多条細管路のパワー伝送特性に関する研究†

——基本的伝送路の解析と設計——

高 森 年*・米 持 政 忠*

Study on Power Transmission Characteristics of Parallel Capillaries

——Analysis and Design of Basic Transmission Circuit——

Toshi TAKAMORI* and Masatada YONEMOCHI*

For the purpose of using parallel capillaries as transmission lines in analogue fluidic circuit systems, the power transmission characteristics are theoretically and experimentally investigated. The effects of the dimensions of parallel capillaries, the internal impedance of the signal source, and the load impedance are studied over the frequency range of 0~300 Hz. It is shown that the parallel capillaries are useful as low-pass transmission lines between fluidic amplifiers, but it is difficult to obtain good characteristics at the attenuation band. The experimental results agree well with predictions from a distributed parameter theory over the total frequency range. For a lumped parameter theory, the differences are within 10 percent at $\Omega \leq 40$. ($\Omega = 2\pi f a^2 / \nu$)

Finally the theoretical method of design for a parallel capillaries transmission line is described with an example.

1. は じ め に

細管を数本並列に結合したいわゆる多条細管路は流量が圧力に比例することから流体抵抗¹⁾ または層流形流量計²⁾ としてアナログフルイデックス回路系において広く利用されているが、これらは作動流体の高周波ノイズを除去する効果を示すことから低域フィルタとしての機能をもつことが明らかにされている³⁾。多条細管路がこのような機能をもつことは、たとえばこれを能動素子間の接続要素として用いれば、流体抵抗または流量計として利用できるばかりでなく同時に伝送路としても利用できる点で効果的であり、これによって前段素子からの信号に対しインピーダンス整合を行ない、かつ高周波ノイズを減衰させることが可能となる。

多条細管路に関するこれまでの研究は流体抵抗また

は流量計としての立場からは比較的多く行なわれているが^{2), 4), 5)}、低域フィルタもしくは伝送路としての立場では特殊な例について実験的に検討された報告³⁾ 以外にはみあたらないようである。しかしこのような管路をアナログフルイデックス回路系において伝送路として利用する場合、その望ましい管路形状ならびに伝送路前後の構成条件を十分考慮することが必要であり、したがってこれに関する理論的検討が必要であると考えられる。

そこで本研究では多条細管路を伝送路として構成した基本的伝送系について、信号通過周波数域におけるインピーダンス整合を考慮したパワー伝送減衰特性⁶⁾ の理論解析、実験ならびに設計方法について明らかにする。

(記 号)

本文で用いられるおもな記号を下記に示す。

S : パワー伝送係数, P_E : 信号源圧力 (kgf/m^2), P_2 : 負荷上流圧力 (kgf/m^2), P_1 : 伝送路入口圧力 (kgf/m^2), P_C : 制御圧力 (kgf/m^2), $\bar{P}$: 伝送路内バイアス圧力 (kgf/m^2), Q_2 : 負荷流入流量 (m^3/s), A^*, B^*, C^*, D^* : 伝送路伝達マトリクス要素, Z : インピーダンス ($\text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^5$), Z_0 : 特性インピーダンス ($\text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^5$), Y : アドミッタンス ($\text{m}^5/\text{kgf} \cdot \text{s}$), R : 抵抗 ($\text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^5$), X : リアクタンス ($\text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^5$), G : コンダクタンス ($\text{m}^5/\text{kgf} \cdot \text{s}$), B : サセプタンス ($\text{m}^5/\text{kgf} \cdot \text{s}$), L : イナダナンス ($\text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^5$), C : キャパシタンス ($\text{m}^5/\text{kgf} \cdot \text{s}$), Γ : 伝播定数 (m^{-1}), Ω : 無次元周波数, ω : 角周波数 (rad/s), f : 実周波数 (Hz), f_c : シャ断周波数 (Hz), p : 無次元複素周波数, α : パワー伝送減衰量 (dB), $\text{ber}_{0,1}$: ベル関数, $\text{bei}_{0,1}$: ベイ関数, $J_{0,1}$: ベッセル関数, n : 細管本数, m : カスケード数, a : 細管半径 (m), l : 単位構成要素の長さ (m), l_t : 伝送路の長さ (m), ρ : 密度 ($\text{kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$) μ : 粘度 ($\text{kgf} \cdot \text{s}/\text{m}^2$), ν : 動粘度 (m^2/s), c : 音速 (m/s), γ : ポリトロプ指数, σ^2 : プラントル数, β : 圧力増幅率, κ : 固有値, ξ , η , ζ : 無次元パラメータ, $j = \sqrt{-1}$

† 第 15 回自動制御連合講演会で発表 (昭 47・11)

* 神戸大学工学部 神戸市灘区六甲台町

* Faculty of Engineering, Kobe University, Kobe
(Received March 20, 1974)

Fig. 1 Fundamental transmission system in analogue fluidic circuits and its electrical equivalent circuit

なおサフィックスについては以下の通りである。

- u : 単位長さ当りの場合, e : 分布定数回路の場合,
- a : 集中定数回路の場合, T : T形等価回路の場合,
- π : π 形等価回路の場合

2. 理論解析

ここでは多条細管路の伝送理論として Nichols の⁷⁾

理論⁷⁾に基づく分布定数理論と集中定数近似理論について明らかにする。

2.1 伝送系とパワー伝送減衰量

いまアナログフルディスク回路における伝送系の一例として 2 個の噴流偏向要素子のカスケード結合の場合を考える。Fig. 1(a) はその概略図を示すもので、図中の破線で囲まれた部分がその基本的伝送系である。また Fig. 1(b) はこの破線部分を電気的等価回路表示したものである。 R_s は前段要素子の内部抵抗, R_L は次段要素子の入力抵抗である。T.C は伝送路であり、ここでは多条細管伝送路がこれに相当する。また P_E は前段要素子の出力口を閉じたときの出力信号圧力を示し, P_2 は次段要素子の入力ポート圧力を示す。さてこのような伝送回路のパワー伝送係数⁶⁾を S とすると

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_L P_E}{R_s P_2}} \quad (1)$$

で与えられる。また

$$\begin{bmatrix} P_E \\ P_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^* + B^*/R_L + C^*R_s + D^*R_s/R_L & B^* + R_s D^* \\ C^* + D^*/R_L & D^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

であるから S は結局

$$S = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{R_L}{R_s}} A^* + \frac{B^*}{\sqrt{R_s R_L}} + \sqrt{R_s R_L} C^* + \sqrt{\frac{R_s}{R_L}} D^* \right) \quad (3)$$

となる。ここに A^*, B^*, C^*, D^* は多条細管伝送路の伝達マトリクス要素である。上式よりパワー伝送減衰量 α は

$$\begin{aligned} \alpha(\text{dB}) &= 20 \log_{10} |S| \\ &= 20 \log_{10} \left| \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{R_L}{R_s}} A^* + \frac{B^*}{\sqrt{R_s R_L}} + \sqrt{R_s R_L} C^* + \sqrt{\frac{R_s}{R_L}} D^* \right) \right| \end{aligned} \quad (4)$$

となり、多条細管伝送路の伝達マトリクスが決定すれば α を求めることができる。

Fig. 2 Elemental circuit of uniform parallel capillaries

2.2 多条細管伝送路の伝達マトリクス

2.2.1 分布定数理論

多条細管伝送路を分布定数回路とみなした場合の電気的等価回路を Fig. 2 に示す。いまこの伝送路の微小長さを Δl_e とすれば、図のインピーダンス Z_e およびアドミッタンス Y_e は

$$Z_e = Z_{ue} \cdot \Delta l_e, \quad Y_e = Y_{ue} \cdot \Delta l_e \quad (5)$$

で与えられる。ここでインピーダンスとアドミッタンスを総称してインミタンスと名付けば⁸⁾, (5) 式における Z_{ue} および Y_{ue} は多条細管伝送路の単位長さ当りのインミタンスである。ここで伝送路の細管本数を n とすれば, Z_{ue}, Y_{ue} は単一管路の単位長さ当りのインミタンス Z_{ue}', Y_{ue}' に対し次式のような関係にある。

$$Z_{ue} = Z_{ue}'/n, \quad Y_{ue} = n Y_{ue}' \quad (6)$$

また Z_{ue}', Y_{ue}' は Nichols⁷⁾ によって与えられている。

から、結局 Y_{ue}, Z_{ue} は

$$Z_{ue} = R_{ue} + jX_{ue}, \quad Y_{ue} = G_{ue} + jB_{ue} \quad (7)$$

ここに

$$\begin{aligned} R_{ue} &= \frac{\Omega L_0 \left\{ (\text{ber}_0 \varphi - \text{bei}_0 \varphi) \frac{2\sqrt{2}}{\varphi} \text{bei}_1 \varphi + (\text{ber}_0 \varphi + \text{bei}_0 \varphi) \frac{2\sqrt{2}}{\varphi} \text{bei}_1 \varphi \right\}}{n \left\{ \left(\text{ber}_0 \varphi + \text{bei}_0 \varphi + \frac{2\sqrt{2}}{\varphi} \text{ber}_1 \varphi \right)^2 + \left(\text{ber}_0 \varphi - \text{bei}_0 \varphi - \frac{2\sqrt{2}}{\varphi} \text{bei}_1 \varphi \right)^2 \right\}} \\ X_{ue} &= \frac{\Omega L_0 \left\{ 2(\text{ber}_0^2 \varphi + \text{bei}_0^2 \varphi) + (\text{ber}_0 \varphi + \text{bei}_0 \varphi) \frac{2\sqrt{2}}{\varphi} \text{ber}_1 \varphi - (\text{ber}_0 \varphi - \text{bei}_0 \varphi) \frac{2\sqrt{2}}{\varphi} \text{bei}_1 \varphi \right\}}{n \left\{ \left(\text{ber}_0 \varphi + \text{bei}_0 \varphi + \frac{2\sqrt{2}}{\varphi} \text{ber}_1 \varphi \right)^2 + \left(\text{ber}_0 \varphi - \text{bei}_0 \varphi - \frac{2\sqrt{2}}{\varphi} \text{bei}_1 \varphi \right)^2 \right\}} \\ G_{ue} &= \frac{n\Omega C_0 \left\{ (\text{ber}_0 \varphi' - \text{bei}_0 \varphi') \frac{2\sqrt{2}}{\varphi'} (\gamma - 1) \text{ber}_1 \varphi' + (\text{ber}_0 \varphi' + \text{bei}_0 \varphi') \frac{2\sqrt{2}}{\varphi'} (\gamma - 1) \text{bei}_1 \varphi' \right\}}{2(\text{ber}_0^2 \varphi' + \text{bei}_0^2 \varphi')} \\ B_{ue} &= \frac{n\Omega C_0 \left\{ 2(\text{ber}_0^2 \varphi' + \text{bei}_0^2 \varphi') - (\text{ber}_0 \varphi' + \text{bei}_0 \varphi') \frac{2\sqrt{2}}{\varphi'} (\gamma - 1) \text{ber}_1 \varphi' + (\text{ber}_0 \varphi' - \text{bei}_0 \varphi') \frac{2\sqrt{2}}{\varphi'} (\gamma - 1) \text{bei}_1 \varphi' \right\}}{2(\text{ber}_0^2 \varphi' + \text{bei}_0^2 \varphi')} \end{aligned}$$

となる。また $\Omega = a^2 \omega / \nu$, $L_0 = \mu / \pi a^4$, $C_0 = \pi \nu / \gamma \bar{P}$, $\varphi = \sqrt{\Omega}$, $\varphi' = \sigma \sqrt{\Omega}$ である。多条細管伝送路を分布定数回路とみなした場合の伝達マトリクスは電気系における分布定数線路⁸⁾の場合と同様に考えれば

$$\begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \Gamma l_i & Z_0 \sinh \Gamma l_i \\ \frac{1}{Z_0} \sinh \Gamma l_i & \cosh \Gamma l_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

となる。ここに $Z_0 = \sqrt{(R_{ue} + jX_{ue}) / (G_{ue} + jB_{ue})}$, $\Gamma = \sqrt{(R_{ue} + jX_{ue})(G_{ue} + jB_{ue})}$ である。

2.2.2 集中定数近似理論

まず信号波長に対し十分短い長さ l の多条細管路を伝送路から取出し、このような管路を集中定数回路によって表わすことを考える。Fig. 2 で示されたように一般に多条細管路は「はしご形」等価回路によって表示することが適当である。ただしここでは管路の対称性を考慮し、Fig. 3(a) に示されるような T 形もしくは π 形の「はしご形」回路によって表示する。図におけるインピーダンス Z およびアドミッタンス Y は

$$Z = Z_{ue} l, \quad Y = Y_{ue} l \quad (9)$$

で与えられる。ここに Z_{ue}, Y_{ue} は多条細管路の集中定数化された単位長インミタンスであり、(7)式で示される Z_{ue}, Y_{ue} の近似式として与えられる⁷⁾。(7)式は Ω の比較的小さいとき近似化でき、その結果 Z_{ue} および Y_{ue} は次式ようになる。

$$Z_{ue} = R_{ue} + jX_{ue}, \quad Y_{ue} = G_{ue} + jB_{ue} \quad (10)$$

ここに

$$R_{ue} = \frac{8\mu}{\pi a^4 n}, \quad X_{ue} = \frac{4}{3} \frac{\mu \Omega}{\pi a^2 n},$$

$$G_{ue} = \frac{\pi \sigma \nu^2 (\gamma - 1) \Omega^2 n}{9 \gamma \bar{P} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{9} \sigma^2 \Omega \right)^2 \right\}},$$

$$B_{ue} = \frac{\pi \nu}{\gamma \bar{P}} \left\{ 1 + \frac{\gamma - 1}{1 + \left(\frac{1}{9} \sigma^2 \Omega \right)^2} \right\} \Omega n$$

ここで(10)式を(9)式に代入し変形すると

$$Z = R_1 + j\Omega L, \quad Y = j\Omega C_1 + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{j\Omega C_2}} \quad (11)$$

ここに

$$R_1 = \frac{8\mu l}{\pi a^4 n}, \quad R_2 = \frac{\gamma \bar{P} \sigma^2}{9\pi \nu (\gamma - 1) n l}, \quad L = \frac{4\mu l}{3\pi a^4 n},$$

$$C_1 = \frac{\pi \nu n l}{\gamma \bar{P}}, \quad C_2 = \frac{\pi \nu (\gamma - 1) n l}{\gamma \bar{P}}$$

となる。(11)式より結局、集中定数等価回路は Fig. 3 (b) のようになる。またこれらの回路に関する伝達マ

Fig. 3 Electrical equivalent circuit of unit parallel capillaries

トリクスは

(i) T形等価回路の場合

$$[F_T] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \\ Y & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

(ii) π 形等価回路の場合

$$[F_\pi] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

となる。このような等価回路によって表わされる多条細管路は伝送路の単位要素であると考えられるので以後これを単位構成要素と呼ぶ。さて多条細管伝送路を単位構成要素が m 個カスケード結合された回路であると考えれば

$$l_t = ml \quad (14)$$

であり、また伝送路の伝達マトリクスは

$$\begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} = [F_T]^m \text{ or } [F_\pi]^m \quad (15)$$

となる。以下に単位構成要素が π 形等価回路の場合について式の誘導を行なうが、T形等価回路の場合⁹⁾ についてもほぼ同様である。

この場合、(13)、(15)式より伝送路の伝達マトリクスは

$$\begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} = [F_\pi]^m = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix}^m \quad (16)$$

$$[F_\pi]^m = \begin{bmatrix} -\frac{\sinh(m-1)\tau + \sinh m\tau \cosh \tau}{\sinh \tau} & Z \cdot \frac{\sinh m\tau}{\sinh \tau} \\ Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \frac{\sinh m\tau}{\sinh \tau} & -\frac{\sinh(m-1)\tau + \sinh m\tau \cosh \tau}{\sinh \tau} \end{bmatrix} \quad (24)$$

となる。上式に

$$\left. \begin{aligned} -\sinh(m-\tau) &= -\sinh m\tau \cdot \cosh \tau + \cosh m\tau \cdot \sinh \tau \\ Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) &= \frac{1}{Z}\left(1 + \frac{ZY}{2}\right)^2 - \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z} \sinh^2 \tau \\ \cosh m\tau &= 2^{m-1} \prod_{k=1}^m \left[\cosh \tau - \cos \frac{(2k-1)\pi}{2m} \right] \\ \sinh m\tau &= 2^{m-1} \sinh \tau \cdot \prod_{k=1}^{m-1} \left[\cosh \tau - \cos \frac{k\pi}{m} \right] \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

なる関係を代入すれば、結局、単位構成要素が π 形等価回路の場合、伝送路の伝達マトリクスは

$$\begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} = 2^{m-1} \begin{bmatrix} \prod_{k=1}^m \left[1 + \frac{ZY}{2} - \cos \frac{(2k-1)\pi}{2m} \right] & Z \prod_{k=1}^{m-1} \left[1 + \frac{ZY}{2} - \cos \frac{k\pi}{m} \right] \\ \frac{1}{Z} \left(\left(1 + \frac{ZY}{2} \right)^2 - 1 \right) \prod_{k=1}^{m-1} \left[1 + \frac{ZY}{2} - \cos \frac{k\pi}{m} \right] & \prod_{k=1}^m \left[1 + \frac{ZY}{2} - \cos \frac{(2k-1)\pi}{2m} \right] \end{bmatrix} \quad (26)$$

となる。またT形等価回路の場合は

$\searrow$ となる。ここで $[F_\pi]$ の固有値を κ とすると、これはつぎの特性方程式を満足する。

$$\det |[F_\pi] - \kappa[I]| = \kappa^2 - 2\kappa\left(1 + \frac{ZY}{2}\right) + 1 = 0 \quad (17)$$

ここに $[I]$ は単位マトリクスである。また上式の2根を κ_1, κ_2 とすると

$$\kappa_1 \cdot \kappa_2 = 1 \quad (18)$$

$$\kappa_1 + \kappa_2 = 2\left(1 + \frac{ZY}{2}\right) \quad (19)$$

である。ここで $\kappa_1 = e^\tau$ とおくと、(18)式より $\kappa_2 = e^{-\tau}$ となるから、(19)式より

$$\cosh \tau = 1 + \frac{ZY}{2} \quad (20)$$

となる。一方 Cayley-Hamilton の定理によって $[F_\pi]^m$ は次式のように表わすことができる。

$$[F_\pi]^m = K_0[I] + K_1[F_\pi] \quad (21)$$

ここに K_0, K_1 は $[F_\pi]$ の固有値 κ_1, κ_2 と次式のような関係をもつ。

$$\kappa_1^m = K_0 + K_1\kappa_1, \quad \kappa_2^m = K_0 + K_1\kappa_2 \quad (22)$$

上式より K_0, K_1 は

$$\begin{aligned} K_0 &= -\sinh(m-1)\tau / \sinh \tau, \\ K_1 &= \sinh m\tau / \sinh \tau \end{aligned} \quad (23)$$

となる。したがって(21)、(23)式より $[F_\pi]^m$ は

$$\begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} = 2^{m-1} \begin{bmatrix} \prod_{k=1}^m \left[1 + \frac{ZY}{2} - \cos \frac{(2k-1)\pi}{2m} \right] & \frac{1}{Y} \left\{ \left(1 + \frac{ZY}{2} \right)^2 - 1 \right\} \prod_{k=1}^m \left[1 + \frac{ZY}{2} - \cos \frac{k\pi}{m} \right] \\ Y \prod_{k=1}^{m-1} \left[1 + \frac{ZY}{2} - \cos \frac{k\pi}{m} \right] & \prod_{k=1}^m \left[1 + \frac{ZY}{2} - \cos \frac{(2k-1)\pi}{2m} \right] \end{bmatrix} \quad (27)$$

となる。

3. 実験装置および実験方法

2.1 項において明らかにしたように、本研究で対象とする伝送系は Fig. 1(b) で示すような回路である。したがってこのような伝送系のパワー伝送減衰特性を測定するための実験装置は Fig. 4 のブロック線図で示されるようなものとなる。図中の T.C は供試伝送路であり、本研究では多条細管伝送路がこれに相当する。一方パワー伝送減衰特性はパワー伝送減衰量 α によって表示され、 α は(1)、(4)式より

$$\alpha(\text{dB}) = 20 \log_{10} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_L}{R_S} \frac{P_E}{P_2}} \quad (28)$$

で与えられる。したがって α の実験値は Fig. 4 の実験装置において P_E と P_2 との振幅比を測定すれば、 R_S と R_L の値が与えられているから(28)式より求められる。

本実験では作動流体として空気を用い、また定圧力信号源としてノズルフラップ形正弦波発生装置を用いた。その出力信号圧力の振幅 $|P_E| = 30 \text{ mmAq}$ 一定とした。また信号はバイアス流れに重畳されて供試伝送路に供給されるが、このときのバイアス流れのレイノルズ数 Re は細管路の直径を代表長さとしたとき $Re \approx 500 \sim 1,000$ 程度であった。なお R_S, R_L としてオリフィスを用いた。

4. 実験結果および検討

ここではパワー伝送減衰量を実験的に求め、理論計算値との比較検討を行なう。またこれらの検討結果に基づいて、多条細管伝送路の設計方法を述べる。

4.1 実験結果

実験条件を Table 1 に示す。本実験では R_S, R_L としてオリフィス抵抗を用いたため、その非線形性

Fig. 4 Schematic of experimental setup

が原因でこれに関する実験条件を正確に整えることは困難であった。しかし一応 No. 1~3 の実験結果からは l_t (または m) による特性の変化傾向を、また No. 2, 4, 5 の実験結果によって n による特性の変化傾向を知ることができる。

Table 1 Dimension of parallel capillaries and Experimental condition

Exp. No.	l (m)	a (10^{-3} m)	n	m	l_t (m)	R_S (10^3 kgf·s/m ²)	R_L (10^3 kgf·s/m ²)
No. 1	0.1	0.75	8	3	0.3	10.8	9.7
No. 2	0.1	0.75	8	7	0.7	9.5	8.7
No. 3	0.1	0.75	8	10	1.0	10.0	9.6
No. 4	0.1	0.75	5	7	0.7	6.5	5.2
No. 5	0.1	0.75	2	7	0.7	5.4	6.0

Fig. 5 Experimental and theoretical results of No. 1~3

Fig. 6 Experimental and theoretical results of No. 2 and No. 4~5

Fig. 7 Effects of internal impedance of signal source and load impedance

Fig. 8 Determination of ξ_c and η_c

Fig. 5 および Fig. 6 に実験値と理論値の比較結果を示す。図中の $\alpha_e, \alpha_T, \alpha_n$ は理論計算結果であり、それぞれ実線、破線、一点鎖線で示してある。 α_e は多条細管伝送路を分布定数回路とみなした場合の計算結果であり、(4), (8) 式から求められる。また α_T, α_n は集中定数近似理論を用いて求めた計算結果であり、 α_T については (4), (27) 式から、 α_n については (4), (26) 式からそれぞれ求めることができる。ただし α_T, α_n については $l=0.1$ m として計算されている。実験値と α_e はいずれの場合についても良く一致しており、多条細管伝送路の伝送特性に関しては分布定数理論がきわめて有効であることがわかる。しかし α_T, α_n の場合はいずれについても $\Omega \geq 15$ において α_e と離れる傾向を示す。しかしながらこの傾向はそれほど大きくない。

たとえば 10% 程度の誤差を許容すれば集中定数近似理論が有効な範囲は $\Omega \leq 40$ となる。これを実周波数 f の範囲に換算すれば、 $\Omega = 2\pi f a^2 / \nu$ であるから $f \leq 170$ Hz 程度となる。このような α_e と α_T または α_n との違いは、多条細管路の単位長インミタンスに関する (7) 式と (10) 式との違いに起因するものと考えられる。(10) 式は (7) 式の近似式であるから $\Omega \leq 40$ は 10% 程度の誤差を許容した場合の近似条件を意味する。なお R_s, R_L をパラメータとした実験を行なうことは困難であったので、ここでは理論値 α_e を用いて

これらの影響をしらべた。その結果を Fig. 7 に示す。

一方 l, n, R_s, R_L に関する特性傾向の変化は Fig. 5~7 において明らかであるが、一般にこれらの特性はいずれの場合も低域通過形伝送特性を示すことがわかる。この理由は単位構成要素の等価回路を参照すれば容易に理解できる。単位構成要素は Fig. 3(b) で示されように損失要素を含む回路ではあるが、直列インダクタンスと並列キャパシタンスから形成される「はしご形」回路である。したがってこれのカスケード結合回路である多条細管伝送路も同形の「はしご形」回路であることは明らかである。一方電気回路における低域通過形フィルタ¹⁰⁾はまったく同形の「はしご形」回路によって構成される。したがって多条細管伝送路が一般に低域通過形伝送特性を示すことは明らかである。

以上の検討結果から多条細管伝送路が一般に低域フィルタの機能をもつことが実験的、理論的に明らかとなったが、他方 Fig. 5~7 の結果からわかるように、このような伝送路ではあまり良好な減衰域特性が望めないことも明らかである。したがってこのような伝送路は SN 比が小さい信号に対してはあまり効果的ではないことが予想される。

4.2 多条細管伝送路の設計

これまでの検討結果から α_e が実験値と良く一致することがわかったので、ここでは分布定数理論を用いた多条細管伝送路の設計方法について述べる。筆者ら⁹⁾はすでに単一管伝送路について、伝送路前後の構成条件が最適通過域減衰量を与える $R_s = R_L$ の場合の設計方法について報告した。この条件は多条細管伝送路の場合についても成り立つので、ここでも同様な条件で設計することを考える。なお設計に必要なノモグラフ、共点図表については文献⁹⁾のものがほぼそのまま利用できるのをこれを参照されたい。

さて設計に必要な無次元パラメータを求める。まず (7) 式の Z_{ee}, Y_{ee} を無次元複素周波数 p で表わすと

$$Z_{ee} = \frac{\rho \nu}{\pi a^4 n} \cdot F(p), \quad Y_{ee} = \frac{\pi \nu n}{\gamma P} \cdot G(p) \quad (29)$$

となる。ここに

$$p = j\Omega, \quad F(p) = p \left\{ 1 - \frac{2J_1(j\sqrt{p})}{j\sqrt{p} J_0(j\sqrt{p})} \right\}^{-1},$$

$$G(p) = p \left\{ 1 + 2(\gamma - 1) \frac{J_1(j\sqrt{\sigma p})}{j\sqrt{\sigma p} J_0(j\sqrt{\sigma p})} \right\}$$

また伝播定数 $\Gamma(p)$ 、特性インピーダンス $Z_0(p)$ は

$$\Gamma(p) = \frac{\nu}{a^2 c} \sqrt{F(p) \cdot G(p)},$$

$$Z_0(p) = \frac{\rho c}{\pi a^2 n} \sqrt{\frac{F(p)}{G(p)}} \quad (30)$$

で与えられる。したがってパワー伝送係数 $S(p)$ は (3), (8), (30) 式より

$$S(p) = \frac{1}{2}(a^* + b^* + c^* + d^*) \quad (31)$$

ここに

$$\begin{aligned} a^* &= \zeta \cosh \xi \sqrt{F(p) \cdot G(p)}, \\ b^* &= \eta \sqrt{\frac{F(p)}{G(p)}} \sinh \xi \sqrt{F(p) \cdot G(p)}, \\ c^* &= \frac{1}{\eta} \sqrt{\frac{G(p)}{F(p)}} \sinh \xi \sqrt{F(p) \cdot G(p)}, \\ d^* &= \frac{1}{\zeta} \cosh \xi \sqrt{F(p) \cdot G(p)} \end{aligned}$$

となる。ここで $R=R_s=R_L$ なる条件を考慮すれば無次元パラメータ ξ, η, ζ は

$$\xi = \frac{\nu l_i}{a^2 c}, \quad \eta = \frac{\rho c}{\pi a^2 R n}, \quad \zeta = 1 \quad (32)$$

となる。以下に具体的な設計例について述べる。

〔設計例〕設計条件として通過域減衰量 $\alpha_{\Omega=0} = 0.75$ dB, 実しゅ断周波数 $f_c = 24$ Hz, $R = 9.8 \times 10^6$ kgf $\cdot$ s/m⁵, $a = 0.75 \times 10^{-3}$ m を与え, 伝送路形状 l_i, n を定める。実はこの設計条件は R_s, R_L がほぼ等しい Exp. No. 3 から得られたものである。したがってここでは設計結果が Exp. No. 3 の実験条件 $l_i = 1$ m, $n = 8$ と一致するかどうかを確認することになる。

まずノモグラフ〈a〉より $\Omega_c \doteq 5.65$ を得る。またノモグラフ〈d〉より $\xi \eta \doteq 0.023$ となる。つぎに共点図表〈A〉により $\Omega_c \doteq 5.65$ を満足する ξ, η を求め, Fig. 8 のようにして $\eta_c \doteq 0.298$, $\xi_c \doteq 0.078$ を得る。 $\zeta = 1$ であるから, ノモグラフ〈b〉, 〈c〉によって結局 $l_i \doteq 0.98$ m, $n \doteq 7.85$ となるが, n は整数でなくてはならないから $n = 8$ となる。これらの結果は Exp. No. 3 の実験条件と良く一致する。なお文献⁶⁾ のノモグラフ〈b〉における $1/\sqrt{R_s R_L}$ 軸がこの場合 $1/nR$ となることは (32) 式の η の定義から明らかである。

5. お わ り に

一般に流体抵抗または流量計として利用されている多条細管路が低域フィルタとしての機能をもつことから, アナログフルイデックス回路系における伝送路と

しても利用できるものと考え, そのパワー伝送減衰特性と設計方法について検討を行なった結果, 下記のような成果を得た。

- (1) 分布定数理論は多条細管伝送路のパワー伝送減衰特性に関しきわめて有効であり, 実験値と良く一致する。
- (2) 集中定数近似理論は約 10% 程度の許容誤差を考慮すれば $\Omega \leq 40$ において有効である。
- (3) 多条細管伝送路は一般に低域フィルタとしての機能をもつことが理論的, 実験的に明らかとなったが, この伝送路は SN 比があまり小さい信号に対し効果的ではないと考えられる。
- (4) 多条細管伝送路の設計は筆者ら⁶⁾ がすでに報告した単一管伝送路の場合とほぼ同様に行なえる。

最後に, 本研究に関し終始熱心にご討論くださった大阪大学工学部森川敬信教授に厚くお礼申し上げますと共に, 実験に協力された本学大学院生 福田孝治君 (現在三菱電機勤務) に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Analytical Investigation of Fluid Amplifier Dynamic Characteristics. Prepared by Sperry Utah Co. for NASA under contract NAS 8-11236.
- 2) G.E. Greeff & J.R. Hackman: Capillary Flow Meters, ISA, Journal, 12-8, 75/78 (1965)
- 3) R.L. Humphrey & F.M. Manion: Low-Pass Filters for Pneumatic Amplifiers, Proceeding of the Fluid Amplification Symposium, 1-2, 257/278 (1964)
- 4) H.N. White: Analysis of Steady-Flow Pneumatic Resistance of Parallel Capillaries, Proceeding of the Fluid Amplification Symposium, 1, 181/213 (1965)
- 5) P.M. Lee & C.K. Kwok: A Design Method for Laminar Resistors, Fluidics Quarterly, 4-3, 1/12 (1972)
- 6) 高森・米持: フルイデックス回路系における空気管路のパワー伝送特性, 計測自動制御学会論文集, 10-2, 245/252 (1974)
- 7) N.B. Nichols: The Linear Properties of Pneumatic Transmission Lines, Trans. of ISA, 1-1, 5/14 (1962)
- 8) 黒田・尾崎: 回路網理論 I, 共立全書 (1959)
- 9) M.S. Ghausi & J.J. Kelly: Introduction to Distributed-Parameter Networks, Holt, Rinehart & Winston Inc., New York (1968)
- 10) 川上: 回路網の構成, 共立出版, 通信工学講座 7A, 基礎編 2 (1955)