船上ばかり†

——複合てこ方式の静力学 (理論)——

西山 卓・増尾 龍一*・前田 親良*

Shipboard Scale

——Theoretical Analysis of Slopeproof Scale with Complex Levers——

Taku NISHIYAMA*, Ryuichi MASUO* and Chikayoshi MAEDA*

Two methods have been devised for making shipboard scales which can be used on a swaying base: the first is to use two simple levers and the second is to employ several levers which are connected mechanically by rods or flat springs.

In this paper, the statics of complex lever systems is dealt with theoretically. A quantity κ_i is introduced and defined by the equation

$$\varphi_i = \kappa_i \varphi$$

where φ_i is the tilt angle of the i -th lever when the standard lever deviates through the angle φ , κ represents the "tilt angle coefficient of the lever" or briefly "lever coefficient".

By employing κ , the complex lever system can be treated as if it contained only one lever. Then several conditions can be derived for the case of mass weighing on an inclined plane, i. e., "slopeproof conditions".

In the following paper, experimental results which agree well with the above theory will be presented.

1. ま え が き

複合てこ方式の船上ばかりの可能性については、すでに指摘した¹⁾が、これは何本かのてこを機械的に連結し、それらに適切に質量を配分することによって、基礎の傾きおよび動揺の影響を相殺させ、質量測定を可能にするはかりである。

はかりを任意の傾き角の基礎の上に設置して、質量測定ができるためには、はかりの零点の移動と感度の変化がないことが必要である。このため、上記の各てこへの質量配分に課せられる条件を、それぞれ零点条件、感度条件と呼び両者を合わせて耐傾斜条件、この耐傾斜条件を満足するはかりを耐傾斜ばかりと名付ける。

基礎の傾き角が時間的に変化する (これを動揺と呼ぶ) ときは、それが各てこに無用のふれを強制し、測定を困難にする。しかし、この場合も質量の分布を適切に行えば、この強制力を 0 とすることができる。

その条件を耐動揺条件と呼び、耐傾斜と耐動揺の条件をいずれも満足するものが複合てこ方式の船上ばかりである。

本論文では、複合てこ系の静力学すなわち耐傾斜の問題を取扱うこととし、動力学すなわち耐動揺の問題は別報にゆずる。

複合てこ方式の理論を展開する際、"てこ係数"と命名した量 κ_i を導入する。 κ_i は、 i 番目のてこのふれ角 φ_i の基本てこのふれ角 φ に対する比である ($\varphi_i = \kappa_i \varphi$)。この量を使うことにより、理論全体の見通しは著しく明瞭になり、途中の計算もきわめて簡単になる。

本理論に従いひょう量 1 kg の 3 本てこ式の耐傾斜ばかりを製作した。これはかりの基礎の傾き角を 0 から 0.25 rad (約 15°) まで変えて質量測定をしたが、零点の移動はひょう量の 1/2500 より悪くはならなかった。これら実験に関する詳細は引続き²⁾報告する。

2. 座 標 系

O を原点とし、水平面内に ξ, η 軸をもつ座標系、O- $\xi\eta\zeta$ を考え、その基本単位ベクトルを $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ とする。 $\mathbf{k}$ の方向は上向きとする。これを $\mathbf{j}$ 軸のまわりに Fig. 1 に示すように θ 回転させたものを $(\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}')$ とする。 θ は基礎の傾き角であり $(\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}')$ は基礎に固定された基本ベクトルである。これを $\mathbf{k}'$ 軸のまわりに α 回転したものを $(\mathbf{i}'', \mathbf{j}'', \mathbf{k}'')$ とする。 α は基礎の回転軸としてこの支点軸線のなす角 (これを方位角と呼ぶ) であり、 $(\mathbf{i}'', \mathbf{j}'', \mathbf{k}'')$ はてこのふれ角 φ が 0 のときの単てこに固定された基本ベクトルである。 $(\mathbf{i}'', \mathbf{j}'', \mathbf{k}'')$ を $\mathbf{j}''$ のまわりに Fig. 1 に示すように φ 回転させた基本ベクトルを $(\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}})$ とする。 $(\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}})$ はすべてのことを考慮に入れたてこに固定

† 第 17 回自動制御連合講演会で発表 (昭 49・11)

* 大阪工業大学 大阪市旭区大宮 5-16-1

* Osaka Institute of Technology, Osaka

(Received March 7, 1975)

した基本ベクトルであって, $\hat{j}$ が支点軸線方向を, $\hat{i}$ が刃線方向を表わしている. $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ を (i, j, k) で表わすと,

$$\begin{cases} \hat{i} = l_1 \hat{i} + m_1 \hat{j} + n_1 \hat{k} \\ \hat{j} = l_2 \hat{i} + m_2 \hat{j} + n_2 \hat{k} \\ \hat{k} = l_3 \hat{i} + m_3 \hat{j} + n_3 \hat{k} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} l_1 = \cos \alpha \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi - \sin \theta \cdot \sin \varphi, \\ m_1 = \sin \alpha \cdot \cos \varphi, \\ n_1 = \cos \alpha \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi + \cos \theta \cdot \sin \varphi \\ l_2 = -\sin \alpha \cdot \cos \theta, m_2 = \cos \alpha, n_2 = -\sin \alpha \cdot \sin \theta \\ l_3 = -\cos \alpha \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi - \sin \theta \cdot \cos \varphi, \\ m_3 = -\sin \alpha \cdot \sin \varphi, \\ n_3 = -\cos \alpha \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi + \cos \theta \cdot \cos \varphi \end{cases} \quad (2)$$

となることはすでに前報²⁾に述べた.

各てこに適宜に番号をつけ, i 番目のてこをてこ i と略称し, てこ i に関する量には添字の i をつけることと約束する.

まず, 各てこの支点軸線がすべて平行である場合について述べる. このときは, $\hat{j}$ はすべてのてこに共通となり i によらない. この平行性に微小なずれがある場合の取扱いは, 8. に述べる.

てこ i の支点軸線と, $O-\xi\xi$ 平面の交点を F_i とし,

$$\overrightarrow{OF_i} = L_i \hat{i}' + H_i \hat{k}' \quad (3)$$

とする. F_i を原点とし, $(\hat{i}_i, \hat{j}_i, \hat{k}_i)$ を座標軸とする座標系 (これがてこ i に固定した座標) 系に関して, てこ i の重心 G_i の座標を (x_i, y_i, z_i) とする. すなわち,

$$\overrightarrow{F_i G_i} = x_i \hat{i}_i + y_i \hat{j}_i + z_i \hat{k}_i \quad (4)$$

である. なお, $\hat{i}_i = l_{1i} \hat{i} + m_{1i} \hat{j} + n_{1i} \hat{k}$ であって l_{1i} は (2) 式の l_1 において φ をすべて φ_i に置き換えたものを意味する.

3. てこ係数

てこ系がふれるとき, 各てこのふれ角は一般には異なるが, 機械的に連結されているので, ある基本てこのふれ角を φ とすると, てこ i のふれ角 φ_i は φ の関数となる. しかも, $\varphi=0$ のとき, $\varphi_i=0$ であることは明らかなから, φ が十分小さければ,

$$\varphi_i = \kappa_i \varphi + O(\varphi^2) \quad (5)$$

と近似できる. $O(\varphi^2)$ は φ^2 より高位の無限小であることを示し, その証明は 7. に述べる. (5) 式で定義される κ_i がてこ i の“てこ係数”である. てこ係数の具体的な求め方も 7. に述べる. φ_i については符号も考えているので, てこ係数 κ_i は正負いずれも起こ

Fig. 1

りうる.

4. 重心の高さと位置エネルギー

てこ i の重心 G_i の O からみた高さを ζ_i とすると, (3), (4) 式より

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OG_i} &= \overrightarrow{OF_i} + \overrightarrow{F_i G_i} \\ &= L_i \hat{i}' + H_i \hat{k}' + x_i \hat{i}_i + y_i \hat{j}_i + z_i \hat{k}_i \end{aligned}$$

であるから, ζ_i は,

$$\zeta_i = L_i \sin \theta + H_i \cos \theta + x_i n_{1i} + y_i n_{2i} + z_i n_{3i} \quad (6)$$

で与えられる. したがって, 複合てこ系全体の重力による位置エネルギー U は, てこ i の質量を M_i として,

$$U = \sum_i M_i g \zeta_i \quad (7)$$

である. 支点が板ばねなどの場合に生じる復元モーメントによるエネルギーなどについてはのちに触れる.

ζ_i を $\theta, \alpha, \varphi_i$ で表わし, (7) 式を計算し, φ_i については 2 次までとって,

$$\sin \varphi_i = \kappa_i \varphi; \quad \cos \varphi_i = 1 - \frac{\kappa_i^2 \varphi^2}{2} \quad (8)$$

と近似すると,

$$U(\theta, \alpha; \varphi) = a + b\varphi + c\varphi^2/2 \quad (9)$$

の形となる. ここに,

$$\begin{aligned} a &= \sum_i M_i g (L_i \sin \theta + H_i \cos \theta + x_i \cos \alpha \cdot \sin \theta \\ &\quad - y_i \sin \alpha \cdot \sin \theta + z_i \cos \theta) \\ b &= \sum_i \kappa_i x_i M_i g \cos \theta - \sum_i \kappa_i z_i M_i g \cos \alpha \cdot \sin \theta \end{aligned} \quad (10)$$

$$c = -\sum_i \kappa_i^2 z_i M_i g \cos \theta - \sum_i \kappa_i^2 x_i M_i g \cos \alpha \cdot \sin \theta \quad (11)$$

である.

5. 耐傾斜の諸条件

静力学的なつり合いは, 一般に位置エネルギーの極

点で実現する（安定なつり合い）。 $\varphi=0$ において、つり合うためには、 $\left(\frac{\partial U}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=0}=0$ でなければならない。したがって(9)式より

$$b=0 \quad (12)$$

が得られる。(10)式よりみるに、まず、 $\theta=0$ において、 $\varphi=0$ でつり合うためには、

$$\sum_i \kappa_i x_i M_i = 0 \quad (\text{つり合い条件}) \quad [\text{I-0}]$$

任意の θ に対しても $\varphi=0$ でつり合うためには、

$$\sum_i \kappa_i z_i M_i = 0 \quad (\text{零点条件}) \quad [\text{II-1}]$$

これは基礎が傾いたことにより、零点が移動しないための条件である。

複合てこ式の耐傾斜ばかりを実用に供する際、とりあえず置換法による予定であるが、それでも、微小な不平衡量に関しては、偏位法も併用したい。そのためには、このはかりの感度が θ, α によって、大きく変化することは避けねばならない。

感度とは、荷重皿に微小質量 ΔM をのせたときの、測定てこのふれ角を $\Delta \varphi$ として、

$$S = \Delta \varphi / \Delta M \cdot g \quad (13)$$

で与えられる量である。

さて、荷重皿のあるてこの番号を j とし、その重点（荷重皿をてこに取付けた位置）を P とすると、

$$\vec{F}_j \vec{P} = \lambda_j \vec{i} + \lambda_j' \vec{j} \quad (14)$$

と書ける。ここに、 $\vec{k}_j$ 成分を 0 としたのは、重点は普通、てこ j の刃線 (F_j を含み、 $\vec{k}_j$ に垂直な平面) 上に位置するよう製作されるからである。

この P 点に ΔM の質量が付加されたのであるから、全体の位置エネルギーは、

$$\Delta U = \Delta M g (L_j \sin \theta + H_j \cos \theta + \lambda n_{1j} + \lambda' n_2) \quad (15)$$

だけ増加する。上式右辺のうち、 φ_j を含むのは、 n_{1j} の項だけであって、 φ_j を含まない項はつり合いの問題には関係しないから無視する。 ΔM は、 M_i などに比して微小であるから、 n_{1j} を φ_j について展開し、1次の項までとると、 ΔU の中でつり合いに影響するものは、 $\Delta M g \lambda \varphi_j \cos \theta$ の形となる。したがって、 $U + \Delta U$ においては、 φ の1次の係数は、

$$b' = b + \Delta M g \lambda \kappa_j \cos \theta \quad (16)$$

となる。このために起こる零点の変化 $\Delta \varphi$ は、

$$\Delta \varphi = -\Delta M g \lambda \kappa_j \cos \theta / c \quad (17)$$

で与えられる。結局、(13)式は、

$$S = -\lambda \kappa_j \cos \theta / c \quad (18)$$

となる。 $\lambda \kappa_j$ は、一定であるから、感度が α, θ により変化しないためには、(11)式より、

$$\sum_i \kappa_i^2 x_i M_i = 0 \quad (\text{感度条件}) \quad [\text{IV-1}]$$

でなければならない。

最後に、上記の平衡がすべて安定なつり合いであるためには、当然のことながら、 $c > 0$ 。すなわち、

$$-\sum_i \kappa_i^2 z_i M_i > 0 \quad (\text{安定条件}) \quad [\text{II-0}]$$

でなければならない。

以上述べたように、四つの条件式 [I-0], [II-0], [III-1], [IV-1] をすべて満足するように複合てこ系を組立てておくと、傾斜した基礎の上でも質量測定ができることが判明した。

また、これら四つの条件のうち [I-0] と [II-0] は $\theta=0$ の場合でも満足されていなければならないものであることも明らかである。これに対し、零点条件 [III-1] と感度条件 [IV-1] は $\theta \neq 0$ としたために必要となったものであるから、[III-1] と [IV-1] を合わせて、耐傾斜条件と呼ぶことにする。耐傾斜条件のうち、零点条件は一言でいえば、傾けてもはかりの零点が動かない条件であり、感度条件は基礎を傾けても、微小質量をのせたときのふれ角が変化しない条件である。

6. ばねをつけた場合

斜面上で使用する場合には、機構的ながたを避けるためにも、支点部には板ばね支点を使うことが望ましい。また、[II-0] 式の安定条件が不足している場合には、別にコイルばねを取付けて復元力を補う必要がある。このようにばねを取付けた場合の取扱いを、板ばね支点を例にとって説明する。

てこ i が φ_i ふれたときの支点板ばねの復元モーメントを $-K_i(\varphi_{ri} + \varphi_i)$ とする。ここに、 φ_{ri} はてこのつり合いが不完全であるために残っているふれ角である。このとき、板ばね部のもっている位置エネルギーは、 $K_i(\varphi_{ri} + \varphi_i)^2/2$ となる。したがって、これをも考慮に入れた全位置エネルギー $U_K(\theta, \alpha; \varphi)$ は、

$$\begin{aligned} U_K(\theta, \alpha; \varphi) &= U(\theta, \alpha; \varphi) + \sum_i \frac{1}{2} K_i (\varphi_{ri} + \varphi_i)^2 \\ &= U(\theta, \alpha; \varphi) + \frac{1}{2} \sum_i K_i \varphi_{ri}^2 + \sum_i \kappa_i K_i \varphi_{ri} \varphi_i \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_i \kappa_i^2 K_i \varphi_i^2 \end{aligned} \quad (19)$$

したがって、 U_K の φ 1次の係数は、

$$\begin{aligned} b'' &= \sum_i \kappa_i x_i M_i g \cdot \cos \theta - \sum_i \kappa_i z_i M_i g \cos \alpha \cdot \sin \theta \\ &\quad + \sum_i \kappa_i K_i \varphi_{ri} \end{aligned} \quad (20)$$

となる。この場合には、 $\theta=0$ で零点を定めると、

$$\sum_i \kappa_i x_i M_i g + \sum_i \kappa_i K_i \varphi_{ri} = 0$$

(つり合い条件) [I]

となる。\$\alpha = \pi/2\$ にとって \$\theta\$ を変化させると、

\$\sum_i \kappa_i z_i M_i\$ の項は影響しなくなるので、

$$b'' = \sum_i \kappa_i K_i \varphi_{ri} \frac{\theta^2}{2} \quad (21)$$

のように \$\theta^2\$ に比例して零点の移動がみられる。それを防ぐには、[I]式の左辺の2項は単独で0でなければならない。すなわち、弾性復元力のあるときには、

$$\begin{cases} \sum_i \kappa_i x_i M_i = 0 \\ \sum_i \kappa_i K_i \varphi_{ri} = 0 \end{cases} \quad (\text{第3零点条件}) \text{ [III-3]}$$

が満足されねばならない。ただし、はかりというのは普通、条件式 [I] を満足するように零点を定めるので、上式のいずれか一方が成立していれば、ほかは自動的に成立する。[III-3] の第2式は、総和が0という形式であるので、1本のてこの支点で残留ふれ角を変えるだけで調整できる。

なお、これまでの \$\theta=0\$ に強制して使用するばかりでは、[I]式しかみていなかったのので、重力のモーメントの不均衡と板ばねの残留ふれ角とが混ざりあって分離できなかったが、この量は、方位角 \$\alpha\$ を \$\pi/2\$ にとって傾けることにより分離できることが判明した。

\$\varphi^2/2\$ の係数 \$\sum_i \kappa_i^2 K_i\$ は、(9)式の \$c\$ に加わり、そのため感度が \$\theta\$ により若干変化する。ただ、その量は \$\theta^2\$ のオーダーであり、多くの場合は無視できる。

なお、この場合の安定条件は、

$$\sum_i \kappa_i^2 K_i - \sum_i \kappa_i^2 z_i M_i > 0 \quad \text{[II]}$$

となり、[II-0] より有利である。

7. てこ係数

てこ係数の求め方と(5)式の近似について説明する。通常のはかりを製作する場合、二つのてこを結ぶ棒または板ばねの取付け点は、それぞれのてこの刃線上にとり、かつ、ふれ角が0のときに棒が刃線と直交するように選ばれる。それをモデル的に示したのが Fig. 2 である。てこ \$i\$ が \$\varphi_i\$、てこ \$j\$ が \$\varphi_j\$ ふれたとき、連結棒の長さ \$\mu_{ij}\$ は変わらないから、

$$(\mu_{ij} + \lambda_i \varphi_i - \lambda_j \varphi_j)^2 + \left(\frac{\lambda_i}{2} \varphi_i^2 - \frac{\lambda_j}{2} \varphi_j^2 \right)^2 = \mu_{ij}^2 \quad (22)$$

ただし、\$\lambda_i, \lambda_j\$ は Fig. 2 に示す長さである。この式に、\$\varphi_i = \kappa_i \varphi, \varphi_j = \kappa_j \varphi\$ を入れると、

$$\lambda_i \kappa_i = \lambda_j \kappa_j \quad (23)$$

が得られる。しかも、(23)式を(22)式に代入すると確かに \$\varphi^2\$ の項まで同時に0となる。このことは(5)式の近似の正しかったことを示すと共に、\$\kappa_i\$ の計算には(23)式を繰返し使用すればよいことを意味する。

Fig. 2 は、\$\lambda_i > 0, \lambda_j > 0\$ の場合に相当する。

8. 支点軸線間の非平行性

複合てこ系の条件の中に、各支点軸線が平行かまたは、平行に近いものという小さな仮定をおいている。その意味では、支点軸線が直交するようなはかり(たとえば、台手動ばかり)は、今回の理論の対象外である。

通常のはかりを製作する場合、現場では上記の平行性についてはあまり厳密な注意を払わない。その理由についてはのちに述べるが、この非平行は耐傾斜ばかりでは重要な意味をもつので、その解析を行う。

前述の \$(i'', j'', k'')\$ 系において、これが \$k''\$ 軸のまわりに \$\beta, i''\$ 軸のまわりに \$\gamma\$ 回転したものを \$(i''', j''', k''')\$ とし、\$\beta, \gamma\$ はいずれも微小とすると、

$$\begin{aligned} i''' &= i'' + \beta j'', j''' = -\beta i'' + j'' + \gamma k'', \\ k''' &= -\gamma j'' + k'' \end{aligned} \quad (24)$$

となる (Fig. 3 参照)。これが、\$j'''\$ 軸のまわりに \$\varphi\$ だけ回転したものが、そのてこに固定した \$(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})\$ であるから、このときの重心の高さ \$\zeta'\$ は、

$$\zeta' = \zeta + \sin \alpha \sin \theta \left\{ (\beta z + \gamma x) \varphi + (-\beta x + \gamma z) \left(-\frac{\varphi^2}{2} \right) \right\} \quad (25)$$

となる。ただし、\$\zeta\$ は(6)式で与えられ、添字の \$i\$ はすべて省略した。このときの位置エネルギー \$U_{\beta\gamma}\$ は、

$$\begin{aligned} U_{\beta\gamma}(\theta, \alpha; \varphi) &= U(\theta, \alpha; \varphi) \\ &+ \sum_i \kappa_i (\beta_i z_i + \gamma_i x_i) M_i g \sin \alpha \sin \theta \\ &+ \sum_i \kappa_i^2 (-\beta_i x_i + \gamma_i z_i) M_i g \sin \alpha \sin \theta \left(-\frac{\varphi^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

となる。上式において、\$\theta=0\$ とすると、\$U_{\beta\gamma}=U\$ となるので、この非平行性 \$\beta\gamma\$ は、これまであまり問題

Fig. 2

Fig. 3

にされず現場で無視されてきた理由もここにある。この量には、 $\sin \alpha$ もかかっているの、 $\alpha=0$ のときにはまったく影響が現われず、 $\alpha=\pm\pi/2$ のときに最も顕著に効いてくる。したがって、これまで述べた諸条件とは独立に、

$$\sum_i \kappa_i (\beta_i z_i + \gamma_i x_i) M_i = 0$$

(第2零点条件) [III-2]

$$\sum_i \kappa_i^2 (-\beta_i x_i + \gamma_i z_i) M_i = 0$$

(第2感度条件) [IV-2]

が新しい耐傾斜条件となる。

通常のはかりのてこでは、 $|x_i| > |z_i|$ であることが多いので、[III-2] 式では γ が、[IV-2] 式では β がよく効くこともわかる。しかし、いずれの場合にもこの条件は、総和が0であればよいのだから、 $x_i \neq 0, z_i \neq 0$ の一つでただで β_i, γ_i を動かすことにより調整すればよく、必ずしも全部の軸線間の平行性を強制する必要はない。

9. ま と め

以上で複合てこ系の静力学はほぼ完成した。これまで、 $\theta=0$ という制限のもとで使われてきた複合てこ式はかりを、 $\theta \neq 0$ の状態にまで拡張して使用するとき、どの量がどの誤差の原因となるかが明らかにされた。また、その解析にあたって、てこ係数 κ_i が大きい役割を果たしていることも示した。これらの結果を総合的にまとめるとつぎのようになる。

位置エネルギー $U_{K\beta\gamma}(\theta, \alpha; \varphi)$ は、

$$U_{K\beta\gamma}(\theta, \alpha; \varphi) = a + b\varphi + c\varphi^2/2 \quad (27)$$

とおくと

$$\begin{aligned} b = & \sum_i \kappa_i x_i M_i g \cos \theta - \sum_i \kappa_i z_i M_i g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta \\ & + \sum_i \kappa_i K_i \varphi_i \\ & + \sum_i \kappa_i (\beta_i z_i + \gamma_i x_i) M_i g \cdot \sin \alpha \cdot \sin \theta \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} c = & - \sum_i \kappa_i^2 z_i M_i g \cos \theta - \sum_i \kappa_i^2 x_i M_i g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta \\ & + \sum_i \kappa_i^2 K_i \\ & - \sum_i \kappa_i^2 (-\beta_i x_i + \gamma_i z_i) M_i g \sin \alpha \cdot \sin \theta \end{aligned} \quad (29)$$

$\theta=0$ のとき $\varphi=0$ でつり合うためには $(b)_{\theta=0}=0$

$$\sum_i \kappa_i K_i \varphi_i + \sum_i \kappa_i x_i M_i g = 0$$

(つり合い条件) [I]

そのつり合いが安定なものであるためには、 $(c)_{\theta=0} > 0$

$$\sum_i \kappa_i^2 K_i - \sum_i \kappa_i^2 z_i M_i g > 0 \quad (\text{安定条件}) \quad [\text{II}]$$

零点が移動しないためには、 $(b)_{\theta \neq 0} = 0$

$$\sum_i \kappa_i z_i M_i = 0 \quad (\text{零点条件}) \quad [\text{III-1}]$$

$$\sum_i \kappa_i (\beta_i z_i + \gamma_i x_i) M_i = 0$$

(第2零点条件) [III-2]

$$\sum_i \kappa_i K_i \varphi_i = 0 \quad (\text{または、} \sum_i \kappa_i x_i M_i = 0)$$

(第3零点条件) [III-3]

θ, α の変化に対して感度が極端に変化しないためには、

$$\sum_i \kappa_i^2 x_i M_i = 0 \quad (\text{感度条件}) \quad [\text{IV-1}]$$

$$\sum_i \kappa_i^2 (-\beta_i x_i + \gamma_i z_i) M_i = 0$$

(第2感度条件) [IV-2]

となる。[I], [II] はすべての複合てこ式はかりに共通の性質であって、[III-1], [III-2], [III-3]; [IV-1], [IV-2] が耐傾斜条件である。

参 考 文 献

- 1) 西山, 増尾, 前田, 篠崎: 船上ばかり — 2本単てこ方式一, 計測自動制御学会論文集, 11-1, 97/102 (1975)
- 2) 西山, 増尾, 前田, 篠崎: 船上ばかり — 単てこの動力学 (理論)一, 計測自動制御学会論文集, 12-1, 35/39 (1976)
- 3) 西山, 増尾, 前田: 船上ばかり — 複合てこ方式の静力学(実験)一, 計測自動制御学会論文集, 投稿中

《付 録》

α : 方位角, てこの支点軸線と基礎平面の回転軸のなす角

β : てこの支点軸線間の微小非平行量 k'' のまわりのもの (Fig. 3 参照)。

γ : てこの支点軸線間の微小非平行量 i'' のまわりのもの (Fig. 3 参照)。

ζ_i : てこ i の重心 G_i の O からみた高さ

θ : 基礎平面の傾角

κ_i : てこ i のふれ角係数 ($\varphi_i = \kappa_i \varphi$)

φ : てこのふれ角

φ_{ri} : てこ i の残留ふれ角

$(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$: 静止系; $\hat{k}$ は鉛直上向き, $\hat{j}$ は基礎平面の
回転軸

$(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$: てこに固定した系, $\hat{j}$ は支点軸線, $\hat{i}$ は刃
線方向

$l_1, \dots, m_3$: $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ を (i, j, k) で表わしたときの方
向余弦

x, y, z : この重心 G の支点 F からの座標,
 $(\vec{FG} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$

L, H : 基礎の回転軸 O からてこの支点 F までの水

平, 鉛直距離 ($\theta=0$ のときには $\vec{OF} = L\hat{i} + H\hat{k}$)

K_i : てこ i の支点板ばねの復元モーメントの係数
(モーメントが $-K_i(\varphi_{ri} + \varphi_i)$)

M_i : てこ i の質量

U : てこ系の重力による位置エネルギー

$$U = a + b\varphi + c\varphi^2/2$$

U_K : 板ばねの復元モーメントまで考慮した全位置
エネルギー

$U_{\beta\gamma}$: 非平行性も考慮に入れた全位置エネルギー

$U_{K\beta\gamma}$: 全部を考慮に入れた全位置エネルギー