2 相サーボモータのトルク変動と振動*

江 尻 正 員**

Torque Variation and Rotor Vibration in 2-Phase Servo-motor

Masakazu EJIRI

The characteristics of the torque variation in 2-phase servo-motor is analyzed using analog computer, and the causes of the vibration when the servo-motor rotor is fixed through finite stiffness are investigated. In the forceservo system particularly in the servo-manipulator, this vibration bothers the operator's sensibility in manipulation.

In consequence, it is clarified that the asymmetric circuit constants of two windings, the amplitude difference in applied voltages and the phase difference in two voltages could not be the direct causes of rotor vibration, but that, (1) higher harmonics or d.c. component in applied voltages, (2) dependency of source impedance on the feed current and (3) unbalance of rotor coils, generally cause the time variation in the stall torque of the servo-motor, and then induce the rotor vibration.

1. 緒 言

2相サーボモータは、交流サーボ機構の操作部として広く実用されているわりに、その特性、とくに振動特性については、定量的にはほとんど知られていない。最近のサーボ技術では、一方では超精密サーボ機構として良好な制御の質を要求する半面、他方では安価でかつ簡易な方式としてひずみ波などによる駆動方式が種々考察されている。この両極端のいずれの場合においても、サーボモータに生じる振動が大きな問題になってくる。また、とくに力を感覚として伝達するバイラテラルサーボ機構においては、それを操作する人間の手に 1μ 程度の振幅の高感度の振動検出能力があるだけに、サーボモータの振動に対して要求される仕様は、必然的にきびしくならざるを得ない。

2相サーボモータには種々の原因により多かれ少なかれ必ず振動が存在するが、位置サーボでは2相サーボモータのトルク速度特性の原点近傍での振動がとくに問題であり、速度サーボでは連続回転時の振動、いわゆる速度変動が問題となる。さらにバイラテラルサーボ機構のごとき力サーボでは、サーボモータの停動時における微少なびりつきがきわめて大きな問題となる。

筆者はこのような力サーボにおける2相サーボモータのねじり振動の原因を解明するため、かご形回転子

の2相サーボモータを交叉磁界法により解析し、5元連立微積分方程式形の特性式を導いた⁽¹⁾。その無ひずみ波駆動の場合の定常解についてはすでに報告した⁽²⁾が、今回、この式をもとに2相サーボモータの種々のトルク変動の様相を調べ⁽³⁾、回転子のねじり振動の原因について考察したので、その結果を報告する。

2. 記 号

添字 R :	励磁巻線を表わす
添字 C :	制御巻線を表わす
V_{R0}, V_{C0} :	両巻線を駆動する電源の起電力
i_R, i_C :	両巻線の電流
r_{R0}, r_{C0} :	両巻線を駆動する電源の内部抵抗
r_R, r_C :	両巻線の純抵抗
L_R, L_C :	両巻線の有効インダクタンス
L_R', L_C' :	両巻線の漏えいインダクタンス
N_R, N_C :	両巻線の有効巻数
R :	回転子の全抵抗
L :	回転子コイルのインダクタンス
θ :	回転子の角位置
φ :	回転子上ではかったコイル位置
i :	回転子上の電流分布
i_1 :	電流分布 i の励磁側鎖交成分
i_2 :	電流分布 i の制御側鎖交成分
t :	時間
T :	トルク

* 昭和40年3月4日原稿受付

** 日立製作所中央研究所

- T_0 : L を無視したときの定格停動トルク
 T_a, T_a' : 時間平均トルク
 T_v, T_v' : 時間変動トルクの振幅
 ω_0 : 電源の角周波数
 ω : 回転子の角速度
 v : 回転子の比速度 ($=\omega/\omega_0$)
 A_0 : 励磁巻線の定格電圧の振幅
 B_0 : 制御巻線の定格電圧の振幅
 B_1 : 直流電圧
 k : 制御巻線電圧の定格電圧 B_0 に対する比
 J : 回転子 (と負荷) の慣性性能率
 C : 回転子を固定するときの剛性率
 τ : 回転子のリアクタンスと抵抗の比 ($=\omega_0 L/R$)
 τ_1 : 巻線の全リアクタンスと抵抗の比 ($=\omega_0 (L_R + L_R')/r_R = \omega_0 (L_C + L_C')/r_C$)
 τ_2 : 巻線の有効リアクタンスと抵抗の比 ($=\omega_0 L_R/r_R = \omega_0 L_C/r_C$)
 ζ : 全リアクタンスに対する有効分の割合 ($=\tau_2/\tau_1$)
 τ_1, τ_2 : 回路定数 τ, τ_1, τ_2 により定まる正の無次元量

$$\left(\tau_1 = \frac{1}{2} \tau \frac{\tau_2}{1 + \tau_1^2}, \tau_2 = \frac{1}{2} \tau \left(1 - \frac{\tau_1 \tau_2}{1 + \tau_1^2} \right) \right)$$

3. 振 動 原 因

2 相サーボモータが振動する原因には、電気的原因と機械的原因の 2 種がある。前者は、たとえば回転子コイルの数や配置の不均衡、巻線の不平衡、駆動電圧波形のひずみなどが考えられ、後者は、たとえば回転子の偏心、真円度、ベアリングの不良などである。

サーボモータの回転子に発生する力のうち、トルクにならない力の成分、すなわち回転子コイル面内での力は、回転子が真円でなかったり偏心していたりすると不平衡力となって横振動を誘起するであろう。また、回転子上に発生する力のうちトルクになる成分が、もし時間変動するものであれば、これは回転子のねじり振動を誘起する。実際のサーボモータの振動は、このような横振動とねじり振動のまじったものであり、その反作用としてケーシングにも多少のびりつきを伝えている。後に示すごとく 2 相サーボモータでは、連続回転時には必ず速度変動がある。これは回転中の振動の一種であり、回転中ではとくに、回転子の偏心、真円度、ベアリングなど機械的影響を受けやすい。

しかしながら、ここで問題としている振動は主とし

て回転子の停動時のものである (停動という言葉は一方に連続的な回転がないという意味に使っている。巨視的には停動されていても微視的には振動しているわけである)。サーボマニピュレータに用いられるバイラテラルサーボ機構⁽⁴⁻⁵⁾では、Fig. 1 に示すごとく

Fig. 1 Schematic diagram of bilateral servo-mechanism used in force-reflecting servo-manipulator

サーボモータを歯車減速して最終軸にレバーを取り付け、その先端を手で操作する。操作したい物体に応じた力をサーボモータに発生させるので、手で力を感じとりながら操作できるわけである。この場合、振動が存在すると操作感覚が不明りょうになり、操作しにくくなる。手に感じる振動は、サーボモータが歯車減速されていることを考えれば、そのねじり振動が主であることが容易にわかる。したがって、以後の考察はサーボモータのねじり振動に主眼を置く。

4. トルク速度特性とその時間変動

2 相サーボモータを連続的に分布したコイルを持つかご形回転子構造とし、回転子の終端効果や磁気材料の非線形性を無視したとき、その特性方程式は、

$$\left. \begin{aligned}
 V_{R0} &= (r_{R0} + r_R) i_R + (L_R + L_R') \frac{di_R}{dt} \\
 &\quad - L N_R \int_0^\pi \frac{d}{dt} \{ i \sin (\theta + \varphi) \} d\varphi \\
 V_{C0} &= (r_{C0} + r_C) i_C + (L_C + L_C') \frac{di_C}{dt} \\
 &\quad + L N_C \int_0^\pi \frac{d}{dt} \{ i \cos (\theta + \varphi) \} d\varphi \\
 \frac{L_R}{N_R} \frac{d}{dt} (i_R \cos \theta) &+ \frac{L_C}{N_C} \frac{d}{dt} (i_C \sin \theta) \\
 &= \frac{\pi R}{2} \int_0^\pi i d\varphi + L \int_0^\pi \frac{di}{dt} \sin \varphi d\varphi \\
 T &= - \frac{L_R}{N_R} i_R \int_0^\pi i \cos (\theta + \varphi) d\varphi \\
 &\quad - \frac{L_C}{N_C} i_C \int_0^\pi i \sin (\theta + \varphi) d\varphi
 \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

で表わすことができた⁽²⁾。ここで回転子の電流分布 i は一般に t, θ, φ の関数であり、 θ と φ とは必ず $\theta + \varphi$ の形で含まれ、かつ φ については 2π 周期でなければならないので、式(1)の形から、サーボモータの定常時、非定常時を問わず、

$$i = i_1(t) \sin(\theta + \varphi) + i_2(t) \cos(\theta + \varphi) \quad \dots\dots(2)$$

が常に成立つことがわかる。式(2)を式(1)に代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} V_{R0} &= (r_{R0} + r_R) i_R + (L_R + L_R') \frac{di_R}{dt} - \frac{\pi L}{2} N_R \frac{di_1}{dt} \\ V_{C0} &= (r_{C0} + r_C) i_C + (L_C + L_C') \frac{di_C}{dt} + \frac{\pi L}{2} N_C \frac{di_2}{dt} \\ \left(\frac{L_C}{N_C} i_C + \frac{\pi L}{2} i_2 \right) \frac{d\theta}{dt} &= \pi R i_1 + \frac{\pi L}{2} \frac{di_1}{dt} - \frac{L_R}{N_R} \frac{di_R}{dt} \\ \left(\frac{L_R}{N_R} i_R - \frac{\pi L}{2} i_1 \right) \frac{d\theta}{dt} &= \pi R i_2 + \frac{\pi L}{2} \frac{di_2}{dt} + \frac{L_C}{N_C} \frac{di_C}{dt} \\ T &= -\frac{\pi}{2} \left(\frac{L_R}{N_R} i_R i_2 + \frac{L_C}{N_C} i_C i_1 \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(3)$$

となる。 $\frac{d\theta}{dt} = \omega = \text{const.}$ の定常時における式(3)の解は、 V_{R0} 、 V_{C0} が基本波(角周波数 ω_0) だけのきれいな波形であれば

$$T = T_a + T_v \sin 2(\omega_0 t + \psi) \quad \dots\dots(4)$$

の形になる。ここに T_a 、 T_v は回路定数 τ 、 τ_1 、 τ_2 、駆動電圧比 k 、比速度 v の関数である。式(4)の第2項は電源周波数の2倍周波数で時間変動するトルクを意味し、時間平均では0となる。したがって、時間平均トルク T_a からトルク速度特性を描くことができ、さらにその上に、含まれる時間変動トルク T_v の割合を描くとたとえば Fig. 2 のようになる。これから、 $v \neq 0$ においては一般に $T_v \neq 0$ であり、2相サーボモータが自身のトルクで連続回転するときには一定の速度ではまわらず、本質的に速度変動する性質を持っていることがわかる。このような連続回転時の速度変動は、式(3)と次式

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} \cong T \quad \dots\dots(5)$$

を連立させればよく、このときのアナログ計算機による計算結果を Fig. 3 および Fig. 4 に示す。

定電圧電源駆動 ($r_{R0} = r_{C0} = 0$) の $k=1$ 、すなわち円形回転境界のときには、Fig. 2 にみるごとくトルク変動がないので速度変動もないが、それ以外では必ず電源周波数の2倍の周波数の速度変動がでている。その変動振幅は、 $v = \text{const.}$ として計算したトルク速度特性の時間変動分トルク T_v を $2\omega_0 J$ で割ったものにほぼ等しくなる。したがって、回転子の慣性が小さいほど速度変動は大きくなり、起動特性向上のため慣性

Fig. 2 Torque-speed curves and the rate of torque variation to the maximum stall torque, driven by constant voltage source, where $\tau_1=10$, $\tau_2=8.5$ and $\tau=5$

Fig. 3 Results of analog computation ($\tau_1=10$, $\tau_2=8.5$, $\tau=5$), which show the speed variation in free running when driven by constant voltage source

を小さくした2相サーボモータでは、とくに精密な速度サーボのときかなり大きな問題となろう。また、一般の大形のかご形単相誘導電動機は、2相サーボモータでいえば τ の大きな回転子のほぼ $k=0$ のときの特徴に相当するので、 $J=\infty$ でないかぎり本質的に速度変動の存在することは2相サーボモータと同様である。よく知られているごとく、単相誘導電動機には角周波数 $2\omega_0$ の騒音があるが、このような回転時のトルク変動、もしくはそれによって起こる速度変動がその一

Fig. 4 Speed variation of 2-phase servo-motor in free running, driven by constant voltage source, where $\tau_1=10$, $\tau_2=8.5$, $\tau=5$ and $J=\frac{1+\tau_1^2}{\tau_1^2} \frac{T_0}{\omega_0}$

図と考えられる。

2相サーボモータでは、両巻線の印加電圧が位相差 90° の基本波波形であれば、Fig. 2 にみるごとく停動トルク ($v=0$ のときのトルク) に時間変動がない。しかし、励磁巻線には一般にきれいな波形の電圧を印加できても、制御巻線の電圧波形は種々の理由でひずむことが多く、このようなひずみ波による駆動のときには停動トルクにも時間変動が生じてくる。停動トルクに時間変動があれば、軸を任意の剛性で固定したとき、すなわち

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta \cong T \quad \dots\dots (6)$$

のとき、必ず振動が誘起される。

5. 高調波による停動トルク変動

5.1 定電圧電源駆動

式(3)と式(6)の連立により、停動時の種々の振動が解けるが、その解析的取り扱いには一般にきわめて困難である。しかし、式(6)における機械的共振角周波数 $\omega_n (= \sqrt{\frac{C}{J}})$ が、 ω_0 に比べてはるかに大きければ、停動トルク変動を C で割ったもので振動の大きさを近似できる。

いま両巻線とも定電圧電源で駆動されるとし ($r_{R0}=r_{C0}=0$)、励磁電圧はひずんでいないが、制御側の電圧波形が高調波を含むものとする。このとき、式(3)から、停動時において i_R, i_1 には高調波はないが i_C, i_2 に高調波分が生じるので、全体として停動トルクに時間変動が生じることになる。そのトルク変動波

形は、制御電圧に含まれる高調波より1次高い波と1次低い波の和からなることがわかる。

いま式(3)につぎのような変数変換を行なう。すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{\zeta}{N_R} V_{R0} &\rightarrow V_{R0}, & \frac{\omega_0 L_R}{N_R} i_R &\rightarrow i_R, \\ \frac{\zeta}{N_C} V_{C0} &\rightarrow V_{C0}, & \frac{\omega_0 L_C}{N_C} i_C &\rightarrow i_C, \\ \pi R i_1 &\rightarrow i_1, & 2R\omega_0 T &\rightarrow T, \\ \pi R i_2 &\rightarrow i_2, & \omega_0 t &\rightarrow t \end{aligned}$$

とする。このとき式(3)は、

$$\left. \begin{aligned} V_{R0} &= \frac{1}{\tau_1} i_R + \frac{di_R}{dt} - \tau \zeta \frac{di_1}{dt} \\ V_{C0} &= \frac{1}{\tau_1} i_C + \frac{di_C}{dt} + \tau \zeta \frac{di_2}{dt} \\ \left(i_C + \frac{\tau}{2} i_2 \right) \frac{d\theta}{dt} &= i_1 + \frac{\tau}{2} \frac{di_1}{dt} - \frac{di_R}{dt} \\ \left(i_R - \frac{\tau}{2} i_1 \right) \frac{d\theta}{dt} &= i_2 + \frac{\tau}{2} \frac{di_2}{dt} + \frac{di_C}{dt} \\ T &= -(i_R i_2 + i_C i_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

となる。

$d\theta/dt=0$ のとき式(7)をアナログ計算回路に組めば、Fig. 5 のようになる。ここで V_{R0} に基本波 $\cos t$ を、 V_{C0} に基本波のほかにも高調波を含むひずみ波形 $k(\sin t + k' \left\{ \frac{\sin}{\cos} \right\} mt)$ を入れて停動トルクを計算できる。いま $\tau_1=10$, $\tau_2=8.5$ ($\therefore \zeta=0.85$) として計算した結果を以下に示す。

Fig. 6 は制御電圧に第2調波を含む場合であって、停動トルクの時間変動分最大片振幅の定格停動トルク ($k=1, k'=0$) に対する割合を図示したものである。この場合、高調波を含んだときの時間平均停動トルクは、含まない場合の停動トルクに一致する。すなわち

Fig. 5 Analog circuit for computing stall torque variation (constant voltage source)

Fig. 6 Changes of stall torque variation by the effect of τ , where $\tau_1=10$ and $\tau_2=8.5$

V_{C0} に含まれる高調波分は、 V_{R0} に高調波分がないために停動トルクの時間平均を増減させず、時間変動分としてのみ効いてくる。図から、波形のひずみ率が大きければそれに比例してトルク変動割合は大きく、また τ が大きくなるにつれてトルク変動割合はいくぶん小さくなることがわかる。しかし実用範囲に対して τ はあまり顕著な影響を与えないので、以下は $\tau=1$ として計算した結果を示す。

Fig. 7 および Fig. 8 はそれぞれ第2および第3調波のある場合のトルク変動割合である。一般に $k'=0.1$ 程度の波形ひずみは普通であることを考えると、停動最大トルクの 10% 程度の振幅のトルク変動を見込んでおかねばならないことがわかる。アナログ計算結果の一例を Fig. 9 に示す。

Fig. 7 Stall torque variation when control voltage has 2nd harmonics, where $\tau_1=10$, $\tau_2=8.5$ and $\tau=1$

Fig. 8 Stall torque variation when control voltage has 3rd harmonics, where $\tau_1=10$, $\tau_2=8.5$ and $\tau=1$

Fig. 9 Results of analog computation ($\tau_1=10$, $\tau_2=8.5$, $\tau=1$) $V_{R0}=\cos t$, $V_{C0}=\sin t + k' \sin 2t$

5.2 定電流電源駆動

制御側が定電流電源で駆動される場合 ($r_{R0}=0$, $r_{C0}=\infty$) には、Fig. 10 のような計算回路とし、 V_{R0} によって生じる i_R を $\cos t$ とし、 i_R と大きさ等しく 90° 位相の $\sin t$ を i_R に同期させて得、これを基準として種々にひずませた場合のトルク変動を求めた。

Fig. 11 は i_C が正側と負側で大きさの異なるものであって、通常、サーボモータを真空管もしくはトランジスタのB級プッシュプル接続で駆動する場合に往々にして起こりうる。このときのトルク変動割合はひず

Fig. 10 Analog circuit for computing stall torque variation (constant current source)

Fig. 11 Stall torque variation when control current is asymmetric, where $\tau_1=10$, $\tau_2=8.5$, and $\tau=1$

み率に比例するが、ひずみ率さえ一定なら平均トルクに対する変動トルクの割合は一定であることがわかる。 $k_1=1$ でひずみ率 1 のときは半波駆動に相当し、全波駆動のときの平均トルクの約 1/2 の平均トルクとなり、平均トルクにはほぼ等しいトルク変動振幅を有していることがわかる。このときのアナログ計算結果の例を Fig. 12 に示す。図で V_c はひずみ波形電流 i_c により発生する巻線の端子電圧である。

Fig. 13 には制御側に矩形波電流を流したときの計算結果を、また Fig. 14 には SCR などによって制御側を通電角制御した場合に相当する計算結果を示す。これら 2 つの場合のトルク変動には高い高調波成分があり、軸を固定した機械的共振周波数よりも大きな周波数成分は減衰されるが、ほぼ同じ周波数成分では共振が生じよう。その大きさは、式(6)が速度に比例したダンピング項を無視した理想的振動系であっても、

Fig. 12 Results of analog computation ($\tau_1=10$, $\tau_2=8.5$, $\tau=1$)
 $i_R=\cos t$, $i_c=k_1 \sin^+ t + k_2 \sin^- t$

Fig. 13 Results of analog computation
($\tau_1=10$, $\tau_2=8.5$, $\tau=1$)
 $i_R=\cos t$, $i_c=\begin{cases} +k \cdots (\sin t \geq 0) \\ -k \cdots (\sin t < 0) \end{cases}$

$\theta \rightarrow \pm\infty$ のような尖頭的共振は生じない、というのは、サーボモータ自体のトルク速度特性がゼロ速度近傍でいくら右上がりであっても、速度の大きい範囲では必

$\varphi=30^\circ \quad \varphi=60^\circ \quad \varphi=90^\circ \quad \varphi=120^\circ \quad \varphi=150^\circ$

Fig. 14 Results of analog computation

$(\tau_1=10, \tau_2=8.5, \tau=1)$

$$i_R = \cos t, \quad i_C = \begin{cases} \sin t \cdots \cdots (n\pi \leq t < n\pi + \varphi) \\ 0 \cdots \cdots (n\pi + \varphi \leq t < (n+1)\pi) \\ n=0, 1, 2, \cdots \end{cases}$$

ず右下がりとなって、ダンピングが生じるからである。いずれにせよ、矩形波電流駆動や通電角制御の場合のごとく停動トルク変動に高い高調波成分のあるときには、実際のねじり振動波形はトルク変動波形とはかなり様子が異なるであろうことが容易に想像される。

以上、いずれの場合においても、駆動波形がひずんでいれば、必ず停動トルクに時間変動があり、回転子のねじり振動の原因となることがわかる。

6. 直流重畳の影響

6.1 定電圧電源駆動

2相サーボモータの制御相をA級増幅器で駆動する場合、制御巻線に流れる電流には直流成分が存在する。いま両巻線とも定電圧電源で駆動される場合を考える。式(3)において $r_{R0}=r_{C0}=0$ とし、かつ

$$\left. \begin{aligned} V_{R0} &= A_0 \cos \omega_0 t \\ V_{C0} &= k B_0 \sin \omega_0 t + B_1 \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (8)$$

とすると、 $t \rightarrow \infty$ の定常値では励磁電流 i_R は $B_1=0$ の場合と同一であるが、制御電流 i_C には直流電流 B_1/r_C が付加されることになる。したがって i_1, i_2 には、角周波数 ω_0 の基本波のほか、回路定数と v の関数としての直流成分が含まれることになり、式(4)で表わされるトルク T の時間平均トルク T_a には、直流を流したことにより次式で表わされる T_a' がさらに

付加される。

$$T_a' = - \left(\frac{B_1}{B_0} \right)^2 \frac{(1+\tau_1^2)v}{1+\frac{\tau^2}{4}v^2} T_0 \quad \cdots \cdots (9)$$

T_a' は $v=0$ のとき0となるので、直流分が含まれたからといって停動トルクは増減しない。しかし $v>0$ のとき $T_a'<0$ となるので、サーボモータのトルク速度特性の傾斜はさらに右下がりになり、ダンピングがよくなる。このことを定量的に示すために垂下特性をもつための条件式を求めると

$$\frac{\tau_1^2 + \tau_2^2 - 1}{\{(1+\tau_1)^2 + \tau_2^2\}^2} \frac{1+k^2}{2} - (1+\tau_1^2) \left(\frac{B_1}{B_0} \right)^2 \leq 0 \quad \cdots \cdots (10)$$

となる。これから $\tau_1^2 + \tau_2^2 - 1 \leq 0$ であれば常に垂下特性を有するが、 $\tau_1^2 + \tau_2^2 - 1 > 0$ であっても直流分 B_1 を大きくしてやれば不等式(10)が満たされ、垂下特性をもたせることができる。

一方、時間変動トルクには、式(4)で表わされる電源の2倍周波数の変動トルクのほかにさらに電源に等しい周波数の変動トルクが付加され、この変動トルクは停動時においても0とはならない。停動時におけるこのトルク変動の大きさは

$$T_v' = \left(\frac{B_1}{B_0} \right) \sqrt{\frac{1+\tau_1^2}{(1+\tau_1)^2 + \tau_2^2}} T_0 \quad \cdots \cdots (11)$$

である。

6.2 定電流電源駆動

2相電源でかつ励磁相は定電圧、制御相は定電流電源で駆動される場合を考える。このとき $r_{R0}=0, r_{C0}=\infty$ であるが、このことは $r_{C0}=0$ としかつ式(3)第2式右辺の第3項 $\frac{\pi L}{2} N_C \frac{di_2}{dt}$ を無視したときと等価である⁽²⁾。この場合についても式(8)を入れて計算すると、直流分を含まないときの定電流電源駆動時のトルク速度特性に対し、式(9)と同一の平均トルクの変化があり、また停動時の変動トルクも式(11)と同一になることがわかる。

以上のいずれの場合でも、制御巻線に直流分が重畳されると、停動トルクの時間平均値は増減しないが電源周波数に等しい周波数の停動トルク変動の生じることがわかった。その大きさは含まれる直流分の大きさに比例する。いま $k=1$ のときの停動トルク、すなわち定格トルクで式(11)を割り、定格トルクに対する停動トルク変動分の割合を求めると Fig. 15 のようになる。これから、 τ が大きくなるにつれて変動の割合が大きくなる(定格トルクが小さくなるため)ことがわかる。図で $\tau=0$ の場合には、直流電圧が交流定格電圧振幅に対して1%含まれていれば、 $\tau_1=10$ である

Fig. 15 Stall torque variation caused by direct current, where $\tau_1=10$ and $\tau_2=8.5$

から交流電流の約 10% の直流電流が流れ、10% の停動トルク変動を生じる。 $\tau=2$ 付近に選んであるサーボモータでは、1% の直流電圧に対し、定電圧電源で 11%、定電流電源で 18% の停動トルク変動があることになる。

定電流電源駆動のときにトルク速度特性が垂下特性を持つための条件は、

$$\frac{(r_1^2 + r_2^2 - 1)k^2 + \frac{\tau^2}{4} - 1}{2\left(1 + \frac{\tau^2}{4}\right)\{(1+r_1)^2 + r_2^2\}} - (1+\tau_1^2)\left(\frac{B_1}{B_0}\right)^2 \leq 0 \quad \dots (12)$$

である。式(10)、(12)で $k=0$ とおくと単相運転しない条件となり、Fig. 16 をうる。図の絶対安定領域は、どのような内部抵抗の電源で駆動しても単相運転の生じない領域であり、不安定領域は、いけば安定にしやすい定電圧電源で駆動してもなおダンピング不足である領域である。 $\tau \leq 2$ では常に安定であるが、定電流電源では不安定な $\tau=4$ のときでも、4.5% の直流電圧を与えてやれば単相運転しなくなる。しかしながらこのときには、Fig. 15 から定格トルクの約 1.6 倍

Fig. 16 Nonexistence condition of the single-phases running, where $\tau_1=10$ and $\tau_2=8.5$

の振幅の停動トルク変動が存在することになる。

以上のように常時直流を流してやれば、その直流電圧がわずかであってもかなり大きなトルク変動を生じ、サーボモータ軸にはげしい振動を誘起する。しかしサーボモータを安定化できるという利点があるので、振動さえ無害なら直流重畳駆動方式が採用されてよい。自動平衡形記録計のような一般の位置サーボでは、この振動の振幅は歯車列の減速により小さくなり最終位置決めに影響してこない場合が多く、しかも歯車列などに存在する摩擦の悪影響を除去できる、いわゆる dither の効果を発揮するので、かえってつごうのよい場合がある。しかしコンピュータのような系では、この振動は操作感覚上きわめて有害であって、一般に直流重畳駆動方式は力サーボには採用できないことがわかる。

7. 回路定数の影響

式(3)において $r_{R0}=0$, $r_{C0} \neq 0$, $r_{C0}/r_C = \delta$ とし、駆動電圧 V_{R0} , V_{C0} が基本波だけの場合について解くと、すでに求めた $\delta=0$ (定電圧電源), $\delta=\infty$ (定電流電源) の場合以外でも、 $\delta=\text{const.}$ であれば停動トルクに時間変動のないことがわかる。この場合、 τ_1 と ζ が励磁巻線と制御巻線とで異なった値をとってもトルク変動はない。すなわち、電源内部抵抗が一定であって駆動電圧がきれいであれば、その内部抵抗値の大小、両巻線の駆動電圧値の大小、両巻線電圧の位相差によらず停動トルクに時間変動はないし、さらに両巻線の回路定数の不平衡も停動トルク変動を生ぜず、本質的な振動原因とはならない。

しかし、制御巻線をトランジスタ増幅器で駆動する場合のごとく、制御巻線からみた電源内部抵抗が制御回路に流れる電流に依存する場合がある。電流は一般に交流だから内部抵抗が時間変動するともいえる。この場合には、 δ が i_C の関数となって式(3)第2式は非線形となり、 V_{R0} , V_{C0} が基本波だけでも一般に i_C と i_1 に直流分や高調波が含まれ、停動トルクに時間変動を生じる。たとえば $\delta = \sigma i_C$ ($\sigma = \text{const.}$ で δ は 1 に比べて小さい) のときは i_C に直流分が含まれ、角周波数 ω_0 の停動トルク変動が生じる。したがって軸を有限の剛性で固定した系では、一般に必ず振動が誘起される。

一方、回転子におけるトルク分布は、式(1)第5式で $\partial T / \partial \varphi$ として求められ、たとえば $L=0$ ($\therefore \tau=0$) の場合の停動時では Fig. 17 のようになる。 $k=0$ のときは正逆両トルクが相殺して全体としてトルクは 0 であるが、 k が大になるにつれその均衡が破れること

Fig. 17 Torque distribution on the rotor surface when stalled, where $L=0$

がわかる。図でどの時間瞬間の切断面をとっても、 φ 方向に積分した全トルクは一定であるが、もし φ の一部でコイルが欠けているとか、またはある部分のコイル抵抗値が他と異なっている場合を考えると、 φ 方向のトルク分布が変わって、全トルクは電源周波数の2倍の周波数で変動しよう。すなわち、回転子のコイルの数、抵抗値、配置などの不平衡は、電源周波数の2倍周波数の停動トルク変動の原因となる。これは他の場合と異なり、 $k=0$ すなわち制御巻線電圧が0のときでも生じ得ることがわかる。

8. 結 言

2相サーボモータのトルク変動特性について解析し、主として軸固定時における振動の原因について考察した。その結果、励磁、制御両巻線の駆動電圧波形にひずみがなく、電源内部抵抗が一定であれば、停動トルクに時間変動はなく、両巻線の回路定数の不平衡、駆動電圧の大きさや位相の違いは振動の本質的な原因とはなり得ないことがわかった。しかし、駆動電圧の波形ひずみや直流分、電源内部抵抗の非線形性、回転子コイルの不平衡は、停動トルクに時間変動を生じて振

動の直接的原因となる。またサーボモータが連続的に回転するときには、本質的に電源の2倍の周波数の速度変動があることを示した。

50~60c/s の通常の2相サーボモータでは軸固定時の機械的共振周波数は約 1200c/s 程度だから、約十数倍程度までの高調波の停動トルク変動なら、それを剛性率 C で割って、近似的に振動の大きさを求めることができる。たとえば 15W 程度のモータでは、定格トルクに等しい停動トルク変動があれば回転子のねじり振動の振幅は約 0.001 rad、軸周上で 2.5μ 程度となる。

しかしマニピュレータなどの実際の力サーボでは、モータ軸は必ず歯車減速されて停動される。一般に歯車列の付加により、 J は多少増加するが C が極端に減少し、系の固有周波数は容易に 100 c/s あるいはそれ以下に減少することがある。このような場合には振動の様相はかなり変化してくると思われるし、また Fig. 2 のトルク速度特性からわかるごとく、時間的にダンピング特性が変動しているので、それによってパラメトリック共振の生じることが考えられる。このような振動特性については今後の課題として残されている。

おわりに、本研究に対し有益なご討論をいただいた日立中央研究所、須藤卓郎部長、森竜太郎主任研究員、嶋井章研究員、沼倉俊郎研究員に対し、深甚の謝意を表わす。

参 考 文 献

- (1) 江尻：2相サーボモータの特性と振動に関する考察，第3回計測自動制御学会学術講演会論文集，p. 275/276 (1964)
- (2) 江尻：2相サーボモータの交差磁界法による解析，計測自動制御学会論文集，1, 1, p. 63/74 (1965)
- (3) 江尻：2相サーボモータのトルク変動，第7回自動制御連合講演会論文集，p. 199/200 (1965)
- (4) 江尻，嶋井：サーボマニピュレータ，計測と制御，2, 7, p. 483/490 (1963)
- (5) 江尻ほか：日立電動式サーボマニピュレータ，日立評論，46, 6, p. 950/954 (1964)

付録 式(9)~(12)の誘導法の概略

電流分布を表わす式(2)の i_1, i_2 は定常状態では周期関数となるので、これをつぎのような Fourier 級数の形に表わす。

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= U_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (U_m \cos m\omega_0 t + V_m \sin m\omega_0 t) \\ i_2 &= W_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (W_m \cos m\omega_0 t + X_m \sin m\omega_0 t) \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

このとき式(13)と式(8)とを式(3)の第1式・第2式に代入し、 $t \rightarrow \infty$ の定常値として i_R, i_C を求めることができる。これにより、 i_1, i_2, i_R, i_C は $U_0, W_0, U_m,$

$V_m, W_m, X_m (m=1, 2, \dots)$ が係数に含まれた $\cos m\omega_0 t, \sin m\omega_0 t$ の級数となる。

これらを式(3)の第3式・第4式 (ただし $d\theta/dt = \omega = \text{const.}$) に代入し、左辺と右辺の $\cos m\omega_0 t, \sin m\omega_0 t$ の係数を比較すれば、 $U_m = V_m = W_m = X_m = 0$ (ただし、 $m \geq 2$) となり、残った U_0, W_0 および U_1, V_1, W_1, X_1 だけが回路定数、制御電圧、速度などの関数として求まる。したがって、 i_1, i_2, i_R, i_C が定まる。これらを式(3)の第5式に代入してトルクを求めると、式(4)に T_a', T_v' が付加されて

$$T = T_a + T_v \sin 2(\omega_0 t + \phi) + T_a' + T_v' \sin (\omega_0 t + \phi') \quad \dots\dots (14)$$

の形になる。ここで T_a, T_v, T_a', T_v' は回路定数、制御電圧、速度の関数である。式(14)の第3項 T_a' が

式(9)であり、また第4項の T_v' で $v=0$ とおいたものが式(11)である。また T_a, T_v は直流分を含まないときの時間平均トルクと時間変動トルクの振幅であり、既報⁽²⁾のとおりである。 T_v は $v=0$ で 0 となる。

垂下特性を持つための条件は、式(14)の時間平均トルク $T_a + T_a'$ がトルク速度特性の $v=0$ 近傍で右下がりのこう配を持つ条件

$$\left. \frac{d(T_a + T_a')}{dv} \right|_{v=0} \leq 0 \quad \dots\dots (15)$$

から求められ、式(10), (12)のようになる。定電圧電源駆動のときと定電流電源駆動のときでは、本文記載のごとく T_a' は変わらないが、 T_a は異なる⁽²⁾ので、垂下特性の条件式したがって単相運転しない条件は、駆動電源の種類によって異なってくる。