因果的システムの特徴づけ

高 原 康 彦*

A Characterization of Causal Systems

Yasuhiko TAKAHARA*

In this paper we give a necessary and sufficient condition for causality of general systems. The causality treated here is of a non-anticipation type, that is, the present output does not depend on a future input. Suppose X and Y are an input set and an output set, respectively. Elements of these sets are time functions. Suppose a general dynamical system S is represented by a relation between X and Y such that $S \subset X \times Y$. Let $\rho_0: C \times X \rightarrow Y$ be an initial state response of S where C is a set of states. Then the causality considered here is formulated by the following relation;

$$(\forall c)(\forall t)(\forall x, x')(\bar{x}^t = \bar{x}'^t \rightarrow \rho_0(c, x)|\bar{T}^t = \rho_0(c, x')|\bar{T}^t)$$

A system is called causal when it has a casual initial state response. In general not every system is causal and hence causal systems form a special class of set theoretic relations. Since causality is of great significance in systems theory, it is important to identify the class of causal systems. In this paper the following is presented as a necessary and sufficient condition of causality.

$$(\forall (\hat{x}, \hat{y}) \in S)(\forall x \in \mathcal{D}(S))(\exists y)(\bar{x}^t = \bar{x}'^t \rightarrow \bar{y}^t = \bar{y}'^t)$$

We apply this result to several types of general systems, for instance, past determined systems, to examine their causality and, in particular, derive a necessary and sufficient condition for a linear system to have a causal linear initial state response.

1. はじめに

入力と出力の関係でとらえた動的システムを、たとえば微分方程式によってモデル化するとき、入力と出力の間に因果性と呼ばれる関係が成立していることはよく知られていることであり、また動的システムの最も基本的性質として採用されている。しかし因果性は

従来モデルに対して認識され、システムそのものについて知られていない。すなわちどのようなシステムが因果的モデルをもつかは未解決の問題であった。この問題が公理的システム理論に対してもつ重要性はいうまでもない。この論文はこの問題に答えようとするものである。本論に入る前にこの論文で必要とする定義を導入しておく^{1), 2)}。

集合 T は線形順序関係 $\leq$ をもち、かつ順序に対し最小要素 t_0 があるとする。 T を時間軸と呼ぶ。また $t \in T$ に対して $t' \in T$ があり $t < t'$ が成立するとき t を有限要素と呼ぶ。 A と B をそれぞれシステムの入力と出力のアルファベットの集合とする。 $X \subset A^T$, $Y \subset B^T$ となる集合 X と Y が動的システムの入力集合、出力集合である。

X と Y の典型的要素を $x \in X$, $y \in Y$ とすれば x と y はそれぞれ $x: T \rightarrow A$, $y: T \rightarrow B$ となる時間関数である。 T の区間をそれぞれ $T^t = \{t' | t' < t\}$, $T_t = \{t' | t \leq t'\}$, $T_{t''} = \{t' | t \leq t'' < t'\}$, $\bar{T}^t = T^t \cup \{t\}$, $\bar{T}_{t''} = T_{t''} \cup \{t'\}$ とするとき、 $x \in X$ の restriction を $x^t = x|T^t$, $\bar{x}^t = x|\bar{T}^t$, $x_t = x|T_t$, $x_{t''} = x|T_{t''}$, $\bar{x}_{t''} = x|\bar{T}_{t''}$ と表現する。 $y \in Y$ についても同様とする。一般に動的システム S は $S \subset X \times Y$ で表現される関係である。ただし $\mathcal{D}(S) = \{x | (\exists y)((x, y) \in S)\}$ とするとき $\mathcal{D}(S)$ はつぎの適合性の条件を満足することを仮定する。

$$(\forall x, x')(\forall t)(x, x' \in \mathcal{D}(S) \ \& \ t \in T \rightarrow x^t \cdot x'_t \in \mathcal{D}(S))$$

$x^t \cdot x'_t$ は x^t と x'_t の連接である。上記のように表現された動的システムを特に時間システムと呼ぶ。記法の簡単化のために $\mathcal{D}(S) = X$ を仮定する。時間システム $S \subset X \times Y$ の初期状態表現というのは $\rho_0: C \times X \rightarrow Y$ となる関数でつぎの関係を満足するものである。

$$(x, y) \in S \leftrightarrow (\exists c \in C)(y = \rho_0(c, x))$$

C を初期状態オブジェクトと呼ぶ。初期状態表現が因果的であるというのは ρ_0 がつぎの関係を満足することである。

* 東京工業大学工学部 東京都目黒区大岡山 2-12-1

* Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Meguro-ku, Tokyo
(Received January 13, 1975)

$$(\forall c)(\forall x, x')(\forall t)(\bar{x}^t = \bar{x}'^t \rightarrow \rho_0(c, x)|\bar{T}^t = \rho_0(c, x')|\bar{T}^t)$$

因果的システムというのは因果的初期状態表現をもつシステムである。3節で示すようにすべての時間システムが因果的ではありえない。この論文の中心話題はどのような時間システムが因果的初期状態表現をもつかの必要十分条件を与えることである⁵⁾。システムが因果的初期状態表現をもてば、システムが正規表現をもつことが示せるので、システムの因果性の考察は因果的初期状態表現をもつかどうかの考察で十分である³⁾。一般にシステム $S \subset X \times Y$ がつぎの関係を満足するとき S を関数的システムと呼ぶ。

$$(\forall (x, y))(\forall (x', y'))((x, y), (x', y') \in S \rightarrow y = y')$$

$S \subset X \times Y$ に対し $S' \subset S$ となるシステム S' を S の部分システムと呼ぶ。 A と B が体 $\mathcal{A}$ (この論文では線形系の体はいつでも $\mathcal{A}$ とする) の上での線形空間のとき $A^T \times B^T$ も $\mathcal{A}$ の上の線形空間となる。このとき $A^T \times B^T$ の線形部分空間 $S \subset A^T \times B^T$ を線形システムと呼ぶ。線形システム S の入力 $x \in A^T$ に対し $(\forall t)(x(t) = 0)$ となる x を 0 と書く。

時間軸 T の空ではない任意の部分集合 $T' \subset T$ がいつでも最大要素をもつとき T を well ordered の時間軸と呼ぶ。たとえば $T = \{0, 1, 2, \dots, N\}$ の離散的システムの時間軸は well ordered である。以下議論を簡単にするために、特に断らないかぎり T は well ordered であると仮定する。

2. 因果性のための必要十分条件

任意の x と $x' \in X$ に対し

$$T_x(x') = \{t | \bar{x}^t = \bar{x}'^t\}$$

とする。

《予備定理 1》 時間軸 T が well ordered であるとする。このとき任意の $x \in X$ と任意の部分集合 $X' \subset X$ に対し集合族 $\{T_x(x') | x' \in X'\}$ は最大要素 (集合の包含関係に対し) をもつ。

(証明) $T' = \bigcup_{x' \in X'} T_x(x')$ とする。 $T' = \emptyset$ ならば $T_x(x')$ が最大である。ただし $x' \in X'$ は任意。 $T' \neq \emptyset$ のときは T' に最大要素 $\hat{t} \in T'$ がある。 T' は $\{T_x(x')\}$ の和集合であるから、 $\hat{t} \in T_x(\hat{x})$ となる $\hat{x} \in X'$ が存在する。ゆえに $T_x(\hat{x}) = \bar{T}^{\hat{t}}$ かつ任意の $x' \in X'$ に対し $T_x(x') \subseteq \bar{T}^{\hat{t}}$ となるので $T_x(\hat{x})$ が最大である。 Q. E. D.

《予備定理 2》 関数的システム $S \subset X \times Y$ が因果的であるための必要十分条件は任意の $t \in T$ に対し $\bar{S}^t = \{(\bar{x}^t, \bar{y}^t) | (x, y) \in S\}$ が関数的システムになることである。

(証明) $S \subset X \times Y$ が因果的であるとする。 S の因果的初期状態表現を $\rho_0 : C \times X \rightarrow Y$ とすると $\rho_0(c, x) = S(x)$ になる (c によらない)。 $(x, y) \in S$, $(x', y') \in S$ すなわち $\rho_0(c, x) = y$, $\rho_0(c, x') = y'$ とする。 $\bar{x}^t = \bar{x}'^t$ ならば ρ_0 が因果的であるから $\bar{y}^t = \bar{y}'^t$ になる。逆に $\bar{S}^t$ が関数的とする。

S の初期状態表現を $C = \{c_0\}$ (単位集合) として $\rho_0 : \{c_0\} \times X \rightarrow Y$ ただし $\rho_0(c_0, x) = S(x)$ とする。 x と x' を任意として $\bar{x}^t = \bar{x}'^t$ とすれば $\bar{S}^t$ が関数的であるから $S(x)|\bar{T}^t = S(x')|\bar{T}^t$ になり ρ_0 は因果的である。 Q. E. D.

《予備定理 3》 時間システム $S \subset X \times Y$ が因果的であるための必要十分条件は S が因果的・関数的システム $S_\alpha (\alpha \in C)$ の和すなわち $S = \bigcup_{\alpha \in C} S_\alpha$ に表現できることである。ただし各 $\alpha \in C$ に対し $\mathcal{D}(S_\alpha) = X$ である。

(証明) S が因果的とする。 $\rho_0 : C \times X \rightarrow Y$ を因果的初期状態表現とする。このとき各 $c \in C$ に対し $S_c = \{(x, y) | x \in X \text{ \& } y = \rho_0(c, x)\}$ は因果的関数的システムである。また $S = \bigcup_{\alpha \in C} S_\alpha$ となることは明らかである。逆に $S = \bigcup_{\alpha \in C} S_\alpha (\alpha \in C)$ とする。 $\rho_0 : C \times X \rightarrow Y$ を $\rho_0(\alpha, x) = S_\alpha(x)$ とすれば ρ_0 は S の因果的初期状態表現になる。 Q. E. D.

以上の予備定理に基づいてつぎの基本的定理を証明する。

《定理 4》 時間システム $S \subset X \times Y$ の時間軸は well ordered であるとする。このとき S が因果的であるための必要十分条件はつぎの関係が成立することである。任意の $(\hat{x}, \hat{y}) \in S$ と $x \in X$ に対し

$$(\exists y)((\hat{x}, y) \in S \text{ \& } (\forall t)(\bar{\hat{x}}^t = \bar{x}^t \rightarrow \bar{y}^t = \bar{y}^t)) \quad (1)$$

(証明) S が因果的として、 S の初期状態表現を $\rho_0 : C \times X \rightarrow Y$ とする。 $\hat{y} = \rho_0(\hat{c}, \hat{x})$, $x \in X$ を任意とする。 $y = \rho_0(\hat{c}, x)$ とすれば、 $(x, y) \in S$ かつ ρ_0 が因果的であるから $\bar{\hat{x}}^t = \bar{x}^t$ が成立するかぎり $\bar{y}^t = \bar{y}^t$ である。逆に条件 (1) が成立したとする。 S が空集合のときは trivial である。 S が空ではなく、 $(\hat{x}, \hat{y}) \in S$ とする。 $\{(\hat{x}, \hat{y})\}$ は因果的関数的部分システム (S の) である。 $\bar{R}$ を $\{(\hat{x}, \hat{y})\}$ を含む因果的関数的部分システムの族とする。特に $\{(\hat{x}, \hat{y})\} \in \bar{R}$ である。すなわち $\bar{R}$ は

$$\bar{R} = \{S_\alpha | \{(\hat{x}, \hat{y})\} \subseteq S_\alpha \subset S \text{ \& } S_\alpha \text{ は因果的関数的システム}\}$$

$\bar{R}$ の要素は集合の包含関係によって部分順序づけされている。すなわち $S_\alpha \subseteq S_\beta \leftrightarrow S_\alpha \subseteq S_\beta$ である。 $P =$

$\{S_\alpha | \alpha \in I\}$ を $\bar{R}$ の中の任意の鎖とする. $S_0 = \bigcup_{\alpha \in I} S_\alpha$ とする. $(x, y) \in S_0 \subseteq S$ は明らかである. $(x, y) \in S_0$ かつ $(x, y') \in S_0$ とすればある $\alpha \in I$ と $\beta \in I$ に対し $(x, y) \in S_\alpha$ かつ $(x, y') \in S_\beta$ が成立する. P は鎖であるから $S_\alpha \subseteq S_\beta$ あるいは $S_\beta \subseteq S_\alpha$ である. $S_\alpha \subseteq S_\beta$ とすれば $(x, y) \in S_\beta$, $(x, y') \in S_\beta$ になり, S_β は関数的であるから $y = y'$ をうる. すなわち S_0 は関数的である.

各 $t \in T$ に対し $S_\alpha | \bar{T}^t$ は関数的であり (予備定理 2) また $S_0 | \bar{T}^t = \bigcup_{\alpha \in I} S_\alpha | \bar{T}^t$ である. ゆえに上記と同じ議論により $S_0 | \bar{T}^t$ が関数的になることが示せるので, S_0 は因果的である (予備定理 2). すなわち $S_0 \in \bar{R}$ になる. S_0 は P の上限である. P は任意であったから Zorn の補題により $\bar{R}$ の中に最大要素 (maximal element) S_m が存在する. $\mathcal{D}(S_m) = X$ になることを示す. $x_0 \in X$ かつ $x_0 \notin \mathcal{D}(S_m)$ と仮定する. $\bar{T} = \{T_{x_0}(x) | x \in \mathcal{D}(S_m)\}$ の集合族を考える. 予備定理 1 から $\bar{T}$ に最大要素 $T_{x_0}(x')$ が存在する. $T_{x_0}(x') = T$ ならば $x_0 = x'$ になり, これはありえない. $T_{x_0}(x')$ の最大要素を $\hat{t}$ とすれば, $T_{x_0}(x') = \bar{T}^{\hat{t}}$ である. $y' = S_m(x')$ とする.

定理の条件 (1) からある y_0 が存在し $(x_0, y_0) \in S$ かつ $\bar{y}^{\hat{t}} = \bar{y}'^{\hat{t}}$ が成立する. $S_m' = S_m \cup \{(x_0, y_0)\}$ とすると $\{(x, y) | (x, y) \in S_m \subseteq S_m' \subseteq S$ かつ S_m' が関数的なのは明らかである. $S_m' | \bar{T}^t = S_m | \bar{T}^t \cup \{(x_0 | \bar{T}^t, y | \bar{T}^t)\}$ が関数的になることを示す. $(x, y) \in S_m'$, $(x'', y'') \in S_m'$ かつ $x | \bar{T}^t = x'' | \bar{T}^t$ とする. もし (x, y) と (x'', y'')

共に S_m の要素であれば, S_m が因果的であるから, $y | \bar{T}^t = y'' | \bar{T}^t$ になる. $(x'', y'') = (x_0, y_0)$ とする. $x | \bar{T}^t = x_0 | \bar{T}^t$ であるから $T_{x_0}(x) \subseteq \bar{T}^{\hat{t}}$ になり $x | \bar{T}^t = x_0 | \bar{T}^t = x' | \bar{T}^t$ をうる.

S_m は因果的であるから $S_m(x) | \bar{T}^t = S_m(x') | \bar{T}^t$ となるので, $S_m(x) | \bar{T}^t = y_0 | \bar{T}^t$ になる. すなわち $S_m' | \bar{T}^t$ は各 $t \in T$ に対し関数的になるの

で因果的である (予備定理 2). よって $S_m' \in \bar{R}$ になるが, これは S_m が最大要素であることに反する. すなわち $\mathcal{D}(S_m) = X$ である. S_m は関数的因果的性質を保持したまま $\{(x, y)\}$ を拡張したものであるから S_m を $S_m = [(x, y)]$ と書くことにする. もちろん S_m は (x, y) に対して一意的にはきまらない. 明らかに

$$S = \bigcup_{(x, y) \in S} [(x, y)]$$

になるので, 予備定理 3 により S は因果的システムである. Q. E. D.

3. 必要十分条件の応用

定理 4 の条件に基づいて, いくつかのシステムの因果性について考察する. システムの因果性を定義に基づいて決定することは必ずしも簡単ではない. 適当な初期状態表現をみつけるのに工夫を要するからである.

i) 因果的でないシステム

Fig. 1 のシステムすなわち $S = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2)\}$ を考えてみる. 時間軸は連続のようにになっているが, これはみやすくするために, 図の時間軸は離散的とする. このシステムは因果的ではない. $(x_1, y_1) \in S$ と $x_2 \in \mathcal{D}(S)$ を考える. 図から明らかのように $x_1 | \bar{T}^t = x_2 | \bar{T}^t$ であるが, $(x_2, y) \in S$ かつ $y_1 | \bar{T}^t = y | \bar{T}^t$ となるような y は存在しない. この例およびつぎの例が示すように, システムが因果的であるためには集合として要素を“豊富に”もつことが必要である.

ii) trivial システム ($S = X \times Y$)

$S = X \times Y$ となる trivial システムは因果的システムである. 実際 $(x, y) \in S$, $x \in X$ が与えられたとき $S = X \times Y$ であるから $(x, y) \in S$ になる. ゆえに定理 4 の (1) の条件が成立する.

iii) 過去決定システム⁴⁾

時間システム $S \subset X \times Y$ が $\hat{t}$ から過去決定的であるというのはつぎの条件が成立することである.

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad & (\forall (x, y)) (\forall (\hat{x}, \hat{y})) (\forall t) ((x, y) | \bar{T}^{\hat{t}} \\ & = (\hat{x}, \hat{y}) | \bar{T}^{\hat{t}} \ \& \ \hat{t} \leq t \ \& \ x | \bar{T}^t = \hat{x} | \bar{T}^t \\ & \rightarrow y | \bar{T}^t = \hat{y} | \bar{T}^t) \end{aligned}$$

$$\text{B)} \quad (\forall (x, y) \in S) (\forall x_{\hat{t}}) (\exists y_{\hat{t}}) ((x_{\hat{t}}, x_{\hat{t}}, y_{\hat{t}}, y_{\hat{t}}) \in S)$$

線形微分方程式によるシステムが過去決定システムであり, また過去決定システム S に対し $S_{\hat{t}} = \{(x_{\hat{t}}, y_{\hat{t}}) | (x, y) \in S\}$ が因果的システムになることはよく知られている⁴⁾. 過去決定システムの因果性は定理 4 を使うとつぎのように示せる. $s = (x_{\hat{t}}, y_{\hat{t}}) \in S_{\hat{t}}$ と $x_{\hat{t}} \in \mathcal{D}(S_{\hat{t}})$ を任意とする. 条件 B) によりある $y_{\hat{t}}$ が存在し $(x_{\hat{t}}, x_{\hat{t}}, y_{\hat{t}}, y_{\hat{t}}) = (s) \in S$ が成立する. $x_{\hat{t}} | \bar{T}_{\hat{t}} t = x_{\hat{t}} | \bar{T}_{\hat{t}} t$ ($t \geq \hat{t}$) とすると条件 A) により $y_{\hat{t}} | \bar{T}_{\hat{t}} t = y_{\hat{t}} | \bar{T}_{\hat{t}} t$ になる.

Fig. 1 Anticipatory system

すなわち定理4により S_t は因果的システムである。

iv) 線形システム

線形システムが線形初期状態表現をもつことは知られている¹⁾。しかし因果的線形初期状態表現をもつシステムはどのようなシステムであるかは一般に知られていない。従来この問題は線形過去決定システムについてのみ解かれている。ここでは定理4によって明らかにされた因果システムの性質を用い線形因果的システムの特徴づけをつぎのように行う。この特徴づけは定理4のもっとも重要な応用の一つである。

《定理5》 well ordered の時間軸上で定義された時間システム S が線形因果的初期状態表現をもつための必要十分条件はシステム S がつぎの条件を満足する線形システムになることである。任意の $(\bar{x}, \bar{y}) \in S$ と $x \in \mathcal{D}(S)$ に対し

$$(\exists y)((x, y) \in S \text{ \& \& } (\forall t)(\bar{x}^t = \bar{x}' \rightarrow \bar{y}^t = \bar{y}')) \quad (2)$$

(証明) 必要条件は明らかである。十分条件を考え。 S は線形システムであるから $(0, 0) \in S$ である。最初に定理4で行ったと同じ方法により $(0, 0)$ を拡張し、つぎの条件を満足する線形関数 $\rho_{20}: X \rightarrow Y$ を作る。

$$i) (\forall x)((x, \rho_{20}(x)) \in S)$$

ii) ρ_{20} は因果的システムである。

ρ_{20} はつぎの集合の族 $\bar{R}$ の最大要素として決定する。

$\bar{R} = \{S_\alpha | S_\alpha \subseteq S \text{ \& \& } S_\alpha \text{ は因果的関数線形システム}\}$
 $\{(0, 0)\} \in \bar{R}$ であるから $\bar{R}$ は空でないので、定理4と同じように Zorn の補題を $\bar{R}$ に適用し最大要素 $\rho_{20} \in \bar{R}$ が存在することが示せる。 $\mathcal{D}(\rho_{20}) = X$ になることはつぎのように示せる。 $\mathcal{D}(\rho_{20}) \neq X$ と仮定すると $x_0 \in X$ と $x_0 \notin \mathcal{D}(\rho_{20})$ となる x_0 が存在する。 x_0 に対し、定理4と同じように y_0 を決定する。関数

$$F': \{\alpha x_0 + x | \alpha \in \mathcal{A} \text{ \& \& } x \in \mathcal{D}(\rho_{20})\} \rightarrow Y$$

を $F'(\alpha x_0 + x) = \alpha y_0 + \rho_{20}(x)$ と定義する。 F' が線形かつ $F' \subseteq S$ になることは明らかである。 F' が因果的であることを示すために、任意の $(\alpha x_0 + x)$ と $(\beta x_0 + x')$ をとり $(\alpha x_0 + x) | \bar{T}' = (\beta x_0 + x') | \bar{T}'$ と仮定する。 $\alpha = \beta$ ならば $x | \bar{T}' = x' | \bar{T}'$ になり、 ρ_{20} は因果的であるから $F'(\alpha x_0 + x) | \bar{T}' = F'(\beta x_0 + x') | \bar{T}'$ になる。

$\alpha \neq \beta$ ならば $x_0 | \bar{T}' = ((x' - x)/(\alpha - \beta)) | \bar{T}'$ になる。しかるに $((x' - x)/(\alpha - \beta)) | \bar{T}' \in \mathcal{D}(\rho_{20})$ であるから (ρ_{20} は線形である)、定理4と同じ議論により $y_0 | \bar{T}' = (\rho_{20}(x' - x)/(\alpha - \beta)) | \bar{T}'$ すなわち $(\alpha y_0 + \rho_{20}(x)) | \bar{T}' = (\beta y_0 + \rho_{20}(x')) | \bar{T}'$ になる。ゆえに F' は因果的になり、 $F' \in \bar{R}$ をうる。これは ρ_{20} の最大に反するので、 $\mathcal{D}(\rho_{20}) = X$ である。最後に $C = \{(0, y) | (0, y) \in S\}$ とする。 $\rho_0: C \times X \rightarrow Y$ を $\rho_0((0, y), x) = y + \rho_{20}(x)$ とす

れば ρ_0 が S の因果的線形初期状態表現になることが簡単に示せる。

Q. E. D.

定理5は定理4の特別の場合のようにみえるが、特別な場合ではなく、定理4では初期状態表現が線形になることを保障していない。

定理5の条件(2)は定理4の条件(1)とまったく同じである。しかしシステムが線形であることから、条件(2)はつぎの形で表現できる。

【系】 well ordered の時間軸上で定義された時間システム S が線形因果的初期状態表現をもつための必見十分条件はシステム S がつぎの条件を満足する線形システムになることである。任意の $x \in \mathcal{D}(S)$ に対し

$$(\exists y)(\bar{x}' = \bar{0}' \rightarrow \bar{y}' = \bar{0}') \quad (3)$$

(証明) 条件(3)が定理5の条件(2)と同値であることを示す。 $(\bar{x}, \bar{y}) = (0, 0)$ とすれば条件(2)が条件(3)を意味するのは明らかである。逆に $(\bar{x}, \bar{y}) \in S$ を任意とする。 $\bar{x} - x \in \mathcal{D}(S)$ であるから、条件(3)により $(\exists y')((\bar{x} - x) | \bar{T}' = \bar{0}' \rightarrow \bar{y}' = \bar{0}')$

になる。 $y = \bar{y} + y'$ とすれば、上記の関係は

$$(\exists y)(\bar{x} | \bar{T}' = x | \bar{T}' \rightarrow \bar{y} | \bar{T}' = y | \bar{T}')$$

すなわち条件(2)になる。

Q. E. D.

4. 結 論

この論文ではシステムが因果性をもつための性質を考察し一つの必要十分条件を与えた。システムに関する議論をシステムの数式モデルから出発するかぎり、因果性の条件はモデルにおり込まれており通常認識されることは少ない(線形系の重み関数の形に対する議論は因果性が正面に出てくる数少ない例の一つであるとする)。しかしシステム理論を公理的に建設しようとするとき因果性の特徴づけは最も基本的問題である。またシステムの多くの性質はシステムの因果性と密に関係していると予想されており、システムの性質を直観的に理解しようとするためには因果性の解明が必要である。この論文は因果性解明の一つの手掛りを提供している。この論文の結果と従来の因果性に関する結果との関係は述べていないが、後報の予定である。

参 考 文 献

- 1) M.D. Mesarovic, and Y. Takahara: General Systems Theory, Mathematical Foundations, Academic Press, New York (1974)
- 2) 高原康彦: 一般システムの実現性理論, 計測自動制御学会論文集, 8-4, 466/472 (1972)
- 3) 高原康彦: 時間システムの状空状態間による表現, 計測自動制御学会論文集, 9-2, 123/129 (1973)
- 4) 高原康彦: 過去決定システムの性質について, 計測自動制御学会論文集, 9-3, 299/303 (1973)
- 5) T. Windekencht: Mathematical Systems Theory, Causalstly, Mathematical Systems Theory, 1-4(1966)