ボルテックス形近接センサに関する研究[†]

愛 島 義 昭*・花 房 秀 郎**・沢 村 泰 造*

Analytical Study of the Vortex Proximity Sensor

Yoshiaki KOKOSHIMA*, Hideo HANAFUSA** and Taizo SAWAMURA*

In this paper, we will introduce an analytical approach to characterize the behavior of the swirling annular jet in the vortex proximity sensor and to determine the pressure.

First, knowing the strength of swirl and the annular width at the issue, we assume that the momentum and the angular momentum are conserved, the rate of increase of flow is proportional to the velocity on the main flow line, the pressure of the bubble is constant and acts perpendicularly to the main flow line, etc. Under these assumptions, the geometry of the main flow surface, the velocity decay and the increase of the annular width along it are described, though the pressure is unknown.

Next, in order to determine the pressure, supposing a control volume enclosed by two concentric cylinders pancaking the annular jet and two planes with small angles to each other at the center line, then in this volume the radial components of the momentum are tested.

Last, some numerical and experimental results are shown and discussed.

1. 緒 論

強い旋回を伴う噴流は、薄層の環状を呈し、対向して物体を近づけると、中央部に負圧の循環流域を形成する。ボルテックス形近接センサは、この負圧変化によって物体の近接を検知しようとするものである。その構造は一般に、数個の接線ノズルをもつ渦室と噴出口および渦室中央部からの圧力取出口からなる。従来の研究は、形状等に対する実験的な検討にとどまり、噴流場への言及はまれで、いまだ未知のところが多い。

著者らは、噴流の挙動に着目して、特性の解析的な

解明をめざすものである。自由環状噴流に関しては多賀ら¹⁾の研究があり、噴出時の旋回の強さと環状厚によって、圧力が与えられれば、以後の噴流の挙動が記述できることを示している。

本報では、旋回発生機構等のセンサ形状には触れず噴出時の旋回の強さ、環状厚は既知であるものとして噴流をモデル化して、解析的に記述し、物体位置に対応した循環域内圧力を検査面モデルを与えて、解析的に求める手法を紹介する。

2. 記 号 (Fig. 1 参照)

R, θ, Z : 中心軸に沿い Z を取った円筒座標

M : 主流線 (Main Flow Line) に沿う距離

X : 主流線群によって形成される回転体面 (主流線面 Main Flow Surface) の母線座標

Y : M の主法線座標 $2B$: Y 方向代表環状厚

L : 対象壁近接距離 R_m : 主流線曲率半径

V : 絶対速度 J_m : 主流方向運動量

J_θ : 角運動量

K : 旋回の強さ $= J_\theta / (J_m \times R_0)$

α, β : V の風向角。 α は X と Z のなす角、 β は M と X のなす角 (旋回角) である。

P_B, P_∞ : それぞれ循環域内圧力、周囲圧力

λ : 巻き込み係数

添字は、それぞれ

0: センサ噴出面における値

x : 主流線 (面) 上の値

w : 対象壁面上の値

を示す。

3. 解 析

3.1 仮 定

解析式の誘導に際してなした主な仮定を列挙すると、

(a) 流れは非圧縮性で Z 軸に対し軸対称である。

(b) センサからの噴出流量 Q_0 、旋回の強さ K 等

[†] 第8回フルイディクスシンポジウムで発表 (昭 48・10)

* 愛媛大学工学部 松山市文京町 3

** 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

* Faculty of Engineering, Ehime University, Matsuyama

** Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto

(Received April 24, 1974)

Fig. 1 Model & Notation

Fig. 2
Analytical model

は、対称壁の近接によって変化しないものとする。

(c) 対称壁は、センサ噴出面に平行で、かつ十分に大きいものとする。

(d) 噴流の環状厚は、主流線半径 R_x 、曲率半径に比して小さく、風向角は、Y方向で一定で、主流線上の値と一致するものとする。また、循環流域内の流れは無視しうるものとする。

(e) 循環流域内圧力は、いたるところ一定で内外の圧力差に基づく力は、主流線に垂直に作用し噴流の方向変化にのみ寄与するものとする。

(f) 環状厚は次第に増加し、主流線速度は減衰するが、任意の断面における主流方向運動量 J_m および角運動量 J_θ の値は、一定に保持されるものとする。

(g) 噴流の巻き込みにより流量は増加するが、そ

の増加割合は、主流線速度の大きさに比例するものとする。

3.2 噴流特性式の誘導

噴流主流線速度の減衰、環状厚の増加、および主流線面の形状を表わす式を導く。誘導に際し、Fig. 2に示すように、ある主流線に沿ひZ軸に垂直な面内で微小な中心角 $\Delta\theta$ をはる噴流の一部に対し考察を進める。速度 V が相似な分布形をなし、

$$V = V_x \cdot f(\eta), \quad \eta = \frac{Y}{B} \quad (1)$$

と表わされるものとする。 $\Delta\theta$ 部分の主流線方向運動量 ΔJ_m 、角運動量は次式で与えられ一定である。

$$\Delta J_m = \rho V_x^2 B R_x \cos \beta \Delta\theta \cdot G, \quad (2)$$

$$G = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(\eta) d\eta$$

$$\Delta J_\theta = \rho V_x^2 B R_x^2 \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot \Delta\theta \cdot G \quad (3)$$

したがって、旋回角の強さは、

$$K = \frac{\Delta J_\theta}{R_0 \Delta J_m} = \frac{R_x}{R_0} \sin \beta = \text{const.}$$

R_0 は噴出時の主流線半径座標で、 $r = R_x/R_0$ とすると

$$\sin \beta = \frac{K}{r}, \quad \cos \beta = \frac{\sqrt{r^2 - K^2}}{r} \quad (4)$$

これを(2)式に代入して、整理すれば

$$v^2 b \sqrt{r^2 - K^2} = \sqrt{1 - K^2} \quad \left(v = \frac{V_x}{V_{x0}}, \quad b = \frac{B}{B_0} \right) \quad (5)$$

さて、流量の増加率は、

$$\frac{d\Delta Q}{dM} = \frac{d}{dM} \int_{-\infty}^{\infty} V R \cos \beta \Delta\theta dY = 2v_\infty R_x \cos \beta \Delta\theta \quad (6)$$

ただし、 v_∞ は、主流線上で評価した巻き込み速度である。ここで、仮定(g)に従ひ次式を導入する。

$$v_\infty = \lambda V_x \quad (7)$$

λ は巻き込み係数で、実験的に定められる(注1)。(6)式に代入し、整理すると、 $dM \cos \beta = dX$ であるから

$$\frac{d}{dx} v b \sqrt{r^2 - K^2} = \lambda_0 v r$$

ただし

$$\lambda_0 = 2\lambda \left\{ B_0/R_0 \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) d\eta \right\}, \quad x = X/R_0$$

両辺に $2vb\sqrt{r^2 - K^2}$ をかけ、(5)式を代入し、 $r=1$ で $v=b=1$ として積分すると、

(注1) 二次元噴流においては、拡散係数 σ に対して、 $\lambda = 1/2\sigma$ の関係をもち、 $\sigma = 7.67$ とすれば $\lambda = 0.065$ となる。三次元円噴流では、その速度分布²⁾から v_∞ として $V = V_x/2$ となる位置で評価すれば $\lambda = 0.101$ となる。この場合、二次元噴流に対する値を用いるのが妥当であろう。

$$v^2 b^2 = \frac{1-K^2}{r^2-K^2} \left\{ 1 + \frac{2\lambda_0}{\sqrt{1-K^2}} \int_0^x r dx \right\} \quad (8)$$

(5), (8)式から, それぞれ v, b を消去すれば,

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\lambda_0}{\sqrt{1-K^2}} \int_0^x r dx}} \quad (9)$$

$$b = \frac{\sqrt{1-K^2}}{\sqrt{r^2-K^2}} \left\{ 1 + \frac{2\lambda_0}{\sqrt{1-K^2}} \int_0^x r dx \right\} \quad (10)$$

式中の積分は, X に沿うもので, 主流線面の形状に対する式より得られる.

さて, Y 方向運動の式は, 近似的に

$$\frac{V^2}{R_m} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dY} \quad (11)$$

と表わされ, (1)式を代入し, 仮定(d)を考慮し積分すると,

$$\frac{V_{x^2} B}{R_m} \cdot G = \frac{1}{\rho} (P_\infty - P_B) \quad (12)$$

一般に, 方向角 α, β の空間曲線の曲率半径は

$$\frac{1}{R_m^2} = \left\{ \frac{\sin \alpha}{R} \frac{d(R \sin \beta)}{dR} \right\}^2 + \left\{ \cos^2 \beta \frac{d \cos \alpha}{dR} + \sin^2 \beta \frac{\cos \alpha}{R} \right\}^2 \quad (13)$$

で与えられる. 主流線のそれは, (4)式を代入して

$$\frac{1}{r_m} = \frac{r^2 - K^2}{r^2} \frac{d \cos \alpha}{dr} + \frac{K^2}{r^3}, \quad r_m = \frac{R_m}{R_0} \quad (14)$$

となる. (12)式に代入して整理すると

$$\frac{1}{\sqrt{r^2-K^2}} \left\{ \frac{r^2-K^2}{r^2} \frac{d \cos \alpha}{dr} + \frac{K^2}{r^3} \cos \alpha \right\} = -C_p \quad (15)$$

$$C_p = \frac{R_0^2 (P_B - P_\infty)}{\Delta J_m / \Delta \theta} \quad (\text{圧力定数}) \quad (16)$$

$r=1$ で $\alpha=\alpha_0$ として, (15)式を積分すれば,

Fig. 3 Model of control volume (ABCDD'C'B'A'A)

$$\cos \alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2-K^2}} \left\{ \cos \alpha_0 \sqrt{r^2-K^2} - \frac{C_p}{2} (r^2-1) \right\} \quad (17)$$

$dz = \cot \alpha \cdot dr$ であるから, 結局, 主流線面の形状は, つぎの楕円積分で表わされる.

$$z = \pm \sqrt{u_1+u_3} \left\{ \int_{\phi_0}^{\phi} \sqrt{1-K_e^2 \sin^2 \phi} d\phi - \frac{K_e}{2} \int_{\phi_0}^{\phi} \frac{d\phi}{\sqrt{1-K_e^2 \sin^2 \phi}} \right\} \quad (18)$$

ただし, $u_1, u_2, -u_3$ ($u_1 > u_2 > 0, u_3 > 0$) を (17) 式の $\cos^2 \alpha = 1$ を満す r^2 の値として,

$$K_e^2 = \frac{u_1-u_2}{u_1+u_3}, \quad \sin^2 \phi = \frac{u_1-r^2}{u_1-u_2} \quad (19)$$

であり, $r=1$ で $\phi=\phi_0$, 複号は α の符号による.

3.3 検査面 (C_p の決定)

センサから対称壁まで, Z 軸に対し $\Delta \theta$ をはり, 外半径 R_2 , 内半径 R_1 に囲まれた Fig. 3 における ABCDD'C'B'A'A を検査面とし, その中心径である R_c 方向の運動量平衡をとる. 検査面に出入する運動量は, つぎの如くである,

(a) ABCD 面, 初期角 α_0, β_0 をもって, ΔJ_m の運動量が流入するからその R_c 方向成分 ΔJ_{R0} は,

$$\Delta J_{R0} = \Delta J_m \cos \beta_0 \sin \alpha_0 \quad (20)$$

(b) AA'D'D および BB'C'C 面, 巻き込みによる 2 次的な流入があるが, その運動量は小さく, その上, 上下面で相殺するから無視できる. 結局, 壁に衝突した噴流が, 流出・還流し, その R_c 方向運動量 $\Delta J_1, \Delta J_2$ のみとなる. 壁における摩擦などの損失がないものとする

$$\Delta J_1 + \Delta J_2 = \Delta J_m \cdot \cos \beta_w \quad (21)$$

ここで付着流線概念を導入する. センサからの流出流量の保存される流線を想定し, 壁においてこの付着流線面によって流出還流する噴流が分けられるものとする. 付着流線座標 η_a とすれば,

$$\frac{\Delta Q_0}{2} = V_x R_x B \cos \beta \Delta \theta \int_{-\eta_a}^0 f(\eta) d\eta$$

(5), (9)式を代入し, 無次元量を用いて整理すると,

$$\int_{-\eta_a}^0 f(\eta) d\eta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\lambda_0}{\sqrt{1-K^2}} \int_0^x r dx}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) d\eta \quad (22)$$

この η_a を用いて, 流出する ΔJ_1 はつぎのようになる.

$$\Delta J_1 = \Delta J_m \cdot \cos \beta \int_{-\eta_a}^{\infty} \frac{f^2(\eta) d\eta}{G} \quad (23)$$

(c) AA'B'B および CC'D'D 面, 旋回により側

面からの出入があり、その R_c 方向成分 ΔJ_R は、つぎの如くである。Fig. 4(a)を参照して、側面から流出する ΔJ_m の側面に占める幅 ΔZ は、

$$\Delta Z = R_x \cdot \Delta\theta \cdot \cot \beta \cdot \cos \alpha$$

であり、 dZ 間で側面に垂直に流出する運動量 dJ_{ZN} は、

$$dJ_{ZN} = \Delta J_m \cdot \sin \beta \cdot \frac{dZ}{\Delta Z} = \frac{\Delta J_m}{\Delta\theta} \sin \beta \cdot \tan \beta dZ$$

また、反対側面から等量の運動量が流入し、したがって同図(b)に示すように、 dZ 間に $dJ_{ZN} \cdot \Delta\theta$ の運動量が流入することになる。側面全体では結局

$$\Delta J_R = \Delta J_m \int_0^l \frac{\sin \beta \cdot \tan \beta}{r \cdot \cos \alpha} dz, \quad l = \frac{L}{R_0} \quad (24)$$

以上の運動量出入は、噴流に働く圧力差に基づく力と平衡する。圧力による力を ΔP_R とすると

$$\Delta J_1 - \Delta J_2 - \Delta J_{R0} - \Delta J_R = \Delta P_R \quad (25)$$

ΔP_R は、つぎのようにして得られる。まず、仮定(e)に加え主流線面において圧力は P_B から P_∞ に不連続に変化するものとする。Fig. 5を参照して

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta P_R}{dZ} = & 2 \int_{R_1}^{R_x} P_B \sin \frac{\Delta\theta}{2} dR + 2 \int_{R_x}^{R_2} P_\infty \sin \frac{\Delta\theta}{2} dR \\ & + 2 \int_0^{\Delta\theta/2} (P_B R_1 - P_\infty R_2) d\theta \end{aligned}$$

第1,2項は側面、第3項は下、上面に働く力である。積分すると、

$$\frac{d\Delta P_R}{dZ} = (P_B - P_\infty) R_x \Delta\theta$$

となり、主流線面上で評価すればよい。積分して、

$$\Delta P_R = C_p \Delta J_m \int_0^l r dz \quad (26)$$

(25)式に諸量を代入して整理すると、

$$\begin{aligned} & \int_{-\eta_d}^{\infty} f^2(\eta) d\eta - \int_{-\infty}^{-\eta_d} f^2(\eta) d\eta \\ & = \frac{G}{\cos \beta_w} \left\{ \cos \beta_0 \cdot \sin \alpha_0 \right. \end{aligned}$$

Fig. 4 Momentum through side surfaces

$$+ \int_0^l \left(\frac{\sin \beta \cdot \tan \beta}{r \cos \alpha} + C_p r \right) dz \quad (27)$$

3.4 数値計算の方法

解析式中の dx, dz についての積分は $dx = \csc \alpha \cdot dr, dz = \cot \alpha \cdot dr$ を用い、 α, β に対し、(17), (4) 式を代入してすべて、 r の関数の r についての積分として表わし、(19)式による変換を施して、 ϕ について積分する。壁距離 l を与えて、 C_p を得るのは、上述のような積分のため至難であり、したがって C_p を与えて(22), (27)式を連立させて衝突点 r_w , 付着点 η_d を求めそれを(18)式に代入して l を得るという逆の手法をとる。

Fig. 6 に C_p 対 l の数値計算例を示す。

4. 実験および結果

4.1 実験モデル

実験には噴出条件を固定するために、Fig. 7に示すセンサモデルを用いた。旋回を与える羽根は薄平板を用い、任意のZ断面で径と一致する構造とした。したがって、旋回角は径方向で異なり外周で最大となる。数値計算に際しては、外径を R_0 として噴出条件 K, V_{x0}, B_0 は、流量、角運動量、運動量を考慮して与えた。以下の数値計算結果は、 $f(\eta) = \exp(-\eta^2), \lambda = 0.065$ とした。

Fig. 5 Force due to $P_B - P_\infty$

4.2 結果

4.2.1 速度分布

Fig. 6 Example of numerical results

Fig. 7 Experimental model

Fig. 9 Distribution of static pressure and main flow surfaces

Fig. 8 Velocity profile

- (a) $U = V \cos \beta$
(b) $W = V \sin \beta$

Fig. 10 Pressure on the wall

Fig. 11 Theoretical striking points against and experimental points of maximum pressure on the wall

主流線面に垂直な方向で α は一定とみなして測定した結果を Fig. 8, 9 に X 方向成分 U 、接線成分 W で示す。 B' は $U = U_x/2$ となる Y の値である。 U はほぼ実線で示す $\exp(-\eta^2)$ で表わされる。 W は $\eta' > 0$ では、ほぼ同一曲線上にあるが、 $\eta' < 0$ でばらつき、 $U = 0$ となる $\eta' \approx -1.7$ でなお大きな値を示し、循環流領域内に W がかなりあることがわかる。この傾向は壁が近接するほど顕著になる。

4.2.2 静圧分布

Fig. 9 (a), (b) に測定例を等圧面で示す。 Fig. 10 は、径方向の分布を与えるために、壁面上で測定した圧力を l パラメータとして示す。径方向に圧力勾配が

あるが、噴流に作用する力として考えるとき、仮定 (e) は十分許容されるものであろう。

4.2.3 主流線面と衝突点

Fig. 9 には、主流線面を解析結果と共に与える。よい一致を示す。解析による主流線の壁への交点（衝突点）を Fig. 11 に示す。同図に、Fig. 10 の静圧の最大となる位置（Fig. 9 に示すように、衝突点よりやや内側になる点）を印す。

4.2.3 C_p

Fig. 12 に示す。 C_{p0} は、 $R = Z = 0$ の点の圧力測定値 P_{p0} を (16) 式に代入して得た値である。 l が大きいときは、ほぼ一致するが、 l の減少に伴い差異は増大しているが、定性的にはよい一致がみられる。 C_p と

Fig. 12 Pressure constant

C_{p0} の差異は主として循環域内での W による圧力勾配のためと思われる。

5. 結 言

ボルテックス形近接センサ内の噴流の挙動，圧力特性を解析的に記述する方法を紹介し，不十分ではあるがこの方法が有効であることを示した。しかし，実際のセンサに適用するためには，形状等に対応した噴出時の条件を与える必要があり，またセンサ出力 C_{p0} と解析値 C_p との関係をより定量的に導くことが要求される。これら課題を現在検討中である。

参 考 文 献

- 1) 多賀・赤川：環状噴流に関する研究（第3報）日本機械学会論文集，**36**-283, 397/406 (1970)
- 2) たとえば
Schlichting: Boundary-Layer Theory, p. 699, McGraw-Hill