固定交叉コイル・可動磁石形指示計の動特性†

古 野 二 三 也*

Dynamic Characteristics of Fixed Cross Coils, Moving Magnet Type Indicator

Fumiya FURUNO*

The paper deals with dynamic characteristics of the fixed cross coils, moving magnet type indicator. As a meter of this type has several nonlinear elements, its dynamic characteristics can not be expressed by a simple linear differential equation.

In the author's analysis the transfer characteristics of individual elements are mathematically calculated, and some experimental data are given as supplement.

The damping ratio and natural frequency were adopted as parameters to evaluate the overall dynamic performance and calculated values are compared with the test data under various conditions.

The results are summarized as follows:

- (1) The damping ratio ζ varies considerably with the input span. When the input span is changed from 10 mV to 50 mV, ζ decreases from 1.51 to 0.32.
- (2) The damping ratio ζ also varies in accordance with the pointer position. For example, when the pointer position is changed from center to low or high extreme of scale, ζ decreases from 1.00 to 0.69.
- (3) The natural frequency also depends on the pointer position. Typical figures are: 1.43 Hz at center and 1.55 Hz at extreme positions of scale.
- (4) The effective damping ratio which governs the response to a large step input is close to the damping ratio at the final settling position of the pointer.

1. ま え が き

熱電対の起電力あるいは测温低抗体の抵抗値変化を入力として温度を指示するための表題の指示計の原

理、構造および得られた静特性については、すでに発表した¹⁾。

この指示計は、同様の目的で従来から用いられている可動コイル形指示計に比べ、トルクが大きい、周囲温度の影響を受けにくい、単純な堅牢な構造であるなどの利点がある。

可動コイル形指示計の動特性がすでに明らかにされている^{2), 3)}ように常数係数線形微分方程式で表わされるのに反し、表題の指示計やこれと原理的に近い従来からある可動磁石形指示計^{4)~6)}、可動磁針形検流計⁷⁾の動特性は常数係数線形微分方程式では表わされず、入力スパン、指示値、振幅、指針の運動方向によって異なる動特性を示す。一般に動特性については、整定位置からの変位角は微小であるとして、また、微分トルクは指示位置によらず一定として近似的に解いている⁷⁾。この論文では、指示値によって微分トルクや速度帰還量が異なることや、駆動トルクは偏差角度に完全には比例しないことを考慮に入れて動特性を解いた結果を報告する。

2. 動作原理

この指示計の動作原理を Fig. 1 に示す。

v_1 は入力電圧であり、熱電対の起電力、または、测温低抗体を一边とするブリッジの不均衡電圧である。 v_2 は可動磁石の角速度 $d\theta_1/dt$ にはほぼ比例してダ

Fig. 1 Principle of operation

† 第 13 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭 49・8)

* (株)北辰電機製作所 東京都大田区下丸子 3-30-1

* Hokushin Electric Works, Ltd., Ohta-ku, Tokyo

(Received September 13, 1976)

ンピングコイルに誘起する速度帰還電圧である。 v_1 - v_2 を比例増幅器で増幅し、その出力電圧 v を、互いに直角に交叉した固定コイルすなわち H コイル、L コイルの接続点に印加する。

両コイルには、上記電圧 v と直線関係にある電流が流れ、磁束密度を生じ、これらを合成した磁束密度 B_R が θ 方向に生ずる。この θ 方向と可動磁石の磁気モーメント M の方向 θ_1 とを一致させるように可動磁石には駆動トルク T_1 が作用し、この T_1 と、回転可動部が回転したことによって生ずる角速度に比例したトルク T_2 との代数和が、回転可動部に角加速度を生ぜしめ、直流入力電圧に対しては、可動磁石は、 $\theta_1 = \theta$ となる角位置で整定する。

3. ブロック線図と伝達関数

この指示計を構成する伝達要素の中には非線形要素があるが、入力スパンと動作範囲を決め、また、小振幅の運動に限定すると線形要素とみなせるので、第2章で述べた原理から指示系全体のブロック線図は Fig. 2 になる。これを等価変換すると入力 v_1 から出力 θ_1 までの伝達関数 G_0 は(1)式になる。

$$G_0 = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + G_3 G_4 + G_4 G_5 + G_1 G_2 G_3 G_4 G_6} \quad (1)$$

$G_1 \sim G_6$ は各要素の伝達関数であり、それらの特性を計算および実験から求めた。

3.1 G_1 : 増幅器の増幅度

IC を用いた比例演算増幅器は、耐雑音性を向上させるために、その入力段と出力段とに高域減衰フィルタを使用しているので、高周波領域まで考える場合は高次系としなければならないが、70 Hz 以下の周波数に対しては、比例ゲイン K_1 をもつ比例要素とみなせる。入力電圧 v_1 のスパン 10~50 mV の範囲で出力電圧 v のスパンは常に 11 V になるように K_1 を調整する。すなわち K_1 は $11 \text{ V}/10 \text{ mV} = 1100$ から $11 \text{ V}/50 \text{ mV} \approx 200$ の間で可変であり、 G_1 は(2)式で表される。

$$G_1 = K_1 \quad (K_1 = 1000 \sim 200 \text{ 可変}) \quad (2)$$

3.2 G_2 : 固定交叉コイルへの入力電圧 v と合成磁束密度の方向 θ との関係

Fig. 2 Block diagram

固定交叉コイルは、前述の増幅器の比例増幅域である 70 Hz 以下の周波数範囲では純抵抗とみなしてよい。

したがって、 v と θ との関係は、(3)式で表

わせる¹⁾。ここで v_f は θ をフ

ルスケール ($\pi/3$ rad) 変位させるに要する v であり、前述のごとく $v_f = 11 \text{ V}$ である。

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3} v / (2 v_f)}{1 - v / (2 v_f)} \text{ rad} \quad (3)$$

これを G_2 を用いて表わすと

$$\theta = G_2 \cdot v \text{ rad} \quad (4)$$

G_2 は線形要素にはならず、 v の関数となる。 v/v_f を横軸にとり、(3)式および(4)式により G_2 を図示したのが Fig. 3 である。

3.3 G_3 : 合成磁束密度の方向 θ と指示方向 θ_1 との差と、駆動トルク T_1 との関係

$\theta - \theta_1$ と T_1 との関係は、(5)式で表わされる¹⁾。

$$T_1 = \frac{4 \times 10^{-5} \sin(\theta - \theta_1)}{\cos(\pi/12 + \theta) + \sin(\pi/12 + \theta)} \text{ N} \cdot \text{m} \quad (5)$$

G_3 を用いて表わすと(6)式になる。

$$T_1 = G_3 \cdot (\theta - \theta_1) \text{ N} \cdot \text{m} \quad (6)$$

G_3 は線形要素にはならず、 $\theta - \theta_1$ および θ の関数となる。 $\theta - \theta_1$ を横軸にとり、 θ をパラメータとし、 G_3 を図示したのが Fig. 4 である。

3.4 G_4 : トルク $T_1 - T_2$ と指示方向 θ_1 との関係

G_4 は線形伝達要素であり、(7)式で表わされる。

$$G_4 = 1 / (I s^2) \quad (7)$$

Fig. 4 Transfer element G_3

Fig. 5 Outline dimensions of moving mechanism

(7) 式中の I は、Fig. 5 にその形状と寸法の概略を示す指示計可動部の慣性率であり、計算値を(8)式に示す。

$$I = 3.5 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (8)$$

3.5 G_5 : 指示方向 θ_1 からトルク T_2 への伝達関数

G_5 は空気抵抗によるほぼ角速度に比例する逆トルク T_2 を与える線形伝達関数であり、(9)式で表わされる。

$$G_5 = F_s \quad (9)$$

F は抵抗係数であり、ダンピングコイルを短絡することにより速度帰還電圧を常にゼロとし、指針に定常位置からの 5° 程度の変位を与えてのち、自由状態にして、その後の指針の自由減衰振動の減衰状況を観測することにより求めた。この減衰状況は Fig. 6 に表わされており、図中の (a) は目盛の中央部 ($\theta = \pi/6$ rad), (b) は目盛の約 $1/4$ の位置 ($\theta = \pi/12$ rad), (c) は零目盛の位置 ($\theta = 0$ rad) における減衰振動の実験結果である。目盛の $3/4$ の位置、目盛の最高位置における実験結果はおおの (b) および (c) とほぼ等しい。この結果から、振動の第 n 周期のピーク値を $y_n \text{ deg}$. として減衰率を求めると

$$(a) \quad y_n/y_{n+1} = 1.165 \quad (10. a)$$

$$(b) \quad y_n/y_{n+1} = 1.144 \quad (10. b)$$

$$(c) \quad y_n/y_{n+1} = 1.127 \quad (10. c)$$

合成磁束密度の方向すなわち指針が最終的に整定する位置によって減衰率が異なるのは、Fig. 4 より明らかのように、変位角度 $\theta - \theta_1$ が一定でも、 θ の方向に

Fig. 6 Oscillation without velocity feedback

よって駆動トルク T_1 が異なるためである。

可動部に抵抗係数 F のみで臨界制動を与えるための抵抗係数 F_c を求めるため、(1)式でダンピングコイル短絡の条件すなわち $G_6 = 0$ とおくと(1)式の特性方程式はつぎようになる。

$$1 + G_3 G_4 + G_4 G_5 = 0 \quad (11)$$

(11)式の根が等根になるような F が F_c である。

(7), (9)式を(11)式に入れて等根条件から

$$F_c = 2\sqrt{G_3 I} \text{ N} \cdot \text{m}/(\text{rad/s}) \quad (12)$$

G_3 は一定値ではないが、目盛の中央部の小振幅を考えると、(5), (6)式または Fig. 4 で $\theta = \pi/6$, $|\theta - \theta_1| \ll 1$ としたときの値になる。すなわち

$$G_3 = 2.83 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad} \quad (13)$$

(8), (13)式を(12)式に入れると

$$F_c = 6.29 \times 10^{-6}$$

$$\text{N} \cdot \text{m}/(\text{rad/s})$$

$$(14)$$

一方、抵抗係数 F, F_c と減衰率 y_n/y_{n+1} の間には、一般に知られたつぎの関係がある。

$$\log_e \frac{y_n}{y_{n+1}} = \frac{2\pi}{\sqrt{(F_c/F)^2 - 1}} \quad (15)$$

(10. a), (14) および(15)式から F を求めると

Fig. 7 Positional relationship between magnet and damping coils

Fig. 8 Coefficient of velocity feedback

$$F = 0.153 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}/(\text{rad/s}) \quad (16)$$

3.6 指示方向 θ_1 と帰還電圧 v_2 との関係

可動磁石の回転運動がその角速度に関係して両ダンピングコイルに電圧を誘起せしめる伝達関数であり、(17)式で表わされる。

$$G_5 = Qs \quad (17)$$

(17)式中の Q は、可動磁石の単位角速度当り両ダンピングコイルに誘起する電圧すなわち速度帰還係数であり、 Q の大きさは、両コイルの巻数の和 n と可動磁石の指示方向 θ_1 により決まる。実験では、Fig. 7 に可動磁石（指針はこれに固定されている）とダンピングコイルの相対位置が示されている指示計の回転可動軸を電動機で回転させ、ダンピングコイルに誘起する電圧をシンクロスコープで観測した。その結果の Q の値を Fig. 8 に図示する。 Q の値は、フルスケール指示角の中央部で大きく、両端部では中央部の約 0.87 倍になっている。Fig. 8 を数式化すると(18)式が得られる。

$$Q = 2.4 \times 10^{-6} n \sin(\pi/3 + \theta_1) \text{ V}/(\text{rad/s}) \quad (18)$$

熱電対入力指示計では、通常、スパンは 10~50 mV 程度であり、今回の設計では、入力スパン 18 mV のとき、目盛の中央部の小振幅の角運動が臨界制動状態になるように、実験によって巻数 n を求め

$$n = 1400 \quad (19)$$

となった。すなわち、コイルの巻数はおおよそ 700 ターンである。

3.7 臨界制動を与える入力スパンの計算

計算により、上記の諸条件下で指針の運動が臨界制動になるような入力スパンの値をつぎのように求めた。

入力電圧から指示値までの伝達関数(1)式に、(2)、(7)、(9)および(17)式で与えられる G_1, G_4, G_5 および G_6 を入れると、この系の特性方程式は(20)式になる。

Fig. 9 Damping ratio

$$Is^2 + (F + K_1 G_2 G_3 Q)s + G_3 = 0 \quad (20)$$

K_1, G_2, G_3 および Q を定数とみなすとこの系は 2 次系であり、臨界制動条件は

$$F + K_1 G_2 G_3 Q = 2\sqrt{IG_3} \quad (21)$$

(19)式および中央部の小振幅という条件では G_2, G_3 および Q はつぎのようになる。

$$G_2 = 0.105 \text{ rad/V} \quad (22)$$

$$G_3 = 2.83 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad} \quad (23. a)$$

$$Q = 3.36 \times 10^{-3} \text{ V}/(\text{rad/s}) \quad (24)$$

(22)~(24)式と(8)、(16)式の各値を(21)式に入れると $K_1 = 615$ となり、これはスパン 17.9 mV に相当し、予め決めた値とほぼ一致している。

4. 動特性パラメータの計算

前節で決定した各伝達要素の値と指示系の特性方程式(20)式とから、指針の運動を特徴づける 2 個のパラメータ、制動比と固有振動数とを、指針の運動は小振幅であると仮定して求めた。

4.1 制動比の計算

(20)式から導かれるこの 2 次系の制動比

$$\zeta = \frac{F + K_1 G_2 G_3 Q}{2\sqrt{IG_3}} \quad (25)$$

の値を、種々の入力スパンと指示目盛位置について計算し図示すると Fig. 9 になる。入力スパンが小さい場合や目盛の中央部の運動では過制動になりがちであり、入力スパンが大きい場合や目盛の両端部では不足制動になりがちであることを示している。

4.2 固有角振動数の計算

この系の固有角振動数は、(20)式からつぎのように表わせる。

$$\omega_n = \sqrt{G_3/I} \quad (26)$$

したがって、(a)目盛の中央部、(b)目盛の端部から約 1/4 の位置、(c)零目盛の位置、における固有角

振動数は(8)式および上記(a), (b), (c)の各場合における G_3 の値(23. a)式と

$$(b) \quad G_3 = 2.93 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m/rad} \quad (23. b)$$

$$(c) \quad G_3 = 3.27 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m/rad} \quad (23. c)$$

を(26)式に入れてつぎのように求まる.

$$(a) \quad \omega_n = 8.99 \text{ rad/s} = 1.43 \text{ Hz} \quad (27. a)$$

$$(b) \quad \omega_n = 9.15 \text{ rad/s} = 1.46 \text{ Hz} \quad (27. b)$$

$$(c) \quad \omega_n = 9.67 \text{ rad/s} = 1.54 \text{ Hz} \quad (27. c)$$

このように固有振動数が指示値によって異なるのは, 単位変位角度当りの駆動トルク T_1 が合成磁束密度の方向 θ によって異なるためである.

なお, 小振幅とみなせない運動では, ζ と ω_n は運動中時々刻々変化しており, 指示値の時間による変化は数値解法により求まるが, この論文では省略する.

5. 実験結果

前節で算出した動特性パラメータの値の確認と, 大振幅の場合の動特性を求めるための実験を行った. 指示計の上蓋を取外し, 指針の下に角度を目盛った平板を置き, 指針の運動を撮影機で撮影した.

5.1 過渡応答の実験

各種の入力スパン, 各種の指示角度でのステップ状入力に対する指示応答の実験を行った.

(1) 臨界制動条件でのステップ応答

Table 1 は, 入力スパン 18 mV の指示計について, 各種の指示位置における角度 5° および 30° に相当するステップ状入力を与えた場合の行きすぎ量と, そのステップ量に対する割合 (%) である. この実験結果から, 小振幅の場合は, 目盛の端部では不足制動, 中央部では臨界制動になっていることがわかる. 小振幅とはみなせないステップ量 30° の場合は, 時間にして大部分は不足制動の目盛範囲を通過するので結果は不足制動になっている. しかし, 行きすぎ量から見て, 最終整定位置での制動比の寄与が大きい.

Table 1 Over-shoot in response to step input (indicator span: 18 mV)

input step deg. initial → final		over-shoot deg. (% of step)	
5	0	0.7	(14)
0	5	0.6	(12)
20	15	0.3	(6)
15	20	0.2	(4)
35	30	0.0	(0)
30	35	0.0	(0)
30	0	2.3	(8)
0	30	0.5	(2)

Fig. 10 Response to step input
(a) indicator span: 15, 30, 45 mV
(b) indicator span: 45 mV

(2) 各種スパンの指示計のステップ応答

Fig. 10(a) は, 入力スパン 15 mV, 30 mV, 45 mV の 3 種類の指示計に, ステップ量 30° に相当するステップ入力を与えたときの, また, **Fig. 10(b)** は, 入力スパン 45 mV の指示計 5° に相当するステップ入力を与えたときの指示応答の実験結果である.

入力スパンが大きくなるにつれて行きすぎ量が大きくなるのがわかる. また, 最終指示値が目盛の端部に近いほど不足制動になるのは, **Table 1** の実験結果と一致している. なお, 入力スパンが小さく過制動の場合には, ダンピングコイルと並列に適当な値の抵抗を接続することによって, 制動比を任意の値に小さくできることが実験によって確認された.

5.2 固有角振動数を求める実験

3.5 で抵抗係数 F を求めるために自由減衰振動を観測したが, このとき測定して **Fig. 6** 中に記入してある第 12 周期までに要した時間から, (a) 目盛の中央部, (b) 目盛の端部から約 $1/4$ の部分, (c) 零目盛の位置, における減衰振動の角振動数を求めるとつぎの

ごとくになる。

$$(a) \quad \omega_d = 8.87 \text{ rad/s} \quad (28. a)$$

$$(b) \quad \omega_d = 9.11 \text{ rad/s} \quad (28. b)$$

$$(c) \quad \omega_d = 9.63 \text{ rad/s} \quad (28. c)$$

一方、自由減衰振動の角振動数 ω_d と固有角振動数 ω_n との間には(29)式の関係がある。

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-F/F_c}} = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-F/(2\sqrt{G_3 I})}} \quad (29)$$

したがって固有振動数 ω_n は(14), (16), (29)式または(8), (16)式, Fig. 4, (29)式からそれぞれ

$$(a) \quad \omega_n = 8.98 \text{ rad/s} = 1.43 \text{ Hz} \quad (30. a)$$

$$(b) \quad \omega_n = 9.22 \text{ rad/s} = 1.47 \text{ Hz} \quad (30. b)$$

$$(c) \quad \omega_n = 9.74 \text{ rad/s} = 1.55 \text{ Hz} \quad (30. c)$$

これらの実験から導びかれた固有振動数の値を理論計算値である(27)式と比べると、両者はきわめてよく一致している。

6. む す び

固定交叉コイル・可動磁石形指示計の動特性についての解析を行った。運動方程式が通常の可動コイル形指示計と違って常数係数線形微分方程式では表わされず、各種スパンの指示計について、指示値を変えて、運動は小振幅であると仮定して解いた。その結果は実験結果ときわめてよく一致し、定性的には以前から観測されていた特異な動特性を、定量的に大略下記のごとく把握することができた。

(1) 入力スパンによって制動比 ζ はかなり変わる。すなわち、目盛中央部の小振幅の運動においてスパン 18 mV のときに $\zeta=1$ となるように製作した指示計は、スパン 10 mV では $\zeta=1.51$ と過制動、スパン 50 mV では $\zeta=0.32$ と不足制動になる。

(2) 目盛上の指示位置によって ζ が異なる。すなわち、目盛の中央部で $\zeta=1$ にすると、両端では $\zeta=0.69$ となり不足制動になる。

(3) 目盛上の指示位置によって可動部の固有振動数が異なる。すなわち、目盛の中央部では 1.43 Hz、両端部では 1.55 Hz である。

(4) 小振幅とみなせない場合、たとえば目盛の中央部と端との間の約 30° にわたって指針が運動する場合は、最終整定位置での制動比の寄与が大きい。

参 考 文 献

- 1) 古野二三也：固定交叉コイル・可動磁石形温度指示計，計測自動制御学会論文集，11-1，57/62 (1975)
- 2) 多田 潔：電気指示計器，208/215，丸善出版 (1952)
- 3) 青木 晋，友田三八二：電気計器 (上巻)，145/194，修教社書院 (1938)
- 4) H. Heiden: Drehmagnet-Schalttafelinstrument, radio mentor, 14-10, 432/433 (1948)
- 5) K. Schüller and K. Brinkmann: Dauermagnete, 375/380, Springer-Verlag (1970)
- 6) A. Palm: Elektrische Messgeräte und Messeinrichtung, 39/40, Verlag von Julius Springer (1937)
- 7) 沼倉三郎：電気磁気測定，166，アルス (1939)