γ 線リレーを用いた液位制御†

若 林 信 生*

Liquid Level Control Using Gamma-Ray Relays

Nobuo WAKABAYASHI*

Using a control action which consists of constant infusing and exhausting speeds and a neutral zone to maintain liquid level within a give range, a gamma-ray source, a detector and two relays at the upper and lower limits of the counting rate are provided. The optimum condition in this case is discussed and ensured experimentally.

Since a counting rate meter has a time constant and its output is subject to statistical fluctuation, the liquid level may overrun to the opposite limit or move again after settling within the range. Formulas are derived providing the conditions such that these phenomena will not occur more frequently than a given probability. These give the relations between the counting rates of the upper and lower limits, the time constant of the rate meter, a factor of the standard deviation of the counting rate, the infusing and exhausting speeds, and the hysteresis widths of the limiting relays. Since it is derived that the first two of the five terms be smaller and the next two greater, the optimum condition can be decided from the formulas. When the infusing and exhausting speeds are the same and the hysteresis widths are equal, the formulas show the optimum is a case where the ratio of the counting rates at the two limits, which is taken smaller than unity, is small, and where each hysteresis width is equal to 0.34 times the difference between the two counting rates, almost regardless of the value of the ratio.

Similar relations can be also derived in a batch process control composed of a single infusion or exhaust to the desired level.

The above-mentioned deductions were examined in a system constructed with a back-scattered gamma-ray type level gauge and a controller for infusion and exhaust of water.

Its results almost agreed with those of the deductions when the factor of the standard deviation is substituted for by 2.

1. ま え が き

γ 線が槽内の液により吸収散乱を受けて、その計数率に変化することを用いた液位検出には種々な方式があるが¹⁾、いずれの場合でも計数率にはランダムな変動を伴い、これが精度、動特性、必要線源量などに根本的影響を与えるので、液位計としても、またそれを用いた液位制御においても、この点に特別な配慮がいる。ここでは最も単純な構成として1個の γ 線検出器からの計数率によって動作する上下限2個のリレーをもった一定液位監視方式による液位制御系の最適条件に関し、簡単なモデルについて考察と実験を試みた。このような考察は追従式 γ 線液位計の場合においても同様なモデル化が許されるときは適用可能で、この場合については報告^{2),3)}もあるが標準偏差の取り方や総合的考察に不十分な点があり受けられるので、これらについて重点的に考察を進めた。

2. モデルによる考察

モデルとしてはつぎのことを前提する。

(1) 制御動作は中立帯を有する定速度動作とする。すなわち液位上昇速度は $V_L(>0)$ 、液位下降速度は $-V_H(<0)$ でそれぞれ一定とする。

(2) 液位の指定上下限の間およびその付近では液位と平均計数率(統計的変動を除外した計数率)との関係は直線的である。

(3) 計数率測定回路には時定数 T の1次遅れがあり、液位に対する平均計数率の時間遅れは $0 \sim T$ の範囲にある。

(4) 系全体の時間遅れ要素としては前項のほかに制御部のむだ時間 τ だけである。

(5) 負荷、あるいは外乱としての液の流出入による液位変化速度 V_0 (液位上昇のとき正とする) の大

† 第12回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭48・8)

* 神戸大学工学部 神戸市灘区六甲台町

* Faculty of Engineering, Kobe University, Kobe
(Received May 20, 1974)

Fig. 1 Schematic diagram of the control action

きは V_H, V_L に比して十分小さく、変化も緩慢である。

さて、これらの前提のもとで液位がすみやかに指定された範囲内で静止するための条件としては、放射線の統計的変動によって許容される頻度以上には、

(i) 液面が上下限間をゆき過ぎて引き返す動作をしないこと、

(ii) 液面が一旦停止したあとで再び動作を繰返さないことが必要である。

なお後記の実験は γ 線の後方散乱方式で行なったので、以下の考察は透過方式の場合(注1)とは逆に液位が上昇すると計数率も増加するものとする。液位に関して許される上限 H_H および下限 H_L に対する平均的な定常計数率を n_H および n_L とし、計数率計出力がこれらの計数率に達したとき、それまで停止状態であったリレーは排出あるいは注入動作を開始する。また、いずれかの動作中に計数率計出力が $n_H - \epsilon_H(n_H - n_L)$ 、あるいは $n_L + \epsilon_L(n_H - n_L)$ に達するとその動作は停止する(ただし $1 \geq \epsilon \geq 0$)。これらの関係を模式的に Fig. 1 に示す。

まず、(i) の条件は最も遅れて停止信号が出る場合に問題になる。この条件に対する許容の確率できまる標準偏差の係数を m_1 と定める(注2)。連続運転中は

計数率計回路による遅れは最大でもその時定数 T に等しいと考えて、たとえば上方から液面を下降させる場合、 T だけ遅れた平均計数率が $n_H - \epsilon_H(n_H - n_L) - m_1\sigma_{H1}'$ であるべきときに実際の計数率計出力は統計的変動により初めて停止上限計数率値 $n_H - \epsilon_H(n_H - n_L)$ にまで減少し、さらに τ だけ遅れて液面が停止する。この後もその液位における計数率計出力が統計的変動によって注入開始計数率 n_L に達するのは許された頻度以下でなければならない。これを式で表わすと下記ようになる。なお σ_{H1}' は排出停止信号が出るまで下降してきた液位に対する計数率の標準偏差であり、 σ_{L1} は計数率 $n_L + m_1\sigma_{L1}$ に対するものである。

$$n_H - \epsilon_H(n_H - n_L) - m_1\sigma_{H1}'$$

$$-(V_H - V_0)(T + \tau) \frac{n_H - n_L}{H_H - H_L} \geq n_L + m_1\sigma_{L1}$$

一般に時定数 T の計数率計による平均計数率 n および n' について、 $n + n' \gg |n - n'|$ ならば両計数率の標準偏差の和は $\sqrt{(n + n')/T}$ と近似できる。ここでは平均計数率は時間と共に変化するが変化速度はあまり大きくないとして、この変化が標準偏差に寄与する項を省略し上の近似を適用する。さらに $m_1(\sigma_{H1}' - \sigma_{L1})$ は $n_H + n_L - \epsilon_H(n_H - n_H)$ に比べて十分小さいと考えられるから、これを省略すると、

$$(n_H - n_L) \left\{ 1 - \epsilon_H - (V_H - V_0) \frac{T + \tau}{H_H - H_L} \right\} \geq m_1 \sqrt{\frac{n_H + n_L - \epsilon_H(n_H - n_L)}{T}}$$

ここで、 $Z_H = (H_H - H_L) / [(V_H - V_0)\{1 + (\tau/T)\}]$ 、および $k = n_L/n_H$ において、 $T/Z_H \geq 1 - \epsilon_H$ であると統計的変動を考えるまでもなく $T + \tau$ の時間で上下限間を移動してしまうことになるので $T/Z_H < 1 - \epsilon_H$ とすると両辺は正となるから各辺を平方し、整理して

$$\frac{m_1^2}{n_H Z_H} \leq \frac{T}{Z_H} \left\{ 1 - \epsilon_H - \frac{T}{Z_H} \right\}^2 \frac{(1 - k)^2}{1 + k - \epsilon_H(1 - k)} \quad (1)$$

逆に下方から液面を上昇させる場合についても同様に考えて、 $T/Z_L < 1 - \epsilon_L$ の条件のもとに次式を得る。

$$\frac{m_1^2}{n_H Z_L} \leq \frac{T}{Z_L} \left\{ 1 - \epsilon_L - \frac{T}{Z_L} \right\}^2 \frac{(1 - k)^2}{1 + k + \epsilon_L(1 - k)} \quad (2)$$

ここで、 $Z_L = (H_H - H_L) / [(V_L + V_0)\{1 + (\tau/T)\}]$

つぎに(ii)の条件が問題になるのは最も早く停止信号が出る場合であるから、計数率計出力の液位に対す

(注1) 透過方式の場合は上昇と下降を読み替え、式中の H_H, H_L 以外の脚符 H と L を交換すれば同様に考察できる。

(注2) 静的な場合の標準偏差倍数と確率との関係はよく知られているが、平均計数率が時間と共に変化する場合のこの関係は時定数に対する計数率変化速度にも依存する。したがって、あらかじめこの係数を厳密に指定することは困難であるが、静的な場合の係数を用いると安全側にとることになる。

る遅れがないか無視できる場合を考える。まず上限について、排出動作中に計数率計出力が統計的変動のため小さくなり停止上限計数率 $n_H - \varepsilon_H(n_H - n_L)$ に達して停止したのち、統計的変動によってまた排出開始計数率 n_H に達することは許された頻度（これできる標準偏差の係数を m_2 とする）以下でなければならない。すなわち

$$\varepsilon_H(n_H - n_L) \geq 2m_2\sigma_{H2}'$$

ここで σ_{H2}' は $n_H - \varepsilon_H(n_H - n_L) + m_2\sigma_{H2}'$ で与えられる計数率に対する計数率計出力の標準偏差であるが、限界の場合は n_H と $n_H - \varepsilon_H(n_H - n_L)$ との平均値に対する標準偏差と等しくなり、

$$\frac{m_2^2}{n_H Z_H} \leq \frac{T}{Z_H 2 - \varepsilon_H(1-k)} \frac{\varepsilon_H^2(1-k)^2}{2} \quad (3)$$

を得る。下限についても同様にして、

$$\frac{m_2^2}{n_H Z_L} \leq \frac{T}{Z_L 2k + \varepsilon_L(1-k)} \frac{\varepsilon_L^2(1-k)^2}{2} \quad (4)$$

この(ii)の条件に関しては、特殊な場合として十分上方または下方にある液面を1回限りの排出または注入により指定液位にもってきて停止させるだけのバッチ式制御が考えられる。この場合には平均的な計数率計出力が対応する液位より T だけ遅れて停止計数率に達すると考えられるから、たとえば液位を下降させる場合では停止計数率より標準偏差の m_2 倍多い平均計数率で停止信号が出され平均計数率が定常になった後に(注3)、統計的変動によって再び排出動作をする確率を許された限度以下におさえる条件としては、(1)の場合と同様な近似を行なうことにより次式を得る。

$$\frac{m_2^2}{n_H Z_H} \leq \frac{T}{Z_H} \left\{ \varepsilon_H + \frac{T}{Z_H} \right\}^2 \frac{(1-k)^2}{2 - \varepsilon_H(1-k)} \quad (5)$$

液位を上昇させる場合についても同様にして、

$$\frac{m_2^2}{n_H Z_L} \leq \frac{T}{Z_L} \left\{ \varepsilon_L + \frac{T}{Z_L} \right\}^2 \frac{(1-k)^2}{2k + \varepsilon_L(1-k)} \quad (6)$$

これら(5)、(6)式を(3)、(4)式と比較すると計数率計の平均出力の遅れ分だけ条件がゆるくなっている。

液槽や検出器などの状態を定めると、 H_H, H_L に対する n_H, n_L の値は線源量に従って定まるから、すみやかに指定液位範囲に停止させるためには、線源量、液位移動速度、ヒステリシスの相対幅 ε および時定数 T の間で、一般的には(1)、(2)、(3)、(4)式、前述のようなバッチ式制御では排出の場合(1)、(5)式、注入の場合(2)、(6)式(注4)の条件が満足されなければ

(注3) 停止した液位に対応する平均計数率に到達するまでの期間中にも前の動作を繰返ささないためには(5)または(6)式でなく(3)または(4)式を用いる。

Fig. 2 Some pairs of critical curves of Eqs. (7) and (8)

ばならない。

いま簡単化して、 $V_H = V_L = V$, $V_0 = 0$, $\varepsilon_H = \varepsilon_L = \varepsilon$ とすると、 $Z_H = Z_L = Z$ となるから、一般の場合の(1)式は(2)式に含まれて(i)の条件は

$$\frac{m_1^2}{n_H Z} \leq \frac{T}{Z} \left\{ 1 - \varepsilon - \frac{T}{Z} \right\}^2 \frac{(1-k)}{1 + k + \varepsilon(1-k)} \quad (7)$$

と表わされ、同様に(4)式は(3)式に含まれて(ii)の条件は

$$\frac{m_2^2}{n_H Z} \leq \frac{T}{Z} \frac{\varepsilon^2(1-k)^2}{2 - \varepsilon(1-k)} \quad (8)$$

となる。これらの式の中には変数として $T/Z, m^2/n_H Z, k, \varepsilon$ の4無次元量を含むが、後2者を適当に与えて、両式右辺を T/Z との関係で図示すると Fig. 2 のようになる。すなわち(7)式は前出の $T/Z < 1 - \varepsilon$ の条件を考慮して $T/Z = 0 \sim (1 - \varepsilon)$ の間の山形の曲線の内側になり、(8)式は原点を通る線の右下側となる。両式を満足する領域内では両式の右辺の値が大きいが、両条件を満す確率したがって m を大きくしたり、 n_H したがって線源量を少なくしたりでき、また Z についても(7)式の両辺に Z を乗じてみるとわかるように Z を小さく、したがって時定数を短くしたり中立帯の上下限間隔を狭くしたり制御速度を速くしたりできるので有利であると考えられる。 k と ε の値を与えたとき(i)、(ii)の条件を満す $m^2/n_H Z$ の最大値は(7)、(8)式の境界線の交点または(7)式の頂点で与えられる。まず(7)、(8)式の境界線の交点を求めるのに、 $m_1 = m_2 = m$ とすると(注5)

(注4) 前の注で述べた厳しい条件のバッチ式制御では、それぞれ(1)、(3)式、あるいは(2)、(4)式が必要条件となる。

(注5) $m_1/m_2 \neq 1$ のときは Fig. 2 においてその比の2乗だけ一方を上下方向に平行移動させて $n_H Z$ の値が共通になるようにした後の交点について考える必要がある。

Fig. 3 $m^2/n_H Z$ value at the intersection of the critical curves of Eqs. (7) and (8), $(m^2/n_H Z)_X$, and the maximum value of Eq. (7), $(m^2/n_H Z)_P$, as a function of the hysteresis width

Fig. 4

T/Z value at the intersection of the critical curves of Eqs. (7) and (8), $(T/Z)_X$, and the value at the maximum of Eq. (7), $(T/Z)_P$, as a function of the hysteresis width

$$\left(\frac{m^2}{n_H Z}\right)_X = \frac{\varepsilon^2(1-k)^2}{2-\varepsilon(1-k)} \left(\frac{T}{Z}\right)_X \quad (9)$$

$$\left(\frac{T}{Z}\right)_X = 1 - \varepsilon - \varepsilon \sqrt{\frac{1+k+\varepsilon(1-k)}{2-\varepsilon(1-k)}} \quad (10)$$

(9)式を ε の関数として示すと **Fig. 3** のように極大をもつ $\varepsilon=0 \sim 0.5$ の間の曲線となる。Fig. 3 には (7)式の極大値 $(m^2/n_H Z)_P$ の曲線も記入してあるが、 ε の大きい範囲 (接点の右側) ではこのほうが (i), (ii)の条件を満たす $m^2/n_H Z$ の最大値を与える。しかし ε の全範囲での最大を与えるのは (9)式の極大で、この ε_{op} は k の値にあまり関係せず約 0.34 であり (注6) この付近が最適であるといえる。また、あらかじめ ε または T/Z の一方が指定されている場合でも、 $m^2/n_H Z$ の最大を与える ε と T/Z との関係を示す **Fig. 4** ((10)式 (実線), および $(m^2/n_H Z)_P$ を与える $(T/Z)_P = (1-\varepsilon)/3$ (破線)) から他方の最適値を知ることができる。ただし T/Z から ε を求めるときは実線だけを用い、逆に ε から T/Z を求めるときは実線か破線か T/Z の値の大きいほうを用いる。そのほうが許される $m^2/n_H Z$ の最大値が大きい

(注6) 詳しくは $\varepsilon_{op} = 0.3485 - 0.015k$ で求められる。

Fig. 5 $m^2/n_H Z_H$ value at the intersection of the critical curves of Eqs. (1) and (5), $(m^2/n_H Z_H)_X$, and the maximum value of Eq. (1) $(m^2/n_H Z_H)_P$, as a function of the hysteresis width

Fig. 6

T/Z_H value at the intersection of the critical curves of Eqs. (1) and (5), $(T/Z_H)_X$, and the value at the maximum of Eq. (1), $(T/Z_H)_P$, as a function of the hysteresis width

からである。なお k の値は小さいほどよいことは **Fig. 3** から明らかである。

また前述のバッチ式制御の液位を降下させる場合の (1), (5)式, 上昇させる場合の (2), (6)式についても $V_0=0$ とすると **Fig. 2** 類似の関係が求まるが、 $m_1=m_2'$ としたときの各2式の限界線の交点の $(m^2/n_H Z)_X$ 値は k ばかりでなく ε についても単純減少するから (**Fig. 5, 7** 参照) $\varepsilon=0$ が最もよいことになり、また ε と T/Z の関係も **Fig. 6, 8** のようになる。なお (2), (6)式の場合に $k < 0.143$ では ε の全範囲にわたり $(m^2/n_H Z)_X < (m^2/n_H Z)_P$ となる点が他の場合と異なっている。

3. 実験結果との比較

以上の考察の結果に対して実験を行ない比較検討した。実験装置としてはアクリル樹脂製水槽 (間口 70 cm, 奥行 35 cm, 高さ 40 cm) の前面に接して立てた鋼板に向かって線源 ($^{137}\text{Cs} 10\text{mCi}$) と NaI シンチレーション検出器とを中心線が同一水平面 (水位 0) にあるよう配置した (**Fig. 9** 参照)。線源は上下に 10mm

隔てた鉛ブロックで水平にはさんで線束を制限し、さらに検出器へ直接または鋼板での1回散乱後入射するのを妨げるように鉛ブロックを配置して、後方散乱 γ 線液位検出⁴⁾を行ない、その出力の計数率の限界値で給水弁または排水ポンプ（電磁弁つき）をオンオフするようにした。実測した水位-計数率関係で対称の中

心と考えられる点は水位 0 の平面よりやや上方にある際で、対称な条件での実験として目標水位の上下限の範囲を $+1 \sim 0$ cm にとった。このときの上限の計数率 n_H と上下限の計数率比 k は鋼板厚さによって Fig. 10 のように変化した。計数率計回路の時定数は主に 0.5~15 秒の範囲で変化させた。オンオフ動作のむだ時間は動作の種類で多少の差があるが平均 0.58 秒であった。

高い水位の状態から制御動作を行なわせた場合の計

Fig. 7 $m^2/n_H Z_L$ value at the intersection of the critical curves of Eqs. (2) and (6), $(m^2/n_H Z_L)_x$, and the maximum value of Eq. (2), $(m^2/n_H Z_L)_p$, as a function of the hysteresis width

Fig. 8 T/Z_L value at the intersection of the critical curves of Eqs. (2) and (6), $(T/Z_L)_x$, and the value at the maximum value of Eq. (2), $(T/Z_L)_p$, as a function of the hysteresis width

Fig. 9 Schematic diagram of experimental arrangement

Fig. 10 Counting rate at the upper limit, n_H and the ratio of that at the lower limit to the former, k , as a function of steel wall thickness t

Fig. 11 Some records of the counting rate under control

Fig. 12 Experimental results in the chart of $(m^2/n_H Z) - (T/Z)$ critical curves in the general level control. Series (a): $V=4.0$, (b): 3.5 , (c): 3.0 , (d): 2.5 , (e): 2.0 cm/min

Fig. 13 Experimental results in the chart of $(m^2/n_H Z) - (T/Z)$ critical curves in the batch process control. Series (a) $V=6.0$, (b): 5.4 , (c): 4.9 , (d): 4.8 , (e) 4.0 , (f): 3.8 cm/min

数率変化の記録の一例を **Fig. 11** に示す。このような結果について前節の条件 (i), (ii) を満しているかを判定し (注 7), 仮に $m_1=m_2=2$ としたときの $m^2/n_H Z$ の値を **Fig. 2** に相当する図上にプロットしたのが **Fig. 12** で、図中の実線は実験条件に合わせて計算した (7), (8) 式の限界線である。またバッチ式制御についても同様に (1) 式 ((2) 式と一致), (5) 式および (6) 式の各限界線と共にプロットしたのが **Fig. 13** である。両図に示した以外の k, ϵ の実験結果も含めて、限界線内ばかりでなく、そのやや外でも必要条件を満す結果が得られている。本来統計的現象であるから、これだけの実験から条件を満するか否かを断定する困難さのほか、時定数の短いほうでは前述の m_1 に対する液位変化速度の影響が現われること、時定数の長いほうでは水位に対する平均計数率の遅れが T にまで達しないうちに停止動作が始まることなど、計算と実験との条件の不一致もあるので、この結果だけから厳密な m の値をきめることは無理であるが、やや安全側でもあるので m_1, m_2 とも 2 とするのが適当と考えられる。

(注 7) 数回の注水または排水動作、あるいは時定数の 10 倍程度の時間の定水位保持中に一度でも条件を満さないことがあればよくないと判定した。

4. 結 び

液位制御において中立帯を有する定速度動作を γ 線リレーによって行なわせる場合の計数率計回路の時定数、制御速度、リレーのヒステリシスの幅などについて考察を行ない最もよい条件を求めた。これについて実験も行ない、計数率の標準偏差の 2 倍近くを限界と考えるとほぼ一致することがわかった。

上述の考察について新潟大学工学部の小柳孝已教授より有益なご意見を頂いたことを深く感謝します。また実験に関して当研究室学生諸君の労を感謝します。

参 考 文 献

- 1) たとえば、井上雄一郎：放射線レベル計，計装，**11**-9, 48/52 (1968)；鷺見哲雄 レベル計，Radioisotopes, **22**-3, 155/160 (1973)
- 2) K. Irmer. Die Dimensionierung relaisgesteuerter Nachlaufeinrichtungen zur Füllstandsmessung auf radiometrischer Grundlage, Kernenergie, **7**-(6/7), 554/557 (1964)
- 3) G. Ruder. Füllstandsmesseinrichtung unter Ausnutzung der Streuung radioaktiver Strahlung, Isotopenpraxis, **8**-6, 219/225 (1972)
- 4) 柴田，若林，後藤，上田： γ 線の後方散乱による工業計測の基礎的研究 (第 3 報) 水平方向にひろげた線束による液位の測定，Radioisotopes, **19**-9, 410/415 (1970)