多入力多出力線形フィードバック分離制御系の構成

尾 田 政 臣*・田 川 遼三郎*

New Synthesis of Linear Decoupled Control Systems

Masaomi ODA* and Ryozauro TAGAWA*

Recently, several methods of synthesis for decoupled control by state feedback or output feedback have been developed by Falb, Wolovich, Gilbert, Pearson and others. Concerning these methods, it can be pointed out that although much stress is laid on treating the problem of decoupling controlled objects, relatively little attention is given to the other problems such as those of compensation which are equally important in automatic control systems.

In this paper, we tried to treat these relevant problems simultaneously and derived a new synthesis method of decoupled control systems. By using this method, we can get a decoupled control system in which each decoupled subsystem has the following properties at the same time:

- (1) No steady state error exists for both the arbitrary reference inputs and the disturbances. Here these inputs and disturbances are assumed to be of the type described by a p -th order polynomial of time at $t \geq 0$ and to be zero at $t < 0$.
- (2) Property (1) remains unchanged in spite of the change of parameters in the controlled objects.
- (3) Every pole of the system can be set equal to arbitrarily designated real or conjugate complex numbers by adjusting the free parameters.
- (4) The order of Pearson's dynamic compensator is L . Then the zeros of $(L+1)$, which is derived by adding the dynamic compensator, can be set equal to arbitrarily designated real or conjugate complex numbers.

1. ま え が き

近年 Wonham¹⁾ および Pearson²⁾ らによって行われた極配置に関する研究結果と古典的な積分補償の考え方を組合わせることによって多入力多出力線形フィードバック制御系の設計を進めようとする研究は Grasselli と Nicolo³⁾, 伊藤と細江^{4), 5)} および著者^{6), 7)} らによってほぼ同時に始められ, かなり良好な結果が得られることがわかっている。

しかし, これらの研究においては, 系の零点配置を考慮していないことと, 得られた系がいわゆる分離形の系とならない点に問題があり, 秀れた制御特性を追求し実現するという意味から若干不十分な点があった。

また一方, 分離 (非干渉) 制御系の設計に関する研究は, かなり古くから盛んであって, 多くの発表^{8)~10)} があることは周知のとおりであるが, これらは制御対象を分離する問題を重視するあまり, これと密接な関係にある他の特性補償の問題を若干軽視したものが多く, 制御系全体として秀れた性質をもつ系の実現を目指す立場からは, やはり若干不十分な点があるように思われる。

最近, 田川¹¹⁾ は上述の極配置に関する研究結果と, 積分補償の方法および Pearson の動的補償器における零点配置に関する研究結果とを組合わせることによって, 同時につきのような性質をもった一入力一出力線形フィードバック制御系の構成が可能であることを示した。

- ① $t < 0$ において零であり, $t \geq 0$ において p 次の多項式で記述することのできる目標値入力および外乱に対して定常誤差を生じない。ただし, p の値は任意に指定できる。
- ② 制御対象のパラメータ変化に対しても①の性質は不変である。
- ③ 全系の極 (固有値) を任意に指定した値とすることができる。

* 北海道大学工学部 札幌市北区北 13 条西 8 丁目

* Faculty of Engineering, Hokkaido University, Sapporo

(Received July 21, 1975)

④ 動的補償器を付け加えることによって、新たに閉ループ伝達関数に生ずる零点のうち、 $l+1$ 個の零点を任意に指定した値とすることができ、波形伝送の立場からは線形補償の限界の特性が得られる。ただし、 l は Pearson の dynamic compensator の次数である。

⑤ 零点配置の自由度を利用することによって、目標値から制御量への特性と外乱から制御量への特性を別々の仕様として与えることができる。

本論文は、さらに分離法に関する研究結果を、これと組合わせることにより、上記の方法を多入力多出力系に拡張することを目的としたものである。Gilbert¹²⁾ および Pearson¹³⁾ の分離法および分離系の構造に関する研究結果を、上記の方法と同時に考慮することにより、動的補償器の次数として、分離に伴う若干の増加を除いて、上記の一入力一出力系の方法を多入力多出力系へ拡張した場合の次数となり、また各入出力対によって代表される各サブシステムに関する性質として、まったく独立に上記の特徴をもつことのできる多入力多出力線形フィードバック分離制御系の構成法を示したものである。

2. 制御対象の分離について

本章で展開する、多入力多出力の制御対象に対する新しい制御系の構成には、Falb, Wolovich, Gilbert, Howze, Pearson らによって研究された分離論を用いており、また本章の内容を理解するためにもこの分離論についての知識を必要とする。そこで本章では次章で必要とする分離論を要約し説明する。

制御対象は(2.1)式で表わされ可制御であるとする。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

ここで状態 x は n 次元、入力 u および出力 y は m 次元ベクトル、 A, B, C はそれぞれ $n \times n, n \times m, m \times n$ の定数行列である。

このとき制御対象が (2.2) 式の制御則により分離可能であるための必要十分条件は (2.3) 式の分離判定行列 B^* が正則となることである⁹⁾。

$$u = Fx + Gv \quad (2.2)$$

F, G は $m \times n, m \times m$ の定数行列

$$B^* = \begin{bmatrix} C_1 A^{d_1} B \\ C_2 A^{d_2} B \\ \vdots \\ C_m A^{d_m} B \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

ただし C_i は C の i 行を表わす。 $d_i = \min \{j; C_i A^j B \neq 0, j = 0, 1, \dots, n-1\}$ でもしすべての j に対

して $C_i A^j B = 0$ なら $d_i = n-1$ とする。

分離判定行列が正則ならば $\{F, G\}$ を

$$F = -B^{*-1} A^* \quad (2.4)$$

$$G = B^{*-1} \quad (2.5)$$

ただし

$$A^* = \begin{bmatrix} C_1 A^{d_1+1} \\ C_2 A^{d_2+1} \\ \vdots \\ C_m A^{d_m+1} \end{bmatrix}$$

とすることにより伝達関数行列は

$$\text{diag} [s^{-d_1-1}, \dots, s^{-d_m-1}] \quad (2.6)$$

となる。この形から Gilbert はこの系を Integrator decoupled systems (ID 系) と呼んだ¹²⁾。今 ID 系を $\{\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}\}$ で表わし、(2.7) 式の可制御性行列を作る。

$$R_i = [\hat{B}_i, \hat{A}\hat{B}_i, \dots, \hat{A}^{\nu_i-1}\hat{B}_i] \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (2.7)$$

ただし $\hat{B}_i$ は $\hat{B}$ の i 列を表わす。また ν_i は R_i のランクが最大となる最小の整数である。

$\nu = \sum_{i=1}^m \nu_i$ と定義すると制御対象は可制御と仮定したので $\nu = n$ か $\nu > n$ のいずれかである。 $\nu = n$ の場合 ID 系にさらにフィードバックをかけることにより分離を崩すことなく全系のすべての固有値を任意に指定した値とすることができる。 $\nu > n$ の場合は (2.8)

$$\dot{z}_L = Kz_L + Lx \quad (2.8)$$

式で表わされる $k \equiv \nu - n$ 次の補償器を文献 13) によって定めることにより $k+n$ 個のすべての固有値を任意に定められる分離系が得られる。

(2.2) 式の制御則はすべての状態が測定可能と仮定しているが、これが満足されなくても、分離判定行列が正則でかつ可観測なら補償器を付け加えることにより出力フィードバックで分離を実現できる¹³⁾。その方法は次章で述べる。

3. 新しいフィードバック分離制御系の構成

前章では全系のすべての固有値を任意に指定できる分離系が得られることを述べた。しかしこの従来の分離論では零点についてまったく検討されていなかった。

ところが文献 11), 14) などによる構成法では、出力フィードバックによって制御系を構成するために加えた l 個の積分器を用いることにより固有値を任意に指定できる性質が得られるばかりでなく、新たに生ずる零点のうち $l+1$ 個の零点も任意の値に指定できることがわかっている。そこで分離系の場合について検討した結果、分離系の構造と制御対象に付け加えた $m \times l$ 個の積分器を利用することにより、上記の場合と同

様に固有値ばかりでなく新たに生ずる零点のうち $m \times (l+1)$ 個の零点も任意の値に指定できることがわかった。

この結果を用いることにより、文献 11) の結果を多入力多出力制御系の場合へ拡張した形として、つぎの特徴をもつ制御系が構成できることがわかった。

- ① $i < 0$ において零であり、 $i \geq 0$ において p 次の多項式で記述することのできる目標値入力、および外乱に対して定常誤差を生じない。ただし p の値は任意に指定できる。
- ② 制御対象のパラメータ変化に対しても①の性質は不変である。
- ③ 全系の極（固有値）を任意に指定した値とすることができる。
- ④ 動的補償器を付け加えることによって、新たに閉ループ伝達関数に生ずる零点のうち、(入力の次数) $\times$ (Pearson の dynamic compensator の次数 + 1) 個の零点を任意に指定した値とすることができる。
- ⑤ 分離制御系である。

ただし①③④は各サブシステムごとに指定するものとする。

以上上記の特徴および構成法の説明を行う。

制御対象は

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Eq \end{cases} \quad (3.1)$$

で表わされ（ただし q は外乱），可制御可観測で (3.2) 式の定常条件を満足しているものとする。

$$\det \begin{bmatrix} A & B \\ C & O \end{bmatrix} \neq 0 \quad (3.2)$$

ただし制御対象に直接測定可能な状態があると、可観測性指数が下り補償器の次数が下る場合があるので、当力行列 C に代わって測れる状態も考慮した行列 C^* を用い、それに対応する出力を y^* で表わし、(3.3) 式の可観測性行列を用いることにする。

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C^* \\ C^*A \\ \vdots \\ C^*A^{l-1} \end{bmatrix} = n \quad (3.3)$$

まず前章で述べた k 次の補償器を制御対象に付け、さらに (3.3) 式を満足する l を求め制御対象のおおのの入力に l 個の積分器を直列に付ける。ここで制御対象の状態はすべて測定可能と仮定し、次数の増加した系を新しく制御対象と考え ID 系 $\{\hat{A}_a, \hat{B}_a, \hat{C}_a\}$ を

Fig. 3.1 The fundamental structure of linear control systems by state feedback

作る。

そのとき $\{\hat{A}_a, \hat{B}_a, \hat{C}_a\}$ の各サブシステムは可制御となり、(3.4) 式を満足しているならば、 $\{\hat{A}_a, \hat{B}_a, \hat{C}_a\}$ と動的補償器の

$$\det \begin{bmatrix} \hat{A}_a & \hat{B}_a \\ \hat{C}_a & O \end{bmatrix} \neq 0 \quad (3.4)$$

結合系が可制御であることが示され、Fig. 3.1 を構成したとき、全系のすべての固有値を任意の値に指定できる。

また (3.4) 式が満足しているならば、Fig. 3.1 で p 次の多項式で記述することのできる設定値入力に対し、これと同一の多項式で記述される出力が定常解となり、パラメータ変化に対しても、 p 次の多項式で記述することのできる外乱に対しても、定常解は影響を受けないことが証明できる。ただし零なる固有値は指定しないものとする。これで Fig. 3.1 の系を構成することにより、①②③の特徴を満足させることができる。

状態をすべて測定可能と仮定したが、後に出力フィードバックによる構成に変換する。

Fig. 3.1 の状態を $x_a = [x^T u_1^T, \dots, u_l^T z_L^T]^T$, $z = [z_1^T, \dots, z_{p+1}^T]^T$ で表わし、 v から y , e から δ までのシステム方程式をおのおの $\{A_a, B_a, C_a\}$, $\{Q, R, H\}$ で表わすことにする。

また Fig. 3.1 で

$$F_z = [F_z^1, F_z^2, \dots, F_z^{p+1}]; m \times m(p+1) \quad (3.5)$$

$$F^i_z = \text{diag}[\eta_{i1}, \eta_{i2}, \dots, \eta_{im}]; m \times m (i=1, 2, \dots, p+1) \quad (3.6)$$

Fig. 3.2 The conceptual structure of decoupled control system

$$\begin{aligned} F &= [F_0, F_1, \dots, F_{l+1}] \\ &= [-B^{*-1}A^*(A^l, A^{l-1}B, \dots, B) : 0] \\ &\quad + B^{*-1}F_0T_{1c} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} F_0 &= \text{diag} [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m] \\ F_i &; m \times (n + ml + k) \quad \theta_i; 1 \times \nu_i \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$G = B^{*-1}; \quad m \times m \quad (3.9)$$

であり, T_{1c} は各サブシステムの状態を誘導する変換行列で, F を上記のようにすると v から y までの分離は維持される¹²⁾. したがって, Fig. 3.1 の系全体も F_i の形からわかるように分離系となっていて, ⑤の特徴が満足されている.

なお, (3.4)式の条件は

$$\det \begin{bmatrix} A & B \\ C & O \end{bmatrix} \cdot \det K \neq 0 \quad (3.10)$$

と変形でき¹⁵⁾, 制御対象は (3.2)式の条件を満足していると仮定したので, $\det K \neq 0$ のとき (3.4)式は満足される. つぎに④の特徴も実現できることを示す. 零点は, 入力の高階微分をとることにより実現されるので, まず Fig. 3.2 の系を考える.

$\phi_i (i=0, 1, \dots, l)$ は対角行列とし分離を崩さない.

Fig. 3.2 から

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_a &= A_a x_a + B_a \omega + B_a \{ \phi_0(\varepsilon + y) \\ &\quad + \phi_1(\varepsilon + y)^{(1)} + \dots + \phi_l(\varepsilon + y)^{(l)} \} \\ y &= C_a x_a \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

なる関係を得る. $(\varepsilon + y)$ に関する微分は, 制御対象に加えた $m \times l$ 個の積分器を利用することによって実現できる. いま (3.12)式で表わされる系を作り伝達関数

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_a &= A_a x_a + B_a \omega \\ &\quad + (B_a \phi_0 + A_a B_a \phi_1 + \dots + A_a^l B_a \phi_l)(\varepsilon + y) \\ y &= C_a x_a \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

行列を求めると, (3.11)式の伝達関数行列と同一で

$$\begin{aligned} y &= C_a (sI - A_a)^{-1} B_a \{ \omega + (\phi_0 + \phi_1 s + \dots \\ &\quad + \phi_l s^l)(\varepsilon + y) \} \end{aligned} \quad (3.13)$$

となる (証明付録).

したがって, (3.11)式に代わって微分要素を用いない (3.12)式によって系を構成できる. この様子を图示したのが Fig. 3.3 である.

ただし, M_i は (3.14)式の定義式により求めるものとする.

$$\begin{bmatrix} BM_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_l \\ O \end{bmatrix} = B_a \phi_0 + A_a B_a \phi_1 + \dots + A_a^l B_a \phi_l$$

Fig. 3.3 The modified configuration of Fig. 3.2

$$M_i; m \times m \quad (i=0, 1, 2, \dots, l)$$

$$M_0 = G \phi_l \quad (3.14)$$

全系は分離されているので, v_i から y_i および ε_i から ω_i までの伝達関数をおのおの $B_i(s)/A_i(s)$, $D_i(s)/C_i(s)$ と表わし, r_i から y_i までの伝達関数を求める.

$$y_i = \frac{B_i(s)[C_i(s)(\phi_l(i)s^l + \dots + \phi_1(i)s + \phi_0(i)) + D_i(s)]}{A_i(s)C_i(s) + B_i(s)D_i(s)} r_i \quad (3.15)$$

ただし $\phi_k(i) (k=0, 1, \dots, l; i=1, 2, \dots, m)$ は ϕ_k の i 行 i 列要素を表わす. なお

$$\left. \begin{aligned} C_i(s) &= s^{p+1} \\ D_i(s) &= \eta_{p+1} s^p + \eta_p s^{p-1} + \dots + \eta_2 s + \eta_1 s + 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

(3.15)式の零点のうち, $\phi_0(i) \sim \phi_l(i)$ を調節することにより $l+1$ 個の零点が任意の値に指定できる.

これで④の特徴をもつことがわかった.

つぎに文献 13) で用いられた方法によって, 前記の系を出力フィードバックに変換する. $\bar{u}, D$ をつぎのように定義すると, Fig. 3.1 と (3.12)式の関係から (3.19)式が成り立つ.

$$\bar{u} = [u_1^T u_2^T, \dots, u_l^T]^T; \quad ml \times 1 \quad (3.17)$$

$$D = [I_m O, \dots, O]; \quad m \times (ml) \quad (3.18)$$

Fig. 3.4 The whole structure of decoupled control system

$$\begin{aligned} \dot{\bar{u}} = & \begin{bmatrix} 0 & I_m & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & I_m \end{bmatrix} \bar{u} + \begin{bmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_l \end{bmatrix} (\varepsilon + y) \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} z_L + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \omega \\ & + \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & \cdots & F_l \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{l+1} & & & F_0 \end{bmatrix} \bar{u} + \begin{bmatrix} \bar{F}_1 \\ \vdots \\ \bar{F}_3 \end{bmatrix} x + \bar{G} \omega \\ & \equiv \bar{F}_1 \bar{u} + M(\varepsilon + y) + \bar{F}_2 z_L + \bar{F}_3 x + \bar{G} \omega \end{aligned} \quad (3.19)$$

ここで(3.20)式の線形変換を定義すると(3.21)式を得る。

$$\begin{bmatrix} x \\ \bar{u} \\ z_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 \\ -T & I_{m_l} & 0 \\ -P & 0 & I_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } \dot{q}_1 &= A q_1 + B u \\ \text{b) } \dot{q}_2 &= (\bar{F}_3 - \bar{F}_1 T - \bar{F}_2 P + T A) q_1 + \bar{F}_1 q_2 \\ &\quad + \bar{F}_2 q_3 + T B u + M(\varepsilon + y) + \bar{G} \omega \\ \text{c) } \dot{q}_3 &= (L - K P + P A) q_1 + K q_3 + P B u \\ \text{d) } u &= -D T q_1 + D q_2 + M_0(\varepsilon + y) \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

上式からわかることは $q_1 = x$ であるから、状態フィードバックを y^* からのフィードバックで実現するためには、b), c), d) 式の右辺の q_1 を y^* で表現できればよい。すなわち

$$F = \begin{bmatrix} -1+f_1+f_2 & 0 & -1-f_2 & -2+f_2 & 1 \\ -1+f_1+f_2 & -8+f_3+2f_4+4f_5 & -5-f_2+f_4 & -2+f_2-f_5 & 1+f_5 \end{bmatrix}$$

ただし

$$\theta_1 = [f_1 \ f_2] \quad \theta_2 = [f_3 \ f_4 \ f_5]$$

$$T_{1c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

いまステップ入力および外乱に対して、定常誤差のない系を構成することにする。すると $p=0$ となる。定義式から

$$A_1(s) = s^2 - f_2 s - f_1 \quad B_1(s) = 1$$

$$A_2(s) = s^3 - f_5 s^2 - f_4 s - f_3 \quad B_2(s) = 1$$

となり、(3.16)式から $C_i(s)D_i(s)$ ($i=1, 2$) が決まる。これらを(3.15)式に代入することにより、各サブシステムの伝達関数が決まる。

$$y_1 = \frac{\phi_1(1)s^2 + \phi_0(1)s + \eta_{11} + 1}{s^3 - f_2 s^2 - f_1 s + \eta_{11} + 1} r_1$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_3 - \bar{F}_1 T - \bar{F}_2 P + T A &= N_1 C^* \\ -D T &= N_2 C^* \\ L - K P + P A &= N_3 C^* \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

を満足するように T, P, N_1, N_2, N_3 を決定すれば、 $N_1 C^* q_1 = N_1 y^*$, $N_2 C^* q_1 = N_2 y^*$, $N_3 C^* q_1 = N_3 y^*$ となり、 y^* からのフィードバックが実現できる。この変換は常に存在することは、文献 15) を多入力多出力系の場合に拡張することにより証明することができる。

全系の構成は Fig. 3.4 となる。

4. 例 題

例題を用いて設計手順を説明する。制御対象を

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

とし、出力だけが測定可能とする。このとき制御対象は、可制御可観測で定常条件を満足している。

また(2.3)式の分離判定行列 B^* が正則であり、分離可能であることがわかる。定義式から A^* を求める。

$$B^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad A^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

(2.7)式から $v_1=1$, $v_2=2$ となり $k=0$ であることがわかる。(3.3)式から $l=1$ と決め、(3.7), (3.9)式を用いて $\{F, G\}$ を決める。

$$y_2 = \frac{\phi_1(2)s^2 + \phi_0(2)s + \eta_{12} + 1}{s^4 - f_5 s^3 - f_4 s^2 - f_3 s + \eta_{12} + 1} r_2$$

ここで希望の伝達関数を決定することにより、各パラメータが決まり、これらを使って $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3, \bar{G}, M$ が求まる。さらに(3.22)式を満足するように T, P, N_1, N_2, N_3 を決定する。これをもとにして Fig. 3.4 の系を構成する。ただし本例題では $k=0$ であるから、 q_3 に関する部分は存在しない。

5. あとがき

可制御可観測条件および定常解(特解)に関するある簡単な条件を満足する線形連続の多入力多出力制御対象に対して、まえがきに述べたような、制御系としてきわめて重要な諸性質を兼ね備えた多入力多出力線形連続フィードバック制御系の構成が可能であることを示し、系構成の手順などを明らかにした。

本論文の方法では、もっぱら Pearson の動的補償器の考え方を利用したが、類似の特徴をもつ系は

Luenberger Observer を利用しても実現でき、全系の次数の観点からは、一入力出力系の場合と違って有利となる場合もありうる。しかしこの場合には、零点配置の自由度が失われるため、特に外乱に対する特性を考慮する際に不便である。外乱に対する特性についての議論は、紙面の都合上記述の余裕がなかったが、これは一入力出力系の場合とまったく同様であるので、別の機会に発表したい。さらに本方法は直ちに離散時間系に拡張することができ、またパラメータ決定の具体的な算法についても種々の方法が考えられ、DDC および自動設計などの立場からは興味深い、これらについても近々発表の予定である。

終りに、制御対象に課した可制御あるいは可観測の条件は、不可制御あるいは不観測モードが安定であれば、実用上は必ずしも必要のないものであることを付記する。

参 考 文 献

- 1) W.M. Wonham: On Pole Assignment in Multi-Input Controllable Linear Systems, IEEE AC-12-6, 660/665 (1967)
- 2) F.M. Brasch, Jr. and J.B. Pearson: Pole Placement Using Dynamic Compensators, IEEE AC-15-1, 34/43 (1970)
- 3) O.M. Graselli and F. Nicolo: Modal Synthesis of Astatic Multivariable Regulation Systems, Proc. of the 2nd IFAC Symposium on Multivariable Technical Control Systems in Germany 1.1.4, 1/12(1971)
- 4) 細江, 伊藤: 線形サーボ問題におけるエラーシステムについて, 電気学会論文誌 C, 92-C-10, 369/375 (1972)
- 5) 細江: 線形多入力多出力フィードバック系の定常特性について, 第 11 回計測自動制御学会学術講演会予稿集, 435 (1972)
- 6) 田川: 多変数線形系の Feedback 制御について, 第 10 回計測自動制御学会学術講演会予稿集, 123/124 (1971)
- 7) R. Tagawa: New Design of Linear Control Systems Based on the Principle of State and Output Feedback, Proc. of the 3rd IFAC Symposium on Sensitivity, Adaptivity and Optimality in Italy, 207/218 (1973)
- 8) B.S. Morgan, Jr.: The Synthesis of Linear Multivariable Systems by State-Variable Feedback, IEEE AC-9-5, 405/411 (1964)
- 9) P.L. Falb and W.A. Wolovich: Decoupling in the Design of Multivariable Control Systems, IEEE AC-12-6, 651/659 (1967)
- 10) 須田: 伝達関数行列の対角化と可制御性, システムと制御, 15-9, 817/822 (1971)
- 11) 田川: 線形フィードバック制御系の補償法について, 第 4 回制御理論シンポジウム資料, 147/152 (1975)
- 12) E.G. Gilbert: The Decoupling of Multivariable

Systems by State Feedback, SIAM. J. Contr. 17, 50/63 (1969)

- 13) J.W. Howze and J.B. Pearson: Decoupling and Arbitrary Pole Placement in Linear Systems Using Output Feedback, IEEE, AC-15-6, 660/663 (1970)
- 14) 田川: 線形連続値制御系の設計について——多入力多出力の場合を含む——, 昭和 49 年電気学会全国大会予稿集, 1444/1445 (1974)
- 15) J.D. Ferguson and Z.V. Rekasius: Optimal Linear Control Systems with Incomplete State Measurements, IEEE, AC-14-2, 135/140 (1969)

《付 録》

Fig. 3.1 の $\{A_a, B_a, C_a\}$ から

$$C_a B_a = C_a A_a B_a = \dots = C_a A_a^{l-1} B_a = 0$$

が成り立つ。そこでこれを用いて (3.12) 式を次式に書き換える。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_a &= A_a x_a + B_a \omega \\ &\quad + [B_a \phi_0 + A_a B_a \phi_{11} + \dots + A_a^l B_a \phi_l](\varepsilon + y) \\ y &= C_a x_a + C_a B_a [\phi_1(\varepsilon + y) + \phi_2(\varepsilon + y)^{(1)} + \dots \\ &\quad + \phi_l(\varepsilon + y)^{(l-1)}] \\ &\quad + C_a A_a B_a [\phi_2(\varepsilon + y) + \phi_3(\varepsilon + y)^{(1)} + \dots \\ &\quad + \phi_l(\varepsilon + y)^{(l-2)}] \\ &\quad \vdots \\ &\quad + C_a A_a^{l-1} B_a [\phi_l(\varepsilon + y)] \end{aligned} \right\} \quad (A.1)$$

(A.1) 式の伝達関数行列を求める。

$$\begin{aligned} y &= C_a(sI - A_a)^{-1} B_a \omega \\ &\quad + C_a(sI - A_a)^{-1} [B_a \phi_0 + A_a B_a \phi_1 + \dots \\ &\quad + A_a^l B_a \phi_l](\varepsilon + y) \\ &\quad + C_a B_a [\phi_1 + \phi_{2s} + \dots + \phi_l s^{l-1}](\varepsilon + y) \\ &\quad + C_a A_a B_a [\phi_2 + \phi_{3s} + \dots + \phi_l s^{l-2}](\varepsilon + y) \\ &\quad \vdots \\ &\quad + C_a A_a^{l-1} B_a [\phi_l](\varepsilon + y) \\ &= C_a(sI - A_a)^{-1} B_a \omega \\ &\quad + C_a(sI - A_a)^{-1} [B_a \phi_0 + A_a B_a \phi_1 + \dots \\ &\quad + A_a^l B_a \phi_l \\ &\quad + (sI - A_a) B_a \{\phi_1 + \phi_{2s} + \dots + \phi_l s^{l-1}\} \\ &\quad + (sI - A_a) A_a B_a \{\phi_2 + \phi_{3s} + \dots + \phi_l s^{l-2}\} \\ &\quad \vdots \\ &\quad + (sI - A_a) A_a^{l-1} B_a \{\phi_l\}](\varepsilon + y) \\ &= C_a(sI - A_a)^{-1} B_a \omega \\ &\quad + C_a(sI - A_a)^{-1} B_a [\phi_0 + \phi_{1s} + \dots + \phi_l s^l](\varepsilon + y) \\ &= C_a(sI - A_a)^{-1} B_a [\omega + (\phi_0 + \phi_{1s} + \dots \\ &\quad + \phi_l s^l)(\varepsilon + y)] \end{aligned}$$