ソニック形発振器の発振機構に関する研究†

— 負荷感応形発振器の理論模型 —

林 勲*・久保田 篤*

Analysis of Oscillation Mechanism in a Sonic Oscillator

— A Mathematical Model of Load Sensitive Oscillator —

Satoru HAYASHI* and Atsushi KUBOTA*

Previously, one of the authors proposed a mathematical model for a sonic oscillator and showed that many features of phenomena occurring in the oscillator could be theoretically explained by this model. However, the effects of the output loading were not studied, since the model was for an oscillator using a load insensitive bistable amplifier.

In this study, the authors experimentally examine how the output loading affects the input characteristics of the bistable amplifier with a relatively small splitter distance and derive an approximate expression for the input characteristics of the load sensitive amplifier. On the basis of the expression, a mathematical model for an oscillator using the load sensitive amplifier is derived and the effects of the output loading are analysed theoretically. The results agree well qualitatively with experimental results.

1. ま え が き

純流体式発振器の一種に側壁付着形双安定素子の両制御口を一本の管路で結合したいわゆるソニック形発振器がある。この発振器の発振機構は従来からかなり研究されているが^{(1)~(4)}、筆者の一人も先に負荷不感形式素子を用いたソニック形発振器の理論模型を提案し、それが現象の諸相をかなりよく説明しうるものであることを確認し、さらにループ管路内流体柱の圧縮性の有無により発生する振動の形態がいかに変化するかを詳細に論じた^{(5)~(6)}。

しかし、そこでは考察の対象を負荷不感形式発振器に限定したため、発振現象に対する出力側の影響を論ず

ることができなかった。周知のごとく側壁付着形素子はスプリッタ距離の減少に伴って出力側の影響が次第に顕著になるので小スプリッタ距離の素子を用いた発振器においては、生起する振動に及ぼす出力側の影響は無視しえない。本研究においては、前報で導いた負荷不感形式発振器の理論模型を出力側の諸変量を含む形に拡張し、発振現象に対する出力側の諸影響を理論的に検討するための基礎を与え、この理論模型に基づいて、出力側の影響について若干の検討を行った。

2. 負荷感形式素子の入力特性

発振器の理論模型の誘導に先立って、まず負荷感形式素子の入力静特性を実験的に明らかにする。素子の入力特性とは左右の制御口における制御圧力 p_{c1} , p_{c2} と制御流量 q_{c1} , q_{c2} の間の関係をいうが、左右の差量

$$\Delta p_c = p_{c1} - p_{c2}, \quad \Delta q_c = \frac{q_{c1} - q_{c2}}{2} \quad (1)$$

を用いてこれを表わすと負荷不感形式素子の場合にはきわめて簡単な $\Delta q_c = f(\Delta p_c)$ の形にまとめうることを前報で示した^{(6), (7)}。

素子の出力流量は出力口に接続される抵抗により種々変化するが、負荷感形式素子の場合その変化は干渉領域を介して制御圧力、制御流量に影響する。したがって入力特性に出力側の諸量を含んだ形になる。以下において出力口に設置した可変抵抗を変化させ左右の出力流量 Q_1 , Q_2 の差量 $\Delta Q = Q_1 - Q_2$ を変化させつつ出力側の影響下に定まる制御流量 Δq_c 、制御圧力 Δp_c の関係を $\Delta q_c = f(\Delta p_c, \Delta Q)$ の形にまとめうることを実験的に明らかにする。発振状態における左右の制御流量 q_{c1} , q_{c2} は互いに逆位相の関係にあり、 $q_{c1} = -q_{c2}$ が近似的に成立するので、この条件下に入力静特性を測定する。

実験に供試した素子を Fig. 1 に示す。本素子のスプリッタ距離 L_s は 9~49 mm の間で自由に調整し

† 第9回フルイディクスシンポジウムで発表 (昭 49・10)

* 静岡大学工学部 浜松市城北 3-5-1

* Faculty of Engineering, Shizuoka University, Hamamatsu

(Received December 28, 1974)

うる。Fig. 2 は入力静特性測定装置の大略を示す。作動流体として水を使用した。

まず、スプリッタ距離 L_s の変化に伴う入力特性の変化を $\Delta Q=0$ すなわち、等分流 ($Q_1=Q_2$) の条件下に測定し、その結果を Fig. 3 に示す。図の縦、横軸にはそれぞれ無次元制御差流量 $q_c (= \Delta q_c / Q_s)$ と無次元差圧力 $p_c (= \Delta p_c / P_0)$ をとり、主噴流口幅 w_s による無次元化スプリッタ距離 L_s/w_s をパラメータにとる。ここに、 Q_s は主噴流量、 $P_0 = \rho V^2/2$ ($V=Q_s/S_n$, S_n は主噴流口断面積、 ρ は流体の密度である)。この P_0 は無負荷のとき供給圧力 P_s とほぼ等しい値をもつ。本実験は供給流量 Q_s 、一定の条件下に行われるので出力負荷の変化によって供給圧力 P_s はかなり変化する。したがって無次元化のための基準量として P_s を用いるのは適当ではなく、出力負荷によって変化する P_0 を用いた。

供試素子の入力特性は $L_s/w_s > 6.9$ の場合、図にみ

aspect ratio 5.0, offset 0.7
Fig. 1 Geometry of bistable amplifier

るように負荷不感形素子特性と同傾向の曲線となり⁶⁾、原点とその近傍に負性抵抗をもち、左右に極値をもつ。この極点は主噴流切換点である（以後、切換差圧力、切換差流量を p_{cr} , q_{cr} と表わす）。主噴流切換点は L_s/w_s の減少に伴って次第に横軸に近づき、 $L_s/w_s \approx 6.9$ のと

Fig. 2 Schematic diagram of test setup

き極点は消え、特性曲線の原点近傍は正こう配となる。この正こう配の部分は主噴流がスプリッタに安定に付着する流れに対応しており、この領域は L_s/w_s の減少とともに次第にひろがっていく。

つぎに出力差流量 ΔQ の変化に伴う入力特性の変化を調べ、Fig. 4 に示す。特性曲線は ΔQ の増加と共に右上方へ平行移動することが知れる。いま $\Delta Q=0$ における入力静特性を

$$\Delta q_c = f(\Delta p_c) \quad (2)$$

とし、出力差流量 ΔQ に対応する水平、垂直方向の平行移動量をそれぞれ $p_0(\Delta Q)$, $q_0(\Delta Q)$ とすれば出力差流量が ΔQ のときの入力特性曲線は

$$\Delta q_c = f[\Delta p_c - p_0(\Delta Q)] + q_0(\Delta Q) \quad (3)$$

と表わされる。平行移動量 p_0 , q_0 と ΔQ との関係は Fig. 5 に示すように近似的に

Fig. 3
Input characteristics for various splitter distances

Fig. 4
Input characteristics for various ΔQ

ループ管路端の抵抗特性は

$$2r\Delta q = \Delta p - \Delta p_c \quad (9)$$

制御口に付した容量部に対する連続の関係は

$$\left(\frac{V}{2\beta_c}\right) \frac{d\Delta p_c}{dt} = \Delta q - \Delta q_c \quad (10)$$

出力管路内の流体柱の運動方程式は

$$\left(\frac{\rho L}{A}\right) \frac{d\Delta Q}{dt} = \Delta P' - \Delta P - R_L \Delta Q \quad (11)$$

出力管路端の抵抗特性は

$$R_0 \Delta Q = \Delta P \quad (12)$$

干渉領域に運動量理論を適用し、発振器の対称軸に直角方向の運動量変化と力の平衡式をうる⁶⁾。

$$-d_1 \Delta p_c - d_2 \Delta P' = d_3 \Delta Q$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \Delta p &= p_1 - p_2, \quad \Delta q = \frac{q_1 - q_2}{2}, \\ \Delta p_c &= p_{c1} - p_{c2}, \quad \Delta q_c = \frac{q_{c1} - q_{c2}}{2}, \\ \Delta P &= P_1 - P_2, \quad \Delta P' = P'_1 - P'_2, \\ \Delta Q &= Q_1 - Q_2, \quad d_1 = S' + W \cos \alpha, \\ d_2 &= A \sin \alpha, \quad d_3 = \frac{\rho Q_s \sin \alpha}{A} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$Z (= \sqrt{\beta_c \rho} / S)$ は管路の特性インピーダンス, $T = l/c$, $c (= \sqrt{\beta_c / \rho})$ は音速, l はループ管路長, S はその断面積, S' は制御口面積, β_c は流体の体積弾性率, r はループ管路端抵抗, V は容量部容積, L は出力管路長, A はその断面積, R_L は出力管路抵抗, R_0 は出力管路端抵抗, W は側壁面積, α は側壁傾斜角である。これらの基礎式群 (5), (8)~(13) 式はつぎの三つの無次元式にまとめうる (ただし時間 t は実時間である)。

$$\left. \begin{aligned} p_c(t) + (Z_0 + r_0)q(t) &= -p_c(t-T) + (Z_0 - r_0)q(t-T) \\ T_p \dot{p}_c &= q - F(p_c - \kappa_1 Q) - \kappa_2 Q \\ T_L \dot{Q} &= -c_{12} p_c - (R + c_{32})Q \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} p_c &= \frac{\Delta p_c}{P_0}, \quad q = \frac{\Delta q}{Q_s}, \quad Q = \frac{\Delta Q}{Q_s}, \\ Z_0 &= \frac{2ZQ_s}{P_0}, \quad r_0 = \frac{2rQ_s}{P_0}, \quad T_p = \frac{VP_0}{2\beta_c Q_s}, \\ T_L &= \frac{\rho L Q_s}{AP_0}, \quad R = \frac{(R_0 + R_L)Q_s}{P_0}, \\ c_{12} &= \frac{d_1}{d_2}, \quad c_{32} = \frac{d_3 Q_s}{d_2 P_0} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

またドットは実時間 t に関する微分を表わす。

まず、制御口の付加容量を $V=0$, 出力管路長を $L=0$ とした場合、すなわち $T_p = T_L = 0$ の場合を前報で詳述した図式解法によって解き、負荷感応形発振器に生ずるソニック発振現象の基本的な性格を検討する。(15)式において $T_p = T_L = 0$ とおき、新たな変数 $x = p_c - \kappa_1 Q$ によってまとめるとつぎの非線形差分方程式をうる。

$$\phi_2[x(t)] = \phi_1[x(t-T)] \quad (17)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= -[\sigma Y_0 + \{\kappa_2 - Y_0(\kappa_1 + r_0 \kappa_2)\} c_{12}]x \\ &\quad + \sigma(1 - r_0 Y_0)F(x) \\ \phi_2 &= [\sigma Y_0 - \{\kappa_2 + Y_0(\kappa_1 + r_0 \kappa_2)\} c_{12}]x \\ &\quad + \sigma(1 + r_0 Y_0)F(x) \\ \sigma &= c_{32} + c_{12} \kappa_1 + R, \quad Y_0 = \frac{1}{Z_0} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

以下の解析においては素子特性関数 $F(x)$ をつぎのように折線で近似して表わす。

$$\left. \begin{aligned} F(x) &= \alpha x + \beta \quad x < -p_{cr} \\ F(x) &= -\gamma x \quad |x| < p_{cr} \\ F(x) &= \alpha x - \beta \quad x > p_{cr} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

(a) for small r_0 and large Y_0
(or large Q_s)

(b) for small r_0 and small Y_0
(or small Q_s)

(c) for large r_0

Fig. 8 Graphical solutions for eq. (17)

本研究に供試した大小2素子に関する無次元係数 α , β , γ は付録 Fig. 15, 16 に示す。

Fig. 8 に図式解の数例を示す。Fig. 8(a) にみるように、ループ管路の抵抗 r_0 が小さいとき発振解が得られる。その振動波形はループ管路の無次元アドミタンス Y_0 が大きい場合方形波となり、周波数は $f = c/2l$ となる。これは通常の意味でのソニック振動¹⁾である。しかし、 Y_0 が小さくなると振動波形は Fig. 8(b) に示すような階段波となり、 Y_0 の減少に伴って一周期間に含まれる段数が次第に増加して振動波形は弛緩振動のそれに近づく。この波形段数の増加と共に発振周波数は $c/2l \rightarrow c/4l \rightarrow \dots \rightarrow c/2nl$ (n は半周期間の

Fig. 9 Relation of frequency to supply flow Q_s for air-operated oscillator $L_s/w_s=10.5$, $f_0=42.5$ Hz (for $l=4$ m), 85.0 Hz (for $l=2$ m)
($r_0=0$, $R=0$, $c_{12}=1.6$, $c_{22}=0.114$, $\alpha=1.25$, $\beta=0.25$, $\gamma=0.37$, $\kappa_1=0.0616$, $\kappa_2=0.0770$)

段数)と不連続的に変化する (Fig. 9 参照)。この間の事情は前報⁷⁾の負荷不感形発振器の場合と基本的には同様である。Fig. 9 には主噴流量 Q_s ($\propto Y_0$) の変化に伴う発振周波数変化の実測値をも同時に示しており、階段状の周波数変化が認められる。Fig. 9 の理論解のような明瞭な不連続変化とならないのは管路の分布抵抗、制御口の容量、出力管路の慣性などの影響によると推察される。また、Fig. 10(a), (b) に示す1次振動、2次振動(注1)の実測波形が明瞭な方形波、階段波とならないのもこの容量、出力管路の慣性の影響と考えられる。Fig. 10(c) は主噴流量が小さい場合の弛緩振動を示す。また、実験結果と同じ条件下に理論波形を求め Fig. 10 の各実験結果の下に示す。

ループ管路の抵抗が大きくなると Fig. 8(c) に示すように ϕ_1, ϕ_2 は原点以外に交点 A, B をもつ。これらの点は一方の側壁に付着した安定な定常流に対応する。交点 A, B の有無によって発振の可否が判定でき、その結果 $T_p=T_L=0$ の場合の発振条件として次式をうる。

$$r_0 \left[\gamma + \frac{c_{12}(\kappa_1 \gamma + \kappa_2)}{c_{32} + R} \right] < 1 \quad (20)$$

(20)式の [] 内の第1項は素子の入力特性の負こう配(負性抵抗の逆数)を表わし、第2項は出力抵抗変化に伴う入力特性の負こう配の変化分を表わす(付録参照)。負荷不感形素子では出力側の影響係数 κ_1, κ_2

(注1) 一周期の段数が $2n$ の階段波を n 次振動と呼ぶ。

Experimental
 $f=35.0$ Hz
Oscillation stage I

Experimental
 $f=19.2$ Hz
Oscillation stage II

Experimental
 $f=7.4$ Hz
Relaxation oscillation

Theoretical
 $f=42.5$ Hz
Oscillation stage I

Theoretical
 $f=21.3$ Hz
Oscillation stage II

Theoretical
 $f=10.6$ Hz
Oscillation stage IV

(a) $Q_s=1402$ cm³/s, $P_0=268.1$ g/cm², time scale 20 ms/DIV, pressure scale 65 (g/cm²)/DIV

(b) $Q_s=566$ cm³/s, $P_0=43.72$ time scale 20 ms/DIV, pressure scale 16.3 (g/cm²)/DIV

(c) $Q_s=243$ cm³/s, $P_0=8.06$ g/cm² time scale 0.1 s/DIV, pressure scale 6.5 (g/cm²)/DIV

Fig. 10 Experimental and theoretical wave forms of air-operated oscillator $L_s/w_s=10.5$, $l=4$ m
($\alpha=1.25$, $\beta=0.25$, $\gamma=0.37$, $\kappa_1=0.0616$, $\kappa_2=0.0770$, $c_{12}=1.6$, $c_{22}=0.114$)

は零となり、(20)式は前報の結果 $r_0 \gamma < 1$ と一致する。

出力管路長が零でない場合すなわち、 $T_L \neq 0$ の場合の解析解をうることは困難であるから(15)式をEuler法で数値的に解いた。Fig. 11(a), (b) は $T_L (\propto L)$ の変化に伴う発振周波数変化の理論値と実験値を示す。発振周波数は T_L (あるいは出力管路長 L) の影響によりいったん減少するが、さらに T_L を増加させると再び漸増することが知れる。この計算においてはループ管路の無次元アドミタンス Y_0 は1次振動発生領域にとっているが、 $T_L = 0$ の場合でも発振周波数の理論値が $f_0 = c/2l$ より低くなるのは制御口にある小室の容量効果による⁷⁾。実験値ではこのほかにループ管路の分布抵抗、切換時間の影響などが加わるため、さらに低い値となる。

3.2 集中定数模型

Fig. 10 にみるように主噴流量 Q 、あるいは無次元アドミタンス Y_0 の減少と共に振動の形態は階段状波形のソニック振動から弛緩振動に移行するが、この弛緩振動は水のような非圧縮とみなしうる流体で作動させる場合に生起する振動とまったく同じ性質の振動である。このような場合、現象は集中定数模型で記述される。(16)式の第1式において $\beta \rightarrow \infty$ として得られる式と残りの2式が集中定数模型の基礎式である。

$$\left. \begin{aligned} T_q \dot{q} &= -\dot{p}_c - r_0 q \\ T_p \dot{p}_c &= q - F(\dot{p}_c - \kappa_1 Q) - \kappa_2 Q \\ T_L \dot{Q} &= -c_{12} \dot{p}_c - (R + c_{32}) Q \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ここに $T_q = \rho l Q_s / SP_0$ である。

ソニック形発振器の集中定数模型はすでに伊藤らによって提案されており⁴⁾、発振可能な種々の形態の振動についてくわしく検討されているので、ここでは制御口の容量部がきわめて小さい通常の発振器 ($T_p \approx 0$) における現象を検討するととどめる。

$T_p = 0$, $T_L = 0$ とすれば(21)式は

$$T_q \dot{q} = g(q) \quad (22)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} g(q) &= -(1+r_0\lambda)q/\lambda - \beta/\lambda & q > q_0 \\ g(q) &= (1-r_0\lambda)q/\lambda & |q| < q_0 \\ g(q) &= -(1+r_0\lambda)q/\lambda + \beta/\lambda & q < -q_0 \\ \lambda &= (\alpha\kappa' + \alpha\kappa_1 c_{12} - \kappa_2 c_{12})/\kappa' \\ \bar{\lambda} &= (\gamma\kappa' + \gamma\kappa_1 c_{12} + \kappa_2 c_{12})/\kappa' \\ \kappa' &= c_{32} + R, \quad q_0 = (1-r_0\lambda)\beta/(\lambda + \bar{\lambda}) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ただし入力特性は(19)式を用いる。

(a) theoretical results

$l=400$ cm, $Q_s=1500$ cm³/s, $L_s/w_s=10.5$, $f_0=c/2l=42.5$ Hz, $V=2$ cm³, $\alpha=1.25$, $\beta=0.25$, $r=0.37$, $\kappa_1=0.0616$, $\kappa_2=0.0770$, $c_{12}=1.6$, $c_{32}=0.114$, $r_0=0$, $R=0$

(b) experimental results

$l=405$ cm, $Q_s=1487$ cm³/s, $L_s/w_s=10.5$, $f_0=42.5$ Hz, $V=2.0$ cm³

Fig. 11 Effect of output inductance on frequency of sonic oscillation in air-operated oscillator

Fig. 12 は(22)式の位相面軌跡である。ループ管路抵抗 r_0 が比較的小さい $g'(0) > 0$ の場合原点に存在する唯一の平衡点は不安定となり、図中の1-2-3-4のリミットサイクルが存在する。この場合の振動は弛緩振動となり、その周期はリミットサイクル上の点1から点2に到る経過時間の2倍に等しい。

Fig. 12 Phase plane trajectory of eq. (22)

$$\begin{aligned} T &= 2 \int_{-a}^a \frac{dq}{g(q)} \\ &= 2T_q \left(\frac{\lambda}{1+r_0\lambda} \right) \ln \left[1 + \frac{2\bar{\lambda}(1+r_0\lambda)}{\lambda(1-r_0\lambda)} \right] \left[a = \frac{\beta\bar{\lambda}}{\lambda + \bar{\lambda}} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

Fig. 13 は主噴流量 Q_s と発振周波数の関係を示す。集中定数模型においては $T_p \approx 0$, $T_L \approx 0$ なる場合発振周波数は発振限界の近傍を除き Q_s にほぼ比例して変化する。なお、この実験においては Fig. 1 の大形素子を水で作動させた。

一方、Fig. 12(b) に示すようにループ管路抵抗が大きい場合 $g'(0) < 0$ となり、原点以外に A, B の平衡点をもつ。これはどちらか一方の側壁に安定に付着した定常流に対応しており、状態点は A あるいは B におちつき、発振しない。結局、発振の可否は $g'(0)$ の正負によって判定でき、その結果得られる発振条件は(20)

Fig. 13 Relation of frequency to supply flow Q_s for water-operated oscillator

($\alpha=0.594$, $\beta=0.156$, $\tau=1.254$, $\kappa_1=0.0169$, $\kappa_2=0.032$, $c_{12}=0.669$, $c_{32}=1.565$)

$Q_s=100 \text{ cm}^3/\text{s}$, $l=100 \text{ cm}$, $L_s/w_s=10.5$

Fig. 14 Stability region of water-operated oscillator

($\alpha=0.594$, $\beta=0.156$, $\tau=1.254$, $\kappa_1=0.0169$, $\kappa_2=0.032$, $c_{12}=0.669$, $c_{32}=1.565$)

式と一致する。Fig. 14 は(20)式の発振領域をループ管路抵抗 r と出力抵抗 R との関係で表わした理論曲線と実験結果を示す。出力抵抗の増加に伴って発振領域は拡大することが知れる。なお、ループ管路の抵抗は、ループ管路中央に短管オリフィスをそう入し、その内径を変化させて調整した。理論結果と実験結果の一致は定性的にはかなりよい。

4. む す び

本研究における結果を要約するとつぎのようになる。

Fig. 15

Input characteristics for large amplifier operated by water
 $\alpha=0.594$,
 $\beta=0.156$,
 $\tau=1.254$,
 $Q_s=100 \text{ cm}^3/\text{s}$,
 $P_0=65 \text{ g/cm}^2$

Fig. 16 Input characteristics for small amplifier

$\alpha=1.25$, $\beta=0.25$, $\tau=0.37$

$Q_s=1050 \text{ cm}^3/\text{s}$, $P_0=150 \text{ g/cm}^2$, $R_s=11386$ for air

$Q_s=50 \text{ cm}^3/\text{s}$, $P_0=283 \text{ g/cm}^2$, $R_s=8162$ for water

(1) スプリット距離の減少に伴って素子が負荷不感形から負荷感応形へ移行する有様を明らかにし、負荷感応形素子の入力特性の近似的表式を実験的に求めた。

(2) 上記の特性式に基づき負荷感応形発振器の理論模型を導いた。

(3) 制御口につけた小室の容量効果と出力管路の慣性効果を無視しうる場合、主噴流量変化に伴う振動形態の推移は負荷不感形発振器の場合と基本的には同じであることを明らかにした。

(4) 発振領域は出力抵抗の増加と共に広がる。

(5) 出力管路の慣性の増加と共に発振周波数はいったん減少したのち再び漸増する。

終りに、本研究に関し種々のご助言を賜った名古屋大学、伊藤忠哉教授と、実験、数値計算に協力を得た静岡大学、松井隆助手に感謝する。

参 考 文 献

- 1) C.E. Spyropoulos: Sonic Oscillators, Proc. Fluid Amplification Symposium, Harry Diamond Lab., 3,

28/52 (1964)

- 2) 野本, 島田: ソニック・オシレータについて, 第2回純流体素子シンポジウム資料, 19/24 (1967)
- 3) 畑中, 横田: ソニックオシレータの発振周期について, 第4回純流体素子シンポジウム資料, 8/90 (1969)
- 4) 伊藤, 末松, 浅野: 純流体素子ソニック形発振器の研究, 日本機械学会講演論文集, 727-2, 81/84 (1972)
- 5) 林, 釜谷: ソニック形発振器における低周波発振について, 日本機械学会講演論文集, 723-5, 9/12 (1972)
- 6) 林, 釜谷: ソニック形発振器の発振機構に関する研究(第1報), 日本機械学会論文集, 40-340, 3391/3400 (1974)
- 7) 林, 釜谷: ソニック形発振器の発振機構に関する研究(第2報), 日本機械学会論文集, 41-341, 87/97 (1975)

《付 録》

Fig. 15 に大形素子を水で作動させた場合の無次元入力特性とこの曲線を(19)式で折線近似したときの無次元係数 α, β, γ を示す。

Fig. 16 は小形素子を水で作動させた場合と空気で作動させた場合の無次元特性を比較して示す。図示のごとくレイノルズ数 R が異なる場合でも両者はほぼ一致する。また, この場合の α, β, γ の値も示してある。

定抵抗 R を左右の出力口につけ, 流出口を大気中に開放した場合の素子静特性を求める。(7), (12), (13)

式より

$$q_c = F(p_c - \kappa_1 Q) + \kappa_2 Q \quad (\text{無次元入力特性}) \quad (25)$$

$$P' = RQ \quad (\text{無次元出力抵抗特性}) \quad (26)$$

$$-c_{12}p - P' = c_{32}Q \quad (\text{無次元運動量平衡式}) \quad (27)$$

をうる。ここに $P' = \Delta P' / P_0$ である。

(25), (26), (27)式より

$$q_c = F\left\{\left(1 + \frac{\kappa_1 c_{12}}{R + c_{32}}\right)p\right\} - \frac{\kappa_2 c_{12}}{R + c_{32}}p$$

関数 $F(p)$ として(19)式を用いると上式は

$$q_c = \left(\alpha + \frac{c_{12}\kappa_1\alpha - c_{12}\kappa_2}{R + c_{32}}\right)p - \beta \quad p > \bar{p}_{cr} \quad (28. a)$$

$$q_c = -\left(\gamma + \frac{c_{12}\kappa_1\gamma + c_{12}\kappa_2}{R + c_{32}}\right)p \quad |p| < \bar{p}_{cr} \quad (28. b)$$

$$q_c = \left(\alpha + \frac{c_{12}\kappa_1\alpha - c_{12}\kappa_2}{R + c_{32}}\right)p + \beta \quad p < -\bar{p}_{cr} \quad (28. c)$$

となる。ここに

$$\bar{p}_{cr} = p_{cr} \left(\frac{R + c_{32}}{R + c_{32} + \kappa_1 c_{12}} \right)$$

である。