臨界ノズルの形状と音速維持範囲の関係†

渡 辺 紀 之*・小 宮 勤 一*・内 海 秀 雄*・勝 又 照 久**

A Relation between Critical Nozzle Profile and Its Unchoking Back-Pressure Ratio

Noriyuki WATANABE*, Kin-ichi KOMIYA*, Hideo UTSUMI* and Teruhisa KATSUMATA**

The critical nozzle is used as standard in gas flow rate measurement. In this usage, the discharge coefficient of the nozzle must be calibrated before hand. To determine the discharge coefficient and to calibrate a flow meter, it is necessary that the nozzle has a large unchoking back-pressure ratio.

This paper describes the effect of the nozzle profile on the unchoking back-pressure ratio by a qualitative analysis based on the Laval nozzle theory. The following results are obtained.

1) The unchoking back-pressure ratio is increased with the decrement of the divergent included angle at a fixed divergent to throat diameter ratio and also with the increment of that ratio at a fixed angle.

2) A relation between the Reynolds number and the unchoking back-pressure ratio is obtained for geometrically similar nozzle.

1. ま え が き

ノズル内を流れる圧縮性流体の特徴の一つとして、ノズルのスロート前後の圧力が臨界圧力比以下になると、スロート部を流れる流体の速度はその状態における音速になり定常な一定の質量流量が得られる。この場合に、スロートの上流側の気体の圧力および温度を一定に保つこと、ならびに下流側の圧力を臨界圧力比以下の値に保つことといった点には注意をはらわねばならないが、安定な気体の質量流量が得られるといった利点から各国において、臨界ノズルを気体流量標準の発生装置あるいは臨界ノズルの流出係数を実験的に求めてノズルそのものを気体流量の標準として使われるようになってきている。気体流量の標準確立の第1

歩として臨界ノズルの流出係数とその形状およびレイノルズ数との関係を調べその結果を先に報告した¹⁾。

さて、臨界ノズルの流出係数を実験的に求める際に、ノズル下流側に取付けた定積槽内の圧力の変化量と時間の測定から流量を求めるが、その精度を向上させるためにできるだけ圧力の変化量を大きくし、測定時間を長くすることが必要になる。また定流量の発生装置にノズルを使用するときには、ノズルの圧力損失の小さいことが望ましい。

このような観点からノズルの音速維持範囲を広げる必要性が生じてくる。音速維持範囲はノズルの形状によって著しく異なる。たとえば拡大管をもたない単純な形のノズルについては流体として空気を用いたときにはノズルの上流側と下流側の圧力比で約 0.53 になることが理論的に判明している。一方、拡大管をつけたものは同様に圧力比で約 0.95 まで上昇できると報じられている²⁾ が、系統的に積みあげられた実験データがほとんどないために臨界ノズルの音速維持範囲を広げるのに有効な方法が確立していないのが現状である。

そこでここでは、ノズルの形状と音速維持範囲との関係すなわち、ノズルの入口円弧半径、入口円弧角度、スロートの長さ、拡大管の開き角およびその長さなどが音速維持範囲に与える影響を調べると共に、幾何学的に相似なノズルを用いて流量を変えレイノルズ数と音速維持範囲との関係を調べて、ノズルの音速維持範囲を広げるために必要な条件を検討する。なおノズルの音速維持範囲はノズルのスロート部で気体の流速が音速を維持している間のノズル前後の最大圧力比として定義する。

2. 測定装置および測定方法

2.1 音速維持範囲の測定法

測定装置の概略を Fig. 1 に示す。最初にノズル開閉弁を閉じて、ノズル前後の圧力比が約 0.3 以下になるまでチャンバ内の空気を真空ポンプで吸引する。ノ

† 第 14 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭 50・8)

* 計量研究所 東京都板橋区加賀 1-10-4

** ホンダエンジニアリング(株) 狭山市新狭山 1-10-1

* National Research Laboratory of Metrology, Itabashi-ku, Tokyo

** Honda Engineering Co., Ltd., Sayama

(Received February 6, 1976)

Fig. 1 Experimental rig

ズル上流側の一定の圧力源には大気を利用し、層流流量計を通してノズルに空気を流しこむ。層流流量計はその差圧 ΔP の変化量から、ノズル内を流れる気体流量の変化を観測するためのものであり、したがってノズル上流側の圧力 P_1 は大気圧 P_0 よりも ΔP だけ低くなる。ノズル下流側のチャンバ内の圧力 P_2 はノズルを通過してきた空気の量により連続的に上昇して、ある圧力以上になると、ノズル内を流れる気体の速度は音速を保てなくなり、質量流量も減少してくる。この現象は差圧 ΔP の減少によって観測されるので、そのときのノズル前後の圧力 P_1, P_2 は圧力変換器の指示値から決定される。したがって流速が音速を維持する限界の最大圧力比 P_2/P_1 が求められる。なお実際には層流流量計の差圧 ΔP 、ノズル上流側の圧力 P_1 、ノズル下流側の圧力 P_2 をペンレコーダに記録すると共に、A/D 変換器を通してミニコンに記憶させる。ノズルの最大圧力比 P_2/P_1 を求めるには、層流流量計の分解能、安定性などから差圧が下がり始めた点を見つけるのは困難なので、計算機にノズル内の流速が音速を維持しているときの差圧 ΔP を記憶させ、その値より 0.5% だけ下がったときのノズルの上流側圧力 P_1 、下流側圧力 P_2 をタイプアウトさ

せる。なお、層流流量計および差圧変換器の精度が 0.5% 以内であることを考慮して音速維持範囲の決定に差圧が一定値より 0.5% だけ下がった点を選んだ。

2.2 変換器の校正

ノズルの音速維持範囲を求めるために、層流流量計、圧力変換器、差圧変換器を使用したもので、これら変換器の直線性および再現性を調べておく必要がある。層流流量計は円管内あるいは 2 平面間を流体が層流状態で流れるとき、その圧力降下（差圧）が容積流量に 1 次比例する

ことを利用したもので、その校正は基準バルブルーバを用いて行った。差圧変換器および圧力変換器の校正は、任意に圧力を設定できるタンクに圧力計と変換器を接続して、変換器の出力と圧力計の読みを比較して行った。校正結果を Table 1 に示す。

2.3 ノズルの形状および寸法

使用したノズルの形状は円弧状の入口部、円筒状のスロート部から構成された単純なノズルと、スロート部の後に拡大管の付いたものの 2 種類である。このうち拡大管の付いたものは前報¹⁾で使用したものと同じものである。これらのノズルはノズル製作の際の寸法精度の見地からスロート部に適当な長さをもたせてある。

スロート径を一定にしてその他の部分の形状および寸法が音速維持範囲に及ぼす影響を調べるために Table 2 のノズルを用いて実験した。このうちノズル No. R-1~R-3 までは入口円弧半径 (R) の寸法のみを変えて他の寸法は同一にしたものである。以下同様に I-1~I-4 は入口円弧角 (θ) と半径 (R) の組合せの影響を、L-1~L-4 はスロート部の長さ (l)、O-2~O-22 については拡大管の長さ (L) と拡大管の開き角 (ϕ) の影響を調べるためのものである。

Table 3 に示すのはノズルのスロート直径 (d) を基準にして、各部の寸法比が同一になるように製作した幾何学的に相似なノズルである。今回の実験ではノズル上流側の一定の圧力源に大気圧を利用したので、ノズルのスロート直径が決まると流量は一定値をとり、したがってレイノルズ数 Re は定まった値をと

Fig. 2 Determination of unchoking back-pressure ratio

Table 1 Accuracy of transducer

	accuracy
laminar flowmeter	0.4% of span
differential pressure transducer	0.5% of span
pressure transducer	0.14% of span

Table 2 The nozzle profile and dimensions for constant throat diameter nozzle

Nozzle No	θ	d (mm)	R/d	l/d	D/d	2ϕ
R-1	90°	3.266	0.56	1.06	1.48	5°58'
R-2	90°	3.267	1.00	1.12	1.48	5°58'
R-3	90°	3.267	2.85	1.15	1.49	5°54'
I-1	30°	3.267	0.57	0.97	1.49	5°57'
I-2	60°	3.267	0.45	1.05	1.48	5°57'
I-3	30°	3.269	0.78	1.03	1.48	5°58'
I-4	60°	3.268	0.93	0.97	1.48	5°58'
L-1	90°	3.267	0.99	0.53	1.49	5°57'
L-3	90°	3.266	0.88	2.39	1.46	5°51'
L-4	90°	3.267	0.94	4.01	1.48	5°59'
O-2	90°	3.267	1.00	1.15	1.97	5°55'
O-3	90°	3.267	1.01	1.09	2.53	6°03'
O-10	90°	3.267	0.97	1.11	1.94	11°50'
O-11	90°	3.266	1.00	1.18	1.48	11°58'
O-12	90°	3.268	0.96	1.00	2.51	11°58'
O-20	90°	3.267	1.01	1.11	2.61	20°05'
O-21	90°	3.267	0.97	1.05	1.99	19°59'
O-22	90°	3.268	0.98	1.08	1.48	20°03'

る。ノズルの音速維持範囲としてレイノルズ数の関係を調べるには、ノズルを決めて上流側の圧力を変えるか、あるいはノズル上流側の圧力は一定にしておいてスロート直径を基準にした幾何学的に相似なノズルを用いる方法がある。今回の装置ではノズル上流側の圧力は変えられないので幾何学的に相似なノズルを用いて、音速維持範囲とレイノルズ数の関係を求めた。

Table 4 に示すのは拡大管部をもたない単純なノズルでスロート直径 (d) とスロートの長さ (l) が異な

Table 3 The nozzle profile and dimensions for geometrically similar nozzle

Nozzle No	d (mm)	R (mm)	R/d	l (mm)	l/d	D (mm)	D/d
P T-1	0.590	2.315	3.92	0.980	1.66	1.204	2.04
P T-2	0.821	1.825	2.22	0.895	1.09	1.732	2.11
P T-3	1.164	1.510	1.30	1.710	1.47	2.424	2.08
P T-4	1.633	1.840	1.13	2.210	1.35	3.399	2.08
P T-5	2.304	1.900	0.82	2.250	0.98	4.628	2.00
P T-6	3.262	3.095	0.95	3.060	0.94	6.497	1.99
P T-7	4.602	5.250	1.14	4.250	0.92	9.708	2.11
P T-9	9.175	10.535	1.15	10.725	1.17	18.314	2.00
P T-11	18.301	21.260	1.16	18.460	1.01	36.820	2.01

Table 4 The nozzle profile and dimensions for simple nozzle

Nozzle No	d (mm)	R (mm)	R/d	l (mm)	l/d
K T-1	0.586	1.959	3.34	1.003	1.71
K T-2	0.824	1.961	2.38	0.997	1.21
K T-3	1.158	1.969	1.70	1.204	1.04
K T-4	1.626	2.147	1.32	1.643	1.01
K T-5	2.325	2.023	0.87	7.998	3.44

ったものである。このノズルは理論的に求められた臨界圧力比と音速維持範囲がほぼ一致することが特徴の一つである。ここで臨界圧力比とはノズル上流側の圧力 P_1 と下流側の圧力 P_2 との比が $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ の条件を満たしノズルのスロート部を流れる気体の速度が音速になるときの圧力比をいう。空気の場合に比熱比 $\gamma=1.4$ を代入すると臨界圧力比は約 0.53 になる。

3. 実験結果

3.1 ノズル各部の音速維持範囲に与える影響

ノズル入口部の円弧半径 (R) と円弧角 (θ) の影響を調べるために Table 2 の R タイプと I タイプのノズルを使用し 2.1 で述べた方法で実験を行った。これらのノズルについて数回の実験を行った結果を Fig. 3(a) に示す。この結果から θ および R の影響は小さいと思われる。スロート部の長さ (l) の影響を調べるために R-2, L-1, L-3, L-4 のノズルを、拡大管の出口口径 (D) の影響を調べるために R-2 と O タイプのノズルを使用した。結果を Fig. 3 b, c に示す。ここで拡大管の出口口径 (D) については開き角度 (ϕ) によって拡大管長さ (L) が変わるために、開き角度 (ϕ) を助変数表示した。結果はスロート直径 (d) と長さ (l) との比 (l/d) が増加すると音速維持範囲は減少し、また開口比 (D/d) が増加すると音速維持範囲は増加する傾向が見られた。拡大管開き角 (ϕ) については、開口比が一定のところと比較すると ϕ の小さなものほど音速維持範囲は大きくなる傾向が見られた。

さて、スロート部の長さが零で拡大管のついたノズル (このようなノズルを総称してラバール管と呼ぶ) については以前からノズル内の流れに関する研究がなされており以下に述べることは明らかになっている。

Fig. 3 A nozzle profile effect for unchoking back-pressure ratio

ノズルの入口部からスロート部まで連続的に断面を絞ると、気体の流速はスロート部で音速になり拡大管部では超音速になる。この場合、音速は気体の比熱比とノズル上流側の気体の温度によって定まり、ノズル上流側の気体の圧力を一定にするとスロート部を流れる質量流量は一定になる。また下流側の圧力に対応して拡大管内の流れは断熱流れから、衝撃波を発生する非可逆的不連続圧縮を伴う流れに変化してゆく。Fig. 4において排出断面の圧力 P_e が P_e^* と P_e^{**} の間にあるときはスロート部の下流に衝撃波が発生し (P_e^* , P_e^{**} は拡大管の形状と気体の等エントロピー変化の条件より定まる) その発生位置は P_e が P_e^* よりわずかに低いときはスロート部に近く、 P_e が低くなるほど下流側に移動する。 P_e が P_e^{**} よりさらに低くなるとノズルの外側で衝撃波が発生するようになる³⁾。

今回の実験に使用したスロート部の長さをもったノズルに関してはラバール管のような解析がなされてい

Fig. 4 Pressure distribution in the Raval tube

ないが、スロート部内では気体の圧力は臨界圧力 (P_e^*) より流れ方向に降下しながら拡大管部に達しその後はラバール管内と同様な流れになるものと想定される。したがってスロート部の長さの影響については、スロート部の長いものほど P_e^* は下がりノズルの音速維持範囲は小さくなると考えられる。

つぎに拡大管の開き角 (φ) および出口直径 (D) とスロート直径 (d) との比 (D/d) の影響を考える。開き角 (φ) を一定にして (D/d) の影響を調べることは、結局、拡大管の長さ (L) の影響を調べることにになり、これは Fig. 4 のラバール管内の流動において横軸を延長あるいは短縮することに相当し、拡大管の長いものほど P_e^* が大きくなり音速維持範囲は広がると考えられる。Fig. 3 (c) の実験結果も同様な傾向を示している。 (D/d) の値を一定にして拡大管開き角の影響を調べることも考え方としては同じで、 φ の値の小さいものほど拡大管が長くなり、上に述べた理由から音速維持範囲も広げられる。

3.2 レイノルズ数と音速維持範囲の関係

幾何学的に形状の相似な一連のノズル (Table 3) を用いて上記の関係を調べた結果を Fig. 5 に示す。図はレイノルズ数が増加すると音速維持範囲は広がる傾向にあることを示している。今回はこの関係をノズル

Fig. 5 A relation between Reynolds number and unchoking back-pressure ratio

の寸法を変えて求めたが、1個のノズルについてその上流側圧力を変えて求めたものと物理的に等価なものと推定される。

拡大管部をもたない単純な形のノズル (Table 4) については、レイノルズ数と音速維持範囲との間には一定の関係はみられなかったが、音速維持範囲は理論的に求められている臨界圧力比 (約 0.53) に近い値をとることが確かめられた。

3.3 ノズル内の流れの観測

今回の実験に使用したノズルの形状をつぎの2種類に分類して、それらを2次元モデルに製作し、ノズルの音速維持範囲を拡大管の出口からスロート部付近への衝撃波の移項および消滅という現象でとらえ、これら2種類のノズルの特徴を調べた。

i) 拡大管部の付いたノズル

ii) 拡大管部のない単純な形状のノズル

一般的にノズルのスロート部で発生した音速は拡大管部の下流側の圧力が単純な形状のノズルの臨界圧力 (約 $0.53P_0$) 以上に上昇しても保たれ、拡大管出口からスロート部付近への衝撃波の移項および消滅という過程を経て、スロート部での流体の速度は音速以下になる。

Photo. 1 に示すのは単純な形状の場合でノズル下流側の圧力が上昇するにつれて傾斜のゆるい斜め衝撃波から傾斜の急な斜め衝撃波に移項する様子が見られる。ノズル上流側の圧力は大気圧なので右側のノズルで圧力比は約 0.43 となる。拡大管の付いたノズルでは下流側の圧力上昇に伴い斜め衝撃波の下流の衝撃波がスロート部に近づくとともに斜め衝撃波の傾斜が急になりさらに圧力が上昇するとノズルの入口部より上流側へも音が伝達されてゆく。**Photo. 2** の右側のノズルの圧力比は約 0.86 となる。なお圧力比がこれより高い場合にも衝撃波は見られたが鮮明な画像は得られなかった。2次元ノズル内の流れの観測はシュリーレン法により行った。

5. 結 論

ノズルの音速維持範囲とその形状との関係および音速維持範囲とレイノルズ数との関係について調べた結

228 mmHg

327 mmHg

Photo. 1 Flow pattern in a simple profile nozzle

406 mmHg

653 mmHg

Photo. 2 Flow pattern in a divergent section of a nozzle with a diffuser

果、つぎの事項が明らかになった。

i) ノズルの音速維持範囲を広げるには、スロートの下流側に拡大管を付ける。そしてスロート部の長さ (l) とその直径 (d) との比 (l/d) を小さくし、また拡大管出口径 (D) とスロート直径 (d) との比 (D/d) を大きくすればよい。その場合に、拡大管の開き角 (ϕ) を小さくとり拡大管の長さ (L) を大きくするようにする。

ii) ノズル入口部の入口円弧半径 (R)、入口円弧角 (θ) の音速維持範囲に与える影響は小さい。

iii) 拡大管の付いたノズルの音速維持範囲とレイノルズ数との関係については、レイノルズ数が増加するにつれて音速維持範囲が広がる傾向が見られた。この関係はノズル上流側の圧力を変えてレイノルズ数の影響を調べたものと等価と考えられるので、使用したノズルと幾何学的に相似であれば、これを使用することによりそのノズルの音速維持範囲は推定できよう。

最後にこの研究を指導していただいた計量研究所第3部長川田裕郎博士、ノズルの設計、製作および計算機のパログラムなどに便宜をはかっていただいたホンダエンジニアリング(株)の久保菊雄技師、山崎好昭氏に厚くお礼申し上げる。

参 考 文 献

- 1) 渡辺他：臨界ノズルの特性，計測自動制御学会論文集，12-5，554/559 (1976)
- 2) Proposal by Secretariat on Measurement of Fluid Flow by Means of Critical Flow Measurement, ISO/TC. 30, January (1970)
- 3) 谷 一郎：流れ学，岩波全書，172/183 (1967)