集中定数流体フィルタの損失補償法[†]

高 森 年*・米 持 政 忠*

Loss Compensation for Pneumatic Lumped Constant Filter

Toshi TAKAMORI* and Masatada YONEMOCHI*

This paper presents a method of compensating for a distorted low-pass filter characteristic, which a previous paper pointed out. The method is based on a circuit realization from a predistorted transfer function $S(s-d)$, in which the zeros of the original transfer function $S(s)$ are shifted to the right by d . (d : loss-coefficient) The loss-coefficient for fluidic circuits is determined from the value of the series loss element and from analytical calculations using a distributed constant theory.

The experimental results showed that the characteristics of pneumatic filters compensated by this method agreed well with the desired characteristics, especially in the case of the loss-coefficient determined from the analytical calculations.

1. はじめに

アナログフルイディスク回路系において、低域通過形流体フィルタを能動素子間の伝送路として用いることはノイズ軽減およびインピーダンス整合の点できわめて効果的である。

前報¹⁾ではこのようなフィルタの設計方法として、分布定数流体フィルタ²⁾に比べ設計手順が簡略化できる集中定数流体フィルタについて、無損失単位構成要素を仮定した場合の設計方法を明らかにし、それに基づいて作られたいくつかの試作フィルタの特性について検討した。その結果いずれの試作フィルタについても、その特性はあらかじめ希望した特性にほぼ近いものとなるが、シャ断周波数近傍では特性ひずみが顕著であり、この点が前報¹⁾で明らかにされた設計方法における最大の欠点であることが指摘された。

本研究ではこのような特性ひずみが単位構成要素に内在する損失の影響に起因するものと考え、流体フィルタ回路に対する損失補償法について明らかにする。

またこれに基づいて低域通過形流体伝送フィルタを試作し、その特性について検討を行なう。

(記 号)

本文で用いるおもな記号を下記に示す。

$S(s)$: 反伝送関数, $S(s-d)$: 序歪反伝送関数, L : イナータンス ($\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{m}^5$), R : 抵抗 ($\text{kg}\cdot\text{s}/\text{m}^5$), C : キャパシタンス (m^5/kg), Z : インピーダンス ($\text{kg}\cdot\text{s}/\text{m}^5$), Y : アドミッタンス ($\text{m}^5/\text{kg}\cdot\text{s}$), X : リアクタンス ($\text{kg}\cdot\text{s}/\text{m}^5$), g : コンダクタンス ($\text{m}^5/\text{kg}\cdot\text{s}$), B : サセプタンス ($\text{m}^5/\text{kg}\cdot\text{s}$), P : 圧力 (kg/m^2), $\bar{P}$: 回路内パイアス圧力 (kg/m^2), f : 周波数 (Hz), f_c : シャ断周波数 (Hz), ω : 角周波数 (rad/s), ω_c : シャ断角周波数 (rad/s), A : 規準化周波数, α : パワー伝送減衰量 (dB), $y^2(A)$: 特性近似関数, δ : 偏差定数, d_p : 直列損失率, d_o : 並列損失率, d : 等価損失率, ρ : 密度 ($\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{m}^4$), μ : 静粘性係数 ($\text{kg}\cdot\text{s}/\text{m}^2$), ν : 動粘性係数 (m^2/s), γ : ポリトロップ指数, σ^2 : プラントル数, l : 単位構成要素の長さ (m), a : 細管半径 (m), n : 細管本数, V : 容積 (m^3), $\varphi = R_s/R_L$, $s = jA$, $j = \sqrt{-1}$, $Q = \frac{a^2\omega}{\nu}$: 無次元周波数

2. 回路損失が伝送特性におよぼす影響

前報¹⁾では単位構成要素が無損失であることを仮定したため、その等価回路を Fig. 1(a) のように表示した。しかしながら実際の単位構成要素には Fig. 1(b) で示されるように直列および並列損失を含んでおり³⁾、これらの影響によって伝送特性がひずむものと考えられる。したがってここでは Fig. 1(b) で示さ

Fig. 1 Equivalent circuit of unit length of parallel capillaries

[†] 第 13 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭 49・8)

* 神戸大学工学部 神戸市灘区六甲台町

* Faculty of Engineering, Kobe University, kobe

(Received June 14, 1974)

れるような単位構成要素を用いて伝送フィルタ回路を構成した場合に、伝送特性がどのように影響されるかについて考察を行なう。

2.1 伝送フィルタ回路

前報¹⁾で明らかにしたように低域通過形流体伝送フィルタは容積と単位構成要素とを交互にカスケード結合した回路によって構成される。したがって単位構成要素を Fig. 1(b) のような等価回路で表わした場合、伝送フィルタ回路は一般に Fig. 2(a) のようになる。ここに C_v は容積によるキャパシタンスである。また単位構成要素の並列回路部分について Fig. 2(b) のような等価変換を行なうと⁴⁾、伝送フィルタ回路は Fig. 2(c) のようになる。ここに

$$g_i = 2(\pi f)^2 (C_{qi}^2 - 1) R_{yi-1} + C_{qi}^2 R_{yi} \quad (1)$$

$$C_{bi} = C_{vi} + \frac{1}{2} (C_{pi-1} + C_{pi} + C_{qi-1} + C_{qi}) \quad (2)$$

2.2 損失率とパワー伝送減衰特性

Fig. 2(c) によって明らかのように単位構成要素の損失を考慮した場合、その直列インピーダンス Z_i および並列アドミッタンス Y_i はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Z_i &= j\Lambda(2\pi f_c L_{pi}) + R_{pi} = 2\pi f_c L_{pi}(s + d_{pi}), \\ Y_i &= j\Lambda(2\pi f_c C_{bi}) + g_i = 2\pi f_c C_{bi}(s + d_{bi}) \end{aligned} \quad (3)$$

ここに $\Lambda = f/f_c = \omega/\omega_c$, $s = j\Lambda$, $d_{pi} = R_{pi}/2\pi f_c L_{pi}$: 直列損失率, $d_{bi} = g_i/2\pi f_c C_{bi}$: 並列損失率. 一方前報¹⁾で明らかにしたように単位構成要素の損失を無視した場合の直列インピーダンスおよび並列アドミッタンスは、それぞれリアクタンス X およびサセプタンス B であり

$$Z_i = X = 2\pi f_c L_{pi} s, \quad Y_i = B = 2\pi f_c C_{bi} s \quad (4)$$

となる。(3)式と(4)式とを比較すると、損失のある場合は無損失の場合に比べ、 s が $s + d_{pi}$, $s + d_{bi}$ となることからわかる。流体回路では一般に $d_{pi} \neq d_{bi}$ であるが、ここではこれを等価損失率 d で置換えることが可能であるとする(後述)。したがって回路損失がパワー伝送減衰特性におよぼす影響 ε (dB) は、反伝送関数を $S(s)$ とすれば

$$\varepsilon = 20 \log_{10} |S(s+d)| - 20 \log_{10} |S(s)| \quad (5)$$

で与えられる。また $S(s)$ を因数分解し次式で表わす。

$$S(s) = K \prod_{i=1}^N (s + s_i) \quad (6)$$

ここに、 K : 設計条件によって定まる定数, N : 奇数¹⁾ (6)式を考慮し(5)式を書き改めると

$$\varepsilon = 20 \left(\sum_{i=1}^N \log_{10} |s + s_i + d| - \sum_{i=1}^N \log_{10} |s + s_i| \right) \quad (7)$$

Fig. 2 Transmission system with low-pass filter circuit composed of unit lengths of parallel capillaries and volumes

Fig. 3 Zeros shift by loss-coefficient d

となる。ここで前報¹⁾の場合と同様、伝送フィルタ特性として Butterworth 特性を考えれば $S(s)$ の零点 $-s_i$ は s 平面の左半面、半径1の半円上に配列される⁵⁾。また $S(s+d)$ の零点 $-(s_i+d)$ は $-s_i$ より d だけ実軸の負方向へ水平移動した位置に配列される。この様子を Fig. 3 に示す。図において $s = j\Lambda$ ($\Lambda \geq 0$) に対する因子ベクトルを考えると、(7)式の右边第一項は零点 $-(s_i+d)$ に対する因子ベクトルの大きさの対数総和であり、同様に第2項は零点 $-s_i$ に対する因子ベクトルの大きさの対数総和で、 ε はこれらの差である。このように考えると d の影響、つまり ε は d が大きいほど大きく、また虚軸に近い零点の数が多しほどその近傍の $j\Lambda$ において大きくなると考えられる。

つまり Fig. 3 では ε は $\Lambda=1$ (シャ断周波数) の近傍で大きくなり、 $\Lambda=0$ (直流) および減衰域では小さくなることが予測できる。Fig. 4 は $N=3$, $\varphi=$

Fig. 4
Effects of
loss-
coefficient
 d

Fig. 5 Equivalent
circuit of trans-
mission system

Fig. 6 Attenuation characteristic of predistorted transfer function $S(s-d)$

0.15, $\delta=1$ の場合(注 1)について d がパワー伝送減衰特性におよぼす影響を示したものであるが, Fig. 3 によって予測したような傾向を示すことが明らかである。また前報¹⁾での実験結果ではこの特性ひずみが $N=5$ の場合さらに大きく現われる傾向を示したが, これは N を大きくすることによって虚軸近傍の零点の数が増大するためであると考えられる。

3. 流体伝送フィルタの損失補償法

前節 2 での検討結果から, 回路に損失要素がある場合には反伝送関数の零点が d だけ実軸の負方向へ水平移動するため特性ひずみが生ずることが明らかとなったが, このことを逆に利用すれば回路の損失補償が可能となる²⁾。つまり零点をあらかじめ実軸の正方向へ d だけ水平移動した序歪反伝送関数 $S(s-d)$ を作り, これに基づいて回路構成を行えば, 回路損失の影響によって実際の反伝送関数は $S(s)$ となり, 特性が補

償されることになる。なおこの場合注意すべき点は序歪反伝送関数としてつぎの条件を満足する関数を選ぶことが必要である。

$$S(0-d)=1+\varphi \quad (8)$$

これは伝送回路系が一般に Fig. 5 で与えられ, かつ $P_E/P_2=S(s-d)$ であることより明らかである。(8)式を満足する序歪反伝送関数は, 反伝送関数が $S(s)=(1+\varphi)S_R(s)$ で与えられるから¹⁾

$$S(s-d)=(1+\varphi)\frac{S_R(s-d)}{S_R(0-d)} \quad (9)$$

とすればよい。(9)式から流体伝送フィルタ回路を構成する手順は無損失回路の場合¹⁾と同様である。ただしこの場合 d, φ の値によっては回路構成が不可能となることがあるから, 以下にこれらの値の取り得る条件について検討を行なう。

(i) d に関する条件

Fig. 3 で示されるように, 反伝送関数の零点のうち虚軸に最も近いものと虚軸との距離を $d_{\min}$ とすれば, d の取り得る条件は次式のように表わすことができる。

$$0 \leq d \leq d_{\min} \quad (10)$$

この条件が成り立つことはフィルタ回路が受動要素のみによって構成されることより明らかである。

(ii) φ に関する条件

序歪反伝送関数では零点が d だけ実軸の正方向へ水平移動しているため, その特性ひずみの傾向は前節 Fig. 4 の場合と異なり, $A=1$ 近傍でパワー伝送減衰量 α が小さくなる。このような場合は d と φ の組合わせによっては $A=1$ 近傍において $\alpha < 0$ dB となることがある。たとえば Fig. 6 は $N=3, \varphi=0.3, \delta=1$ の場合について, d を種々に変化させたときの α を示すものであるが, $\varphi=0.3$ に対し $d=0.3$ では $\alpha < 0$ dB となる。 $\alpha < 0$ dB はパワー増幅を意味するから, このような場合は受動要素のみで回路構成を行なうことが不可能であることは明らかである。したがって, 与えられた d に対し適当な φ を選ぶことによって序歪パワー伝送減衰特性が負にならないようにすることが損失補償を行なう場合の必要条件となる。

さていま Fig. 6 の破線で示されるような序歪伝送特性が得られたものと考え, このときの $A=0$ におけるパワー伝送減衰量 α_0 を $\alpha_0=20 \log_{10} y_0$ とすれば, 回路構成可能な条件として次式を得る。

$$\alpha_0 \geq 20 \log_{10} y_0 \quad (11)$$

一方序歪パワー伝送減衰量 α は

$$\alpha = 20 \log_{10} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\varphi}} |S(s-d_0)| \quad (12)$$

(注 1) Butterworth 特性の特性近似関数は次式によって与えられる³⁾。 $y^2(A)=(1+\varphi)(\delta^2 A^{2N}+1)$ ただし $\varphi=R_s/R_L$

で与えられるから、(9), (12)式より α_0 は

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= 20 \log_{10} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\varphi}} |S(0-d_0)| \\ &= 20 \log_{10} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\varphi}} (1+\varphi)\end{aligned}\quad (13)$$

となり、(11)式の条件は次式のように書き改められる。

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\varphi}} (1+\varphi) \geq y_0 \quad (14)$$

さらに(14)式は

$$\{\varphi - (y_0 + \sqrt{y_0^2 - 1})^2\} \{\varphi - (y_0 - \sqrt{y_0^2 - 1})^2\} \geq 0 \quad (15)$$

となるから、結局 φ の取り得る条件として

$$\varphi \leq (y_0 - \sqrt{y_0^2 - 1})^2 \quad \text{または} \quad \varphi \geq (y_0 + \sqrt{y_0^2 - 1})^2 \quad (16)$$

を得る。上式において $\varphi = (y_0 \pm \sqrt{y_0^2 - 1})^2$ のときフィルタ特性の通過域減衰量が最小となることは明らかである。

4. 損失補償流体伝送フィルタの試作とその特性

ここでは与えられた設計条件に基づいて、まず無損失流体伝送フィルタの試作を行ない、つぎにこれに対する損失補償フィルタを試作し、両者の特性の比較検討を行なう。その設計条件は以下の通りである。

〔設計条件〕

$f_c = 150 \text{ Hz}$, $N = 3$, $\delta = 1$, $R_s = R_L = R = 1.092 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{s/m}^5$. なおこれより特性近似関数は $y^2(\Lambda) = 4(\Lambda^6 + 1)$ となる。

4.1 無損失流体伝送フィルタの設計

$R_s = R_L = R$ であるから、これは前報¹⁾における最適伝送回路に相当する。この場合の容積および単位構成要素の寸法は Table 1, Exp. No. 1 に示す通りである。

Table 1 Dimension of filters No. 1-4 and its experimental condition

Exp. No.	l (m)	a (10^{-3} m)	n	V (10^{-6} m ³)		R_s (10^6 kg·s/m ⁵)	R_L (10^6 kg·s/m ⁵)	$\alpha_e(0)$ (dB)
				V_s	V_L			
No. 1	0.1	0.75	4	13.6	13.6	1.08	1.21	1.03
No. 2	0.1	0.75	4	7.00	13.9	1.32	8.81	3.71
No. 3	0.1	0.75	4	9.30	15.3	1.06	4.80	2.46
No. 4	0.1	0.75	4	12.2	14.2	1.09	5.64	2.82

4.2 損失補償流体伝送フィルタの設計

(i) 等価損失率 d の決定

直列および並列の損失率 d_p および d_b は(3)式より

$$d_p = R_p / 2\pi f_c L_p, \quad d_b = g / 2\pi f_c C_b \quad (17)$$

である。(Fig. 1(b)参照) ここに g, C_b は(1), (2)式より

$$g = 2(\pi f C_q)^2 R_y, \quad C_b = C_v + \frac{1}{2} C_p + \frac{1}{2} C_q \quad (18)$$

また

$$\left. \begin{aligned} R_p &= \frac{8\mu l}{\pi a^4 n}, \quad R_y = \frac{\gamma \bar{P} \sigma^2}{9\pi \nu (\gamma - 1) n l}, \quad L_p = \frac{4}{3} \frac{\rho l}{\pi a^2 n} \\ C_p &= \frac{\pi a^2 n l}{\gamma \bar{P}}, \quad C_q = (\gamma - 1) C_p, \quad C_v = \frac{V}{\gamma \bar{P}} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

であるから^{1), 3)}, 前項 4.1 で求めた容積および単位構成要素の寸法を用いると

$$d_p = 0.17, \quad d_b = 0.03 \quad (20)$$

を得る。ただし g については、損失による影響がしゃ断周波数近傍で最も大きいことを考慮して、 $f = f_c$ として計算した。

一方電気回路においては等価損失率 d は、通常直列および並列損失率 d_p, d_b の算術平均として与えられる⁶⁾。したがってここでも同様に d を決定すると

$$d = \frac{d_p + d_b}{2} = 0.1 \quad (21)$$

となる。

(ii) φ の決定

$N = 3$ の場合であるから $S_R(s)$ が

$$S_R(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1 \quad (22)$$

となることは前報¹⁾においてすでに明らかにした。したがって(21), (22)式より $S_R(s-d)$ は

$$S_R(s-d) = s^3 + 1.70s^2 + 1.63s + 0.819 \quad (23)$$

となり、上式より

$$S_R(0-d) = 0.819 \quad (24)$$

を得る。したがって(23), (24)式より

$$\frac{S_R(s-d)}{S_R(0-d)} = 1.22s^3 + 2.08s^2 + 1.99s + 1 \quad (25)$$

となるから、上式において $s = j\Lambda$ とおき、 $|S_R(j\Lambda - d)/S_R(0-d)|$ の極小値を求めると、 $\Lambda = 0.601$ において

$$\left| \frac{S_R(j\Lambda - d)}{S_R(0-d)} \right|_{\min} = 0.964 \quad (26)$$

を得る。したがって(9), (12), (13), (26)式より

$$20 \log_{10} y_0 = 20 \log_{10} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\varphi}} (1+\varphi)$$

$$-20 \log_{10} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\varphi}} (1+\varphi) \times 0.964 \quad (27)$$

が成り立つから、これより $\varphi_0=1.04$ となる。結局 φ の取り得る範囲は(16)式より

$$\varphi \leq 0.569 \text{ または } \varphi \geq 1.76 \quad (28)$$

となる。当試作フィルタでは上式を満足する値として、 $\varphi=0.15$ を選ぶことにする。

(iii) 序歪反伝送関数

$$\varphi \text{ の値が定まったので、序歪反伝送関数 } S(s-d) \text{ は} \\ S(s-d)=1.15(1.22s^3+2.08s^2+1.99s+1) \quad (29)$$

で与えられる。上式より回路を構成する方法については前報¹⁾においてすでに明らかにしたので、ここではその詳細を省略し、結果のみを示すことにする。Table 1, Exp. No. 2 に計算した結果得られた回路寸法を示す。

4.3 特性の比較

Fig. 7 に Exp. No. 1 および No. 2 の特性実験結果を示す。図中の理論曲線 α_b (実線)、 α_n (一点鎖線)、 α_π (破線) は前報¹⁾の場合と同様、それぞれ特性近似関数、分布定数理論、集中定数理論より計算されたものである³⁾。実験結果より明らかのように、損失補償を行なった No. 2 の特性は No. 1 の場合に比べ減衰域において幾分希望特性 α_b に近づくが、全体的にはほとんど損失補償による効果が現われていない。これは次項において検討されるように、等価損失率の値に起因するものであるが、一般に流体回路では $d_p \gg d_b$ であるため、これらの平均値として等価損失率を決定する方法が妥当でないことを意味するものであると考えられる。なお実験は前報³⁾と同様の装置で行なったので、その説明を省略する。

4.4 流体回路における等価損失率の決定方法

Fig. 7 Experimental and theoretical results of filter No. 2 ($d=0.1$) compared with experimental results of filter No. 1 ($d=0$) (α_b : desired characteristic, α_n : Nichols' theory, α_π : lumped constant theory)

ここでは特に流体回路において等価損失率を決定する方法として、以下に示すような二つの方法を提案するとともに、これらの方法によって得られた等価損失率を用いて試作された流体伝送フィルタの特性について検討する。

① $d=d_p$ とする方法

これは前述のように $d_p \gg d_b$ であることを考慮した方法である。この場合(20)式より $d=0.17$ となる。

② 分布定数理論を用いて求める方法

これは分布定数理論が実験値と良く一致することを利用したもので、種々の d について構成された回路を分布定数理論により解析し、 $f=f_c$ において希望する減衰量が得られるように d を定める方法である。その具体的方法を Fig. 8 に示す。この場合図より $d=0.232$ となる。なおこの方法では計算回数が多くなるため、計算機による繰返し計算を行なうことが望ましい。

$d=0.17$ および 0.232 の場合の回路寸法をそれぞれ、Table 1, Exp. No. 3, 4 に示す。またこれらの特性実験結果を Fig. 9, 10 に示す。図より明らかなように両者の場合、共に損失補償の効果は良好である

Fig. 8 Method for obtaining a value d

Fig. 9 Experimental and theoretical results of filter No. 3 ($d=0.17$) compared with experimental results of filter No. 1 ($d=0$) (α_b : desired characteristic, α_n : Nichols' theory, α_π : lumped constant theory)

Fig. 10 Experimental and theoretical results of filter No. 4 ($d=0.232$) compared with experimental results of filter No. 1 ($d=0$) (α_b : desired characteristic, α_n : Nichols' theory, α_L : lumped constant theory)

が, No. 3 の場合は希望特性 α_b と比べ特性ひずみが多少残る傾向を示すのに対し, No. 4 ではほぼ完全に損失補償がなされており, ①に比べ②の方法がより望ましいことがわかる。

5. おわりに

本報告では前報¹⁾において明らかにした無損失流体伝送フィルタにおいて生ずる特性ひずみが, 単位構成要素に内在する損失の影響によるものと考え, その補償方法について検討を行なった。その結果を要約すると以下の通りである。

- (i) 一般に損失補償は反伝送関数の零点を s 平面上, 実軸の正方向へ等価損失率 d だけ水平移動させた序歪反伝送関数 $S(s-d)$ に基づいて回路構成を行なえばよいが, その際つぎの条件を満足することが必要である。

- ① $S(0-d)=1+\varphi$
- ② $\varphi \leq (y_0 - \sqrt{y_0^2 - 1})^2$ または $\varphi \geq (y_0 + \sqrt{y_0^2 - 1})^2$

- (ii) 流体回路における等価損失率を決定する方法としてつぎの二つの方法を提案した。

- ① $d=d_p$ とする方法
- ② 分布定数理論を用いて求める方法

その結果①の方法は簡単ではあるが, 多少特性ひずみが残る傾向を示すのに対し, ②の方法では計算回数は増大するが, ほぼ完全な損失補償が可能である。

最後に, 本研究に関し有益なご討論とご助言を頂いた大阪大学工学部森川敬信教授に厚くお礼申し上げます。また実験に協力された赤松勉 (現在日本電気勤務), 辻岡博 (現在富士電機勤務) 両君に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 高森, 米持: フリイディクス回路系における低域通過形集中定数流体フィルタの設計, 計測自動制御学会論文集 Vol. 11, No. 3 に掲載予定
- 2) 高森, 石橋, 米持: フリイディクス回路系における分布定数フィルタの設計, 計測自動制御学会論文集, 10-5, 617/624 (1974)
- 3) 高森, 米持: 多条細管路のパワー伝送特性に関する研究—基本的伝送路の解析と設計—, 計測自動制御学会論文集, 10-6, 675/681 (1974)
- 4) たとえば川上: 電子回路 I, 共立出版 (1953)
- 5) たとえば川上: 回路網の構成, 通信工学講座 7A, 基礎編 2, 共立出版 (1955)
- 6) S. Darlington: Synthesis of reactance 4-poles which produce prescribed insertion loss characteristics including special application to filter design, J. Math. & Phys., 18, 257 (1939)