれる 1~7 個の部分行路を組み合わせることで作成する。初期行路案集合を $N = \emptyset$ とする。はじめに、グラフ分割を用いて $P4_{opt}$ を 2 つの部分集合 $P4_{opt-L}$, $P4_{opt-R}$ に分割する。作成は得られた部分集合ごとに全探索を用いて行なう。 $P4_{opt-L}$ から作成される行路案集合を N_L , $P4_{opt-R}$ から作成される行路案集合を N_R で表わす。追加する行路案集合を $N_{add} = (N_L \cup N_R) \setminus N$ とする。このとき、 $N = N \cup N_{add}$ として行路案集合 N を更新する。行路案集合 N に $P4_{opt}$ のすべての部分行路が含まれ、所望の行路案数を得るまで、再度 $P4_{opt}$ をグラフ分割して繰り返し行路案を追加する。目的関数値 z が最小となる行路案集合 $N_{opt} \subset N$ をペナルティ付き集合分割問題を解くことで求める。

3.2 部分行路案集合の作成

各段階の条件を満たす部分行路案を作成する。作成は深さ優先探索法を用いて行なう。乗務 (あるいは部分行路) の接続関係は頂点を乗務 (あるいは部分行路)、辺を乗務 (あるいは部分行路) 間の接続とする有向グラフで表現し、下記の条

件を満たすとき乗務（あるいは部分行路） $i \rightarrow j$ は接続可能であるものとする。

- 1) i の到着駅と j の出発駅が同一
- 2) $i \rightarrow j$ の接続時間は乗り継ぎ時間の範囲内

制約条件の上下限値は、Fig. 1 の路線で実際に運用されているスケジュールを基に設定する。P4_{opt} では開始駅と終了駅を基地とする部分行路が最終的に得られるが、この基地に着目した部分行路作成は、以下に述べる理由から行路案の質の劣化を抑制する可能性を有する。

乗務から部分行路へ問題の計算規模を縮小すると、部分行路を構成する乗務の接続関係は部分行路を頂点とするグラフに縮約される。これにより頂点と辺の総数が減少し探索時間が削減される一方、探索により得られる行路案の質が劣化する可能性がある。そこで、乗務員の休憩が行なわれるために乗り継ぎ時間の上限が長く設定されている基地では、接続可能な乗務（辺）の総数が増えることに注目する。行路案の質を確保するためには行路案作成において基地での接続に関する選択肢が多いことが望ましい。そこで、部分行路作成では基地を除いた交代可能駅で接続することで、接続可能な部分行路の総数を十分に残す。

また、部分行路から構成される行路案の開始駅と終了駅はおのずと基地となる。先行研究⁴⁾のように基地が 1 駅の路線では、これらの部分行路から構成される行路案は出退勤駅の同一性をおのずと満たす。しかし、複数基地に適用するためには改良を加える必要がある（4.3 節）。

3.3 部分行路案集合の最適化

本章で提案する手法は、2.3 節で述べた集合被覆問題を解く代わりに、効果的な便乗選択の実現を目的に Graves ら⁶⁾により定式化されたペナルティ付き集合分割問題を解くことで部分行路を作成する。これは、目的関数に集合分割問題における制約条件の違反度を表わす重み付きペナルティを加えるペナルティ関数法に基づく定式化である。

y_i を i 番目の乗務（あるいは部分行路）の便乗数（ペナルティ）、 d_i をペナルティの重みとする。このとき、ペナルティ付き集合分割問題は (4)～(7) 式で記述される。

$$\min \quad z = \sum_{j \in N} c_j x_j + \sum_{i \in M} d_i y_i \quad (4)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in N} a_{ij} x_j - y_i = 1, \quad \forall i \in M \quad (5)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in N \quad (6)$$

$$y_i \geq 0, \quad \forall i \in M \quad (7)$$

(5) 式は各乗務（あるいは部分行路）に 1 組以上の乗務員を割り当てる制約条件を表わす。(6) 式は部分行路案 j の採否（1 または 0）を表わす整数制約を、(7) 式は i 番目の乗務（あるいは部分行路）の便乗数が非負の整数であることを表わす。運転距離が短い乗務（あるいは部分行路）に対して、効果的に便乗を発生させるようにペナルティの重み d_i を運転距離とする。本稿では、目的関数値 z として (4) 式の代わりに部分

行路数、乗り継ぎ回数、および便乗距離の重み付き和である (8) 式を用いる。

$$z = \alpha \sum_{j \in N} x_j + \beta \sum_{j \in N} c_j x_j + \sum_{i \in M} d_i y_i \quad (8)$$

ここで、 c_j は部分行路案 j の乗り継ぎ回数とする。(8) 式における第 1 項は採用される部分行路数、第 2 項は採用される部分行路に含まれる総乗り継ぎ回数、第 3 項は総便乗距離を表わす。最適化では総便乗距離の最小化を重視し、重み α と β は以下のように調整する。

1) P1～P3 の最適化では、 $\alpha = 0, \beta = 10^{-n}$ とし、目的関数 z の小数第一位以上が総便乗距離、小数第二位以下が総乗り継ぎ回数となるように n を設定する。乗り継ぎ回数を評価関数に含めることで、実際の車両運用に近い効率的な人員配置の実現を図る。

2) P4 と N の最適化では、 $\alpha = 10^{-n}, \beta = 0$ とし、目的関数 z の小数第一位以上が総便乗距離、小数第二位以下が採用される部分行路数となるように n を設定する。採用される部分行路数を評価関数に含めることで、 N における計算規模の縮小を図る。

3.4 グラフ分割を用いた行路案作成

グラフ分割を用いてスケジュールとしての質が低い行路案を除外することで、行路案数と探索時間の削減を図る。乗務員の乗り継ぎ時間が長いほど勤務効率は悪化すると考え、そのような部分行路の接続関係を禁止するようにグラフ分割を行なう。

(1) グラフ分割問題

頂点 $v \in V$ 、有向辺 $(i, j) \in E$ 、辺重み w_{ij} をもつグラフ $G = (V, E)$ を考える。このとき、頂点 V の分割 $\{L, R\}$ とは、 $L \cap R = \emptyset, L \cup R = V$ を満たす頂点の部分集合の対を意味する。グラフ分割問題とは、 L と R によりカットされた辺（カットエッジ）の辺重み和 w_c を最小にする分割 $G_p = \{L, R\}$ を求める問題である。

$$w_c := \sum_{(i,j) \in E: i \in L, j \in R} w_{ij} + \sum_{(i,j) \in E: i \in R, j \in L} w_{ij} \quad (9)$$

Jütte ら⁷⁾はグラフ分割問題を乗務員スケジューリング問題へ適用するにあたり、下記を提案している。

(1-a) 辺重みの設定

部分行路 $i \rightarrow j$ の接続において、 A_i^t を i の到着時刻、 D_j^t を j の出発時刻とする。このとき、乗務員の乗り継ぎ時間 $D_j^t - A_i^t$ が長いときに辺重みが小さくなるように、乗り継ぎ時間の逆数をとる。

$$w'_{ij} = \frac{1}{D_j^t - A_i^t} \quad (10)$$

乗り継ぎ時間のほかに頂点からの辺数を考慮して、辺数が最小の頂点に対する辺重みを大きく設定する。グラフ分割では (11) 式に示す辺重みを用いる。

$$w_{ij} = \frac{w'_{ij}}{\min \left(\sum_{k \in V: (i,k) \in E} w'_{ik}, \sum_{k \in V: (k,j) \in E} w'_{kj} \right)} \quad (11)$$

(1-b) 分割サイズの設定

グラフ分割問題を乗務員スケジューリング問題へ適用するにあたり、必ずしも部分集合の頂点数が等しくなるように分割する必要はない。そこで、分割のサイズに最大許容範囲を与える。最大許容範囲は、部分集合の最大の頂点数と部分集合の最小の頂点数により (12) 式のように決定する。

$$\text{range}(G_p) = \frac{\max(|L|, |R|)}{\min(|L|, |R|)} \quad (12)$$

(2) グラフ分割アルゴリズム

グラフ分割手法には GGGP (Greedy Graph Growing Partitioning)¹²⁾を用いる。GGGP はヒューリスティックな解法で、ランダムに選択された頂点からカットエッジの辺重み和を小さくする頂点を繰り返し選択することによりグラフを分割する。この際、異なる頂点からの開始は異なる分割をもたらすため、GGGP により得られるグラフ分割は頂点の選択に依存する。接続する頂点がある程度ランダムに選択するのが本質的で、分割により得られるグラフそのものは大きな意味をもたない。

ランダムに選択された頂点を $v_s \in V$ とする。GGGP では、グラフ分割を $L = \{v_s\}$, $R = V \setminus \{v_s\}$ となる分割 $G_p = \{L, R\}$ から開始する。つぎに選択する頂点 $v_t \in R$ を (13) 式の頂点ゲインにより求める。

$$g(v_t) = \sum_{i \notin R: (i,j) \in E} w_{ij} + \sum_{i \notin R: (i,j) \in E} w_{ji} - \sum_{i \in R: (i,j) \in E} w_{ij} - \sum_{i \in R: (i,j) \in E} w_{ji} \quad (13)$$

頂点ゲイン $g(v_t)$ は、 R に割り当てられている頂点 v_t を L へ移動するときのカットエッジの辺重み和の更新を表わしている。 $g(v_t) > 0$ のとき、 v_t を L に移動するとカットエッジの辺重み和は $g(v_t)$ だけ減少する。ここで、最大の $g(v_t)$ ($g(v_t) < 0$ でも可能とする) をもつ頂点 $v_t \in R$ を L へ移動する。 L の頂点数が少なくとも $1/\text{range}(G_p) \cdot |V \setminus L|$ となるまで、この手順を繰り返す。最後に、 L の頂点数が $\text{range}(G_p) \cdot |V \setminus L|$ を超えていないとき、 $g(v_t) > 0$ 満たす頂点を L へ移動する。 $g(v_t) > 0$ を満たす限り、この手順を繰り返す。

(3) 行路案の作成

初期行路案集合を $N = \emptyset$ とする。部分行路集合 P にグラフ分割を用いて 2 つの部分集合 P_L, P_R に分割する。行路案の作成は得られた部分集合ごとに全探索を用いて行なう。 P_L から作成される行路案集合を N_L , P_R から作成される行路案集合を N_R で表わす。追加する行路案集合を $N_{\text{add}} = (N_L \cup N_R) \setminus N$ とする。このとき、 $N = N \cup N_{\text{add}}$ として行路案集合 N を更新する。GGGP のランダム性から作成される行路案が毎回異なる性質を利用して、行路案集合 N に P のすべての部

分行路が含まれ、所望の行路案数を得るまで、再度 P をグラフ分割して繰り返し追加する。

4. 支線と複数基地への対応

4.1 部分行路作成手法の改良

本稿では、乗務の総数が先行研究⁴⁾の 10 倍程度で 3 支線と 3 基地を有する大規模かつ複雑な構造をもつ路線を対象とする。そこで、高橋ら⁴⁾の手法では考慮されていなかった支線と複数基地のそれぞれについて手法を改良する。以下、4.2 節では支線に対する改良を、4.3 節では複数基地に対する改良を述べる。

4.2 支線に対する部分行路作成の改良

支線を有する路線に対して、開始駅と終了駅を基地とする部分行路案を一度に作成するのは多大な計算量を要する。これは、本線から支線へ分岐する起点である分岐駅からの探索パターンが増加することにより、探索範囲が広がるためである。そこで、分岐駅に着目した部分行路作成手法を考える。

はじめに、開始駅と終了駅を基地または分岐駅とする部分行路を $P1$ で作成する。 $P1$ では分岐駅を経由する探索を行わないことで、計算量の削減を図っている。つぎに、得られた部分行路を分岐駅 ($P2: H$ 駅あるいは I 駅, $P3: C$ 駅) で結合することにより、開始駅と終了駅を基地とする部分行路を作成する。段階的な手順を経ることで、開始駅と終了駅を基地とする部分行路が少ない計算量で作成可能となる。

4.3 複数基地に対する部分行路作成の改良

複数の基地を有する路線では、それぞれの基地を出退勤駅とする行路案を作成することが求められる。高橋⁴⁾の手法を適用する場合、出退勤駅の同一性をどの段階で考慮するかを決める必要がある。 $P4$ における部分行路の作成で出退勤駅の同一性を考慮する場合、3 パターン (開始駅と終了駅が E-E 駅, G-G 駅, N-N 駅) の部分行路が作成される。3.2 節で述べた接続条件 1) より、異なるパターンの部分行路には接続不可能であることから、同じパターンの部分行路を組み合わせることでしか行路案を作成できず、作成される行路案は必要以上に限定される。 $P4$ における部分行路の作成で出退勤駅の同一性を考慮しない場合、9 パターン (開始駅と終了駅が E-E 駅, E-G 駅, E-N 駅, G-E 駅, G-G 駅, G-N 駅, N-E 駅, N-G 駅, N-N 駅) の部分行路が作成される。パターン数の増加にともなう、部分行路間の接続における自由度が増し、さまざまな部分行路を組み合わせた行路案の作成が可能となる。このことを鑑み、出退勤駅の同一性については N における行路案作成で考慮する。

5. 数値実験

5.1 対象とする路線の詳細

数値実験で対象とする路線の概略図は Fig. 1 に示したとおりである。列車種別の運行区間を Table 1 に示す。Table 1 において、○は運行する列車種別を表わしている。たとえば、A-H-L は本線 (A-H) と支線 2 (H-L) からなる運行区間で

Table 1 Train type for service section

Section	Local	Limited express1	Limited express2	Limited express3	Limited express4	Out of service
A-J	○	○				○
A-C-K	○		○	○		
A-H-L	○					○
A-I-N	○	○	○		○	○
N-P		○	○		○	○
K-C-H-L	○	○				
K-C-I-N	○	○	○			
K-C-J	○	○				

あり，そこでは普通と回送が運行している．運行区間における通過駅と停車駅は下記のとおりである．

- 1) 普通：すべての交代可能駅に停車
- 2) 特急 1：M 駅を通過
- 3) 特急 2：E, M 駅を通過
- 4) 特急 3：C 駅を通過
- 5) 特急 4：C, D, E, F, M 駅を通過
- 6) 回送：A 駅を通過

対象とする運行ダイヤを交代可能駅で分割することにより得られる乗務の総数は 6656 個である．行路は下記の 5 種類に分けられる．

- 1) 日勤 1：6:00～9:30 ごろに乗務を開始，12:00～17:00 ごろに乗務を終了．
- 2) 日勤 2：13:00～17:00 ごろに乗務を開始，20:30～24:00 ごろに乗務を終了．
- 3) 日勤 3：6:00～12:30 ごろに乗務を開始，17:00～24:00 ごろに乗務を終了．
- 4) 泊り明け 1：16:00～19:00 ごろに乗務を開始，翌日の 7:30～10:30 ごろに乗務を終了．
- 5) 泊り明け 2：18:00～20:30 ごろに乗務を開始，翌日の 6:30～8:30 ごろに乗務を終了．

行路の満たすべき労働条件は下記のとおりである．

- 1) 行路の開始駅と終了駅は同一の基地
- 2) 乗り継ぎ時間の上下限
- 3) 総休憩時間・休憩回数の上下限
- 4) 勤務時間の上下限
- 5) 総運転距離の上下限
- 6) 連続運転時間・連続運転距離の上限
- 7) 仮眠時間の上下限
- 8) 宿泊人数の上限

本線における労働条件の上下限値を **Table 2** に示す． $P1 \sim P4$ の作成では，労働条件 2)～8) を考慮する．なお，部分行路の作成において 3)～5) に関しては上限制約だけを考える．3)～5) の下限制約は行路案作成（3.4 節）において満たせば良いことから部分行路作成では考慮しない．

5.2 実験結果

数値実験における計算環境を **Table 3** に示す．(8) 式の目的関数における重みは **Table 4** のとおりである．提案手法による自動作成結果と実運用データとの比較を **Table 5** に示

Table 2 Parameters of labor regulations

	$P1$	$P2$	$P3$	$P4$	N
Working time	0~2 h		0~3 h		6.25~12.25 h
Break time	0~0.5 h		0~0.75 h		0.75~3 h
Number of break times	0~1			0~3	1~12
Operational distance	0~350 km				150~350 km
Continuous operational time	0~2.3 h				
Continuous operational distance	0~80 km				
Sleeping time	4.75~6.5 h				

Table 3 Experimental environment

Development environment	Windows10 64 bit, MATLAB R2016a
CPU	Core i7-7700 (3.60 GHz)
Memory	32.0 GB
IP solver	Gurobi 7.5 ¹³⁾

Table 4 Coefficients

	$P1$	$P2$	$P3$	$P4$	N
α	0	0	0	10^{-8}	10^{-4}
β	10^{-8}	10^{-8}	10^{-8}	0	0

Table 5 Result of experiment

	Actual data	Result
Number of duties	201	182
Total of deadheading distance	1519.7 km	630.1 km
Number of deadheads	226	112
Calculation time	—	About 3 h

Table 6 Partial pairings in $P1$, $P2$, $P3$ and $P4$

	$P1$	$P2$	$P3$	$P4$
$ P $	23982	8101	149791	7102
$ P_{\text{opt}} $	3778	2542	1659	843
Total of deadheading distance	92.2 km	100.0 km	244.2 km	244.2 km
Number of deadheads	16	20	44	44
Generation time	30 s	16 s	226 s	8 s
Optimization time	1 s	4 s	1694 s	5 s

す．また，自動作成したスケジュール内容を **Fig. 3** に，実際に運用されているスケジュール内容を **Fig. 4** に示す．Fig. 3, 4 において，縦軸は行路番号，横軸は時刻を表す．棒グラフ中の赤色の部分が乗務，黒色の部分が乗り継ぎ時間を示している．提案手法では Table 5 に示されるように，実運用データと比べて行路数を 201 から 182 まで，便乗距離を 1519.7 km から 630.1 km まで，便乗数を 226 から 112 まで削減したスケジュールが短時間で自動作成されたことがわかる．

部分行路の作成結果を **Table 6** に示す．Table 6 からわかるように，部分行路の作成を繰り返すことで，6656 個の乗務は最終的に 843 個の部分行路に縮約される．また，ペナルティ付き集合分割問題を解くことで，便乗距離の少ない部分行路が得られたことがわかる．これにより，最終的な乗務員

Fig. 3 Result of crew schedule

Fig. 4 Actual crew schedule

Table 7 Duties in N

Graph partitioning	○	×
$ N $	1581965	6455249
$ N_{\text{opt}} $	182	—
Total of deadheading distance	630.1 km	—
Number of deadheads	112	—
Generation time	1.2 h	11.2 h
Optimization time	1.1 h	24 h

スケジュールにおける便乗距離の大幅な削減に繋がったと考えられる。

グラフ分割の有効性を確認した結果を Table 7 に示す。また、Table 8 にグラフ分割の詳細結果を示す。グラフ分割を用いる場合は行路案作成時間が 11.2 h から 1.2 h まで短縮される一方で、用いない場合では行路案数の多さから実行可能解を得ることができなかった（最適化計算は 24 時間で打ち切り）。Table 8 に示すように、本数値実験ではグラフ分割を 5 回繰り返すことで行路案を作成した。グラフ分割のランダム性から毎回において十分な $|N_{\text{add}}|$ を得られていることがわ

Table 8 Duties generated by graph partitioning in N

Count	1	2	3	4	5
$ P4_{\text{opt-L}} $	422	422	422	422	422
$ P4_{\text{opt-R}} $	421	421	421	421	421
$ N_L $	218161	194562	144797	298789	140844
$ N_R $	217626	343714	205225	289560	208325
$ N_L \cup N_R $	435787	538276	350022	588349	349169
$ N_{\text{add}} $	435787	474879	192221	303337	175741
$ N $	435787	910666	1102887	1406224	1581965
Generation time	837 s	1043 s	681 s	1132 s	686 s

かる。以上より、部分行路とグラフ分割を用いた提案手法は解の質と計算量の観点から有効であるといえる。

6. おわりに

本稿では、高橋らによって提案された部分行路を用いる行路案作成手法に、Graves らにより定式化されたペナルティ付き集合分割問題、Jütte らが用いたグラフ分割、および支線と複数基地に関する従来手法の改良を導入した新しい行路案作成手法を提案した。

数値実験では、提案手法により自動作成したスケジュールが、実際に運用されているスケジュールと比べて解の質と計算量の観点から優れていることを確認した。今後の課題として、勤務時間や休憩時間の分散の最小化といった、乗務員の負担を考慮したスケジュールの作成や、ほかの大規模かつ複雑な路線を対象とした数値実験を行ない、手法の有効性を確認することがあげられる。

参考文献

- 1) 今泉 淳：鉄道における資源の使用計画に対する最適化アプローチ—乗務員と車両に対するスケジューリング—，経営論集，**72**, 43/55 (2008)
- 2) 富井規雄：鉄道のスケジューリングアルゴリズム：現状と今後の課題，オペレーションズ・リサーチ，**49**-1, 33/39 (2004)
- 3) 今泉，福村，森戸：鉄道乗務員スケジューリング問題に対する解法とその評価，経営論集，**71**, 125/139 (2008)
- 4) 高橋，渡邊：段階的な最適化計算による鉄道乗務員スケジュールの自動作成，計測自動制御学会論文集，**53**-2, 162/168 (2017)
- 5) 鎌田，高橋，山迫，渡邊：段階的な最適化計算による鉄道乗務員スケジュールの自動作成—急行列車と各駅停車が混在する路線への適用—，自動制御連合講演会講演論文集，**59**, 124/125 (2016)
- 6) G.W. Graves, R.D. McBride, I. Gershkoff, D. Anderson and D. Mahidhara: Flight Crew Scheduling, Management Science, **39**-6, 736/745 (1993)
- 7) S. Jütte and U.W. Thonemann: A Graph Partitioning Strategy for Solving Large-scale Crew Scheduling Problems, OR Spectrum, **37**-1, 137/170 (2015)
- 8) A. Caprara, M. Fischetti and P. Toth: A Heuristic Method for the Set Covering Problem, Operations Research, **47**-5, 730/743 (1999)
- 9) 今泉，鷺見，斎藤，森戸，富井，福村：鉄道乗務員運用計画へのバックトラック法による行路候補列挙と集合被覆問題の近似解法，最適化：モデリングとアルゴリズム，**17**, 172/179, 統計数理研究所 (2004)
- 10) 西，室井，乾口，高橋，片岡：実乗務制約を有する鉄道乗務員運用計画問題に対する列生成法の適用，電気学会論文誌 C,

- 131-6, 1199/1208 (2011)
- 11) C. Barnhart, E.L. Johnson, G.L. Nemhauser, M.W.P. Savelsbergh and P.H. Vance: Branch-and-Price: Column Generation for Solving Huge Integer Programs, *Operations Research*, **46**-3, 316/329 (1998)
 - 12) G. Karypis and V. Kumar: A Fast and High Quality Multilevel Scheme for Partitioning Irregular Graphs, *SIAM J. Sci. Comput.*, **20**-1, 359/392 (1998)
 - 13) Gurobi Optimizer: <http://www.gurobi.com/>

.....

[著 者 紹 介]

鎌 田 龍 太

2017 年早稲田大学先進理工学部電気・情報生命工学科卒業。同年同大学大学院先進理工学研究科電気・情報生命専攻に入学し、現在に至る。数理計画アプローチによる鉄道乗務員スケジューリングの研究に従事。

渡 邊 亮 (正会員)

1989 年慶應義塾大学大学院修士課程修了。95 年早稲田大学大学院博士課程修了。89 年石川島播磨重工業(株)入社, 98 年大阪大学助手, 同年講師, 2002 年早稲田大学助教授, 2007 年同大学教授となり現在に至る。ロボスト制御, 数理的モデリング, 制御理論応用などの研究に従事。博士(工学)。97 年計測自動制御学会論文賞受賞。IEEE の会員。

.....