超安定離散時間モデル規範形適応制御系の設計[†]

鈴木 隆*・高島 誠 二*

Design of a Hyperstable Discrete Model Reference Adaptive Control System

Takashi SUZUKI* and Seiji TAKASHIMA*

This paper presents a scheme for designing a hyperstable discrete model reference adaptive control system, by using the augmented error signal concept proposed by Monopoli.

In our scheme, the error equation between the reference model and the plant outputs is transformed into an equivalent feedback system composed of a first order linear part and a nonlinear time varying part, by introducing an augmented error signal. The hyperstability of the adaptive control system can be assured by letting the transfer function of the linear part be strictly positive real and controlling the adjustable parameters according to an adaptive law. The condition for strictly positive real transfer function can be easily satisfied since the transfer function is of a first order in our scheme. The adaptive law can be implemented by solving a third order algebraic equation of the augmented error signal at each sampling instant. The control input to the plant is adaptively synthesized by employing the adjustable parameters and available signals in the system. The usefulness of the proposed scheme is demonstrated by the computer simulation carried out for a second order plant.

1. ま え が き

一般に適応制御系においては制御装置にかなり複雑な動作が要求されるので、制御装置の実現に当ってはディジタル形の電子計算機を用いることが望ましい。この場合、制御装置の動作は時間的に不連続となるので、適応制御系としての設計は離散時間形式でなされることが必要である。本論文では離散時間形式のモデル規範形適応制御系を Popov の超安定論^{1)~3)}に基づいて設計するための一手法について述べる。

離散時間形式の適応制御系を超安定論に基づいて設計する試みはすでに Bethoux と Courtiol⁴⁾ によってなされている。彼らの方法では、 k 時点での制御入力の決定に際し、 $(k+1)$ 時点における規範モデル・プラント間の出力誤差の値が要求されるが、適応制御系の場合、プラントのパラメータは元来未知であるため、 $(k+1)$ 時点における出力誤差の値は k 時点では知ることができず、したがって所要の制御入力の発生は近似的にしか実現しえなかった。このことは超安定論に基づいて設計がなされながら実現されたシステムは必ずしも超安定にはならない、ということ意味する。また、この設計法では、プラントが n 次の場合、安定条件として n 次の伝達関数の強正実化が要求されるが、一般にその実現はかなり面倒である。本論文では、Monopoli により導入された拡張誤差信号 (Augmented error signal) の概念⁵⁾を用いることにより、上記の問題点を巧みに解決しうる新しい設計法を示す。

拡張誤差信号の概念はプラントの入出力信号の測定値のみを用いて安定な適応制御系を構成するために導入されたもので、Monopoli ははじめこの概念を連続時間形式の適応制御系の設計に適用し⁶⁾、続いて Ionescu とともに離散時間形式の適応制御系に対してもその適用を試みた^{6), 7)}。Monopoli らは安定なシステムの設計手段として Liapunov の直接法を用いているが、この方法では、システムの安定性を保証する適応則を導出するために必要となるリアプノフ関数の選定が困難で、一般にかなりの熟練を要する。この傾向は離散時間形式の適応制御系の場合とくに顕著である。本論文では安定設計の手段として超安定論を用いるわけであるが、この方法はリアプノフ関数の選定という煩わしい問題はなく、設計手順はきわめて体系的で、より一般的な適応則を容易に導出しうるという利点をもっている。

以下では、まず次節において本論文で扱う問題を定式化し、続いて 3 節で拡張誤差信号の概念を導入し、

[†] 第 19 回自動制御連合講演会で発表 (昭 51・11)

* 防衛大学校 横須賀市走水 1-10-20

* National Defence Academy, Yokosuka

(Received January 12, 1977)

設計の基礎となる等価フィードバック系を導出する。

4節では、この等価フィードバック系に超安定論を適用することにより適応系の安定性を保証するための条件および適応則を導出する。ここに示す方法では、等価フィードバック系の線形部の伝達関数は1次系として表わされるので、安定条件として要求される線形部の伝達関数の強正実化はきわめて容易に実現しうる。また、ここに導出された適応則を実現するためには一般化拡張誤差信号の算出が必要となるが、5節にその計算方法を示す。最後の6節では、ここに示した設計法の有用性を確認するためになされた計算機シミュレーションの結果について述べる。

2. 問題の設定

まず、適応制御の対象となるプラントはつぎの差分方程式により記述されるものとする。

$$D_s(p)x(k) = D_u(p)u(k) \quad (1)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} D_s(p) &= p^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i p^i \\ D_u(p) &= \sum_{i=0}^m b_i p^i, \quad m \leq n-1, \quad b_m > 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

p は時間進め演算子($px(k) = x(k+1)$), a_i, b_i は未知定数。また、プラントの零点(すなわち、 $D_u(z)=0$ の根)はすべて z 平面上の単位円内にあるものとする。この仮定は適応制御系が不安定極によりプラントの零点を相殺することがないようにするために必要である。

ここで考える適応制御の目的は、プラントの出力 $x(k)$ を

$$D_M(p)x_M(k) = D_r(p)r(k) \quad (3)$$

ただし、

$$D_M(p) = p^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_{Mi} p^i, \quad D_r(p) = \sum_{i=0}^m b_{Mi} p^i \quad (4)$$

なる方程式で記述される規範モデルの出力 $x_M(k)$ に適応的に追従させることである。ここに、 $D_M(z)=0$ の根はすべて z 平面単位円内にあり、規範モデルは安定とする(以下ではこのような多項式のことを安定な多項式とよぶことにする)。本論文では、プラントの入出力信号のみを用いて安定な適応制御系が設計できるように、Monopoliの示した拡張誤差信号の概念を用い、超安定論に基づいて上記の目的を達成することにする。

3. 等価フィードバック系の導出

(3)式から(1)式を引き

$$x_M(k) - x(k) = e(k) \quad (5)$$

とおくと、

$$\begin{aligned} D_M(p)e(k) &= D_A(p)x(k) + D_r(p)r(k) \\ &\quad - D_u(p)u(k) \equiv \phi(k) \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、

$$D_A(p) = \sum_{i=0}^{n-1} \Delta a_i p^i, \quad \Delta a_i = a_i - a_{Mi} \quad (7)$$

ここで、補助信号 $w(k)$ を

$$D_w(p)w(k) = D_w(p)w(k+1) \quad (8)$$

ただし、

$$D_w(p) = p^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} d_i p^i \quad (9)$$

により定義する。ここに、 $w(k)$ は補助入力で、プラントの制御入力 $u(k)$ とともに後で決められる。また、多項式 $D_w(p)$ は安定とする。

つぎに、拡張誤差信号を

$$\eta(k) = e(k) + w(k) \quad (10)$$

として定義すると、(6),(8)式より

$$D_M(p)\eta(k) = D_w(p)(D_w(p)^{-1}\phi(k) + w(k+1)) \quad (11)$$

上式を z 変換し、その結果を $D_w(z)$ にて割り、ふたたび時間領域に戻すと、

$$\begin{aligned} (p + \alpha)\eta(k) &= D_w(p)^{-1}\phi(k) + w(k+1) \\ &\quad - D_w(p)^{-1} \sum_{i=0}^{n-2} q_i p^i \eta(k) + \zeta(k) \end{aligned} \quad (12)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \alpha &= a_{Mn-1} - d_{n-2}, \\ q_i &= a_{Mi} - d_{i-1} - \alpha d_i, \quad (d_{-1} = 0) \end{aligned} \quad (13)$$

また、 $\zeta(k)$ はシステムの初期値に依存したフィルタ $D_w(p)^{-1}$ の自由応答項で、

$$D_w(p)\zeta(k) = 0 \quad (14)$$

を満足する。 $D_w(p)$ は安定な多項式ゆえ、 $\zeta(k)$ は $k \rightarrow \infty$ のとき、 $\zeta(k) \rightarrow 0$ となる。

(12)式における右辺の第1項 $D_w(p)^{-1}\phi(k)$ には、(6)式より明らかなように、 $D_w(p)^{-1}D_A(p)x(k)$ 、 $D_w(p)^{-1}D_u(p)u(k)$ なる項が含まれるが、これらは、 $(n-m-1)$ 次の安定な多項式

$$D_f(p) = p^{n-m-1} + \sum_{i=0}^{n-m-2} f_i p^i \quad (15)$$

を用いると

$$D_w(p)^{-1}D_f(p)x(k) \\ = D_w(p)^{-1}D_f(p)^{-1}\left(\sum_{i=0}^{n-2}A_{1i}p^i u(k) + \sum_{i=0}^{n-1}A_{2i}p^i x(k)\right) \quad (16. a)$$

$$D_w(p)^{-1}D_u(p)u(k) \\ = b_m D_f(p)^{-1}u(k) \\ + D_w(p)^{-1}D_f(p)^{-1}\sum_{i=0}^{n-2}A_{3i}p^i u(k) \quad (16. b)$$

なる形に変形することができる。ここに、 A_{1i} , A_{2i} , A_{3i} はパラメータ a_i , b_i , d_i , f_i などに関係した未知定数である。(16. a) 式の関係は (1) 式の関係を用いることにより容易に証明しうる。

さて、(16) 式の関係 (12) 式に代入し、新変数 $v_i(k)$ を

$$\left. \begin{aligned} D_w(p)^{-1}D_f(p)^{-1}p^i x(k) &= v_{i+1}(k) \quad (i=0, 1, \dots, n-1) \\ D_w(p)^{-1}D_f(p)^{-1}p^i u(k) &= v_{n+i+1}(k) \quad (i=0, 1, \dots, n-2) \\ D_w(p)^{-1}D_f(p)^{-1}r(k) &= v_{2n}(k) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

として定義すると、(12) 式は

$$(p+\alpha)\eta(k) \\ = \sum_{i=1}^{2n}\beta_i v_i(k) - b_m D_f(p)^{-1}u(k) + w(k+1) \\ - D_w(p)^{-1}\sum_{i=0}^{n-2}q_i p^i \eta(k) + \zeta(k) \quad (18)$$

ここに、係数 β_i は変数 $v_i(k)$ に対応して (12) 式から決められる未知定数 (ただし、 $\beta_{2n}=1$) である。

ここで、調整パラメータ $q_i(k)$ ($i=0, 1, \dots, 2n$) を導入し、

$$D_f(p)^{-1}u(k) + w_1(k+1) = \sum_{i=1}^{2n} q_i(k+1)v_i(k) \quad (19)$$

$$w(k+1) = g_0(k+1)w_1(k+1) + (\alpha - \mu)\eta(k) \\ + D_w(p)^{-1}\sum_{i=0}^{n-2}q_i p^i \eta(k) \quad (20)$$

Fig. 1 Equivalent nonlinear feedback system

とおくと、(18) 式は

$$\eta(k+1) + \mu\eta(k) = \delta(k+1)^T v(k) + \zeta(k) \equiv f(k+1) \quad (21)$$

となる。ただし、

$$\left. \begin{aligned} \delta(k) &= [\delta_0(k), \delta_1(k), \dots, \delta_{2n}(k)] \\ v(k) &= [v_0(k), v_1(k), \dots, v_{2n}(k)] \\ \delta_i(k) &= \begin{cases} b_m + g_0(k) & (i=0) \\ \beta_i - b_m g_i(k) & (i=1, 2, \dots, 2n) \end{cases} \\ v_0(k) &= w_1(k+1) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ここで、さらに適応制御系の設計に直接用いる信号として一般化拡張誤差信号 $\varepsilon(k)$ を

$$\varepsilon(k) = \eta(k) + \nu\eta(k-1) \quad (23)$$

のように定義しておく。(21), (23) 式が設計の基本となる方程式である。式中の μ, ν はシステムの安定条件を満足するように決められるべき定数である。ここで (21) 式における $\delta(k)$ を誤差信号 $\varepsilon(l)$ ($l \leq k$) の関数として制御するものとすれば、(21), (23) 式のシステムは Fig. 1 に示すような等価非線形フィードバック系として表わすことができる。次節では、この等価フィードバック系に Popov の超安定論を適用することにより安定な適応制御系を設計する。

4. 適応制御系の安定設計

超安定論によれば²⁾、Fig. 1 のシステムはつぎの二つの条件が満足されるならば、漸近的超安定となり、 $k \rightarrow \infty$ において $\varepsilon(k) \rightarrow 0$ (したがって、 $\eta(k) \rightarrow 0$) が保証される。

条件 1: $f(k)$ より $\varepsilon(k)$ にいたる線形部の伝達関数

$$G(z) = \frac{z + \nu}{z + \mu} \quad (24)$$

が強正実であること。

条件 2: $\varepsilon(k)$ より $\phi(k)$ にいたる非線形時変部の入出力に関し、つぎの不等式がすべての整数 N (> 0) に対し成り立つこと (注 1)。

$$\sum_{k=0}^N \phi(k+1)\varepsilon(k+1) \leq \rho_0^2 \quad (25)$$

ただし、

$$\phi(k+1) = \delta(k+1)^T v(k)$$

ρ_0^2 : 初期条件にのみ依存した非負の定数

条件 1 は設計パラメータ μ, ν を

$$|\mu| < 1, |\nu| < 1 \quad (26)$$

のように選ぶことにより容易に満足させることができ

(注 1) $\zeta(k)$ は $k \rightarrow \infty$ のとき、0 に漸近するような時間関数であり、漸近超安定概念は大域的漸近安定概念を意味するので、Fig. 1 のシステムの超安定性は $\zeta(k) = 0$ として論ずれば十分である。

る。また、条件 2 は $\delta(k)$ を次式に従って制御することにより満足させることができる (証明は付録参照)。

$$\begin{aligned} \delta(k) = & \delta(k-1) - \Gamma v(k-1)\varepsilon(k) \\ & - A(v(k-1)\varepsilon(k) - v(k-2)\varepsilon(k-1)) \end{aligned} \quad (27)$$

ただし、

$$\Gamma > 0, \quad A + \frac{1}{2}\Gamma \geq 0$$

(27) 式は、

$$\left. \begin{aligned} \Gamma &= \text{diag} [\gamma_0, b_m \gamma_1, \dots, b_m \gamma_{2n}] \\ A &= \text{diag} [\lambda_0, b_m \lambda_1, \dots, b_m \lambda_{2n}] \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

として、調整パラメータ $g_i(k)$ について書き直すと、

$$\begin{aligned} g_0(k) = & g_0(k-1) - \gamma_0 v_0(k-1)\varepsilon(k) \\ & - \lambda_0(v_0(k-1)\varepsilon(k) - v_0(k-2)\varepsilon(k-1)) \end{aligned} \quad (29. a)$$

$$\begin{aligned} g_i(k) = & g_i(k-1) + \gamma_i v_i(k-1)\varepsilon(k) \\ & + \lambda_i(v_i(k-1)\varepsilon(k) - v_i(k-2)\varepsilon(k-1)) \\ & (i=1, 2, \dots, 2n) \end{aligned} \quad (29. b)$$

つぎに、制御入力 $u(k)$ 、補助入力 $w(k)$ を決定する。(19) 式より、

$$\begin{aligned} u(k) = & D_f(p)w_1(k+1) \\ = & \sum_{i=1}^{2n} [D_f(p)(g_i(k+1)v_i(k)) - g_i(k)D_f(p)v_i(k)] \\ & + \sum_{i=1}^{2n} g_i(k)D_f(p)v_i(k) \end{aligned} \quad (19')$$

したがって、 $u(k)$ 、 $w_1(k)$ はつぎのように決めることができる。

$$u(k) = \sum_{i=1}^{2n} g_i(k)D_f(p)v_i(k) \quad (30)$$

$$\begin{aligned} w_1(k) = & \sum_{i=1}^{2n} [g_i(k)v_i(k-1) \\ & - D_f(p)^{-1}(g_i(k-1)D_f(p)v_i(k-1))] \end{aligned} \quad (31)$$

補助入力 $w(k)$ は (31) 式を (20) 式に代入することにより

$$\begin{aligned} w(k) = & g_0(k)w_1(k) + (\alpha - \mu)\eta(k-1) \\ & + D_w(p)^{-1} \sum_{i=0}^{n-2} q_i p^i \eta(k-1) \end{aligned} \quad (20')$$

として求められる。(30) 式における信号 $D_f(p)v_i(k)$ は、(17) 式よりわかるように、 k 時点までの信号 $x(l)$ 、 $u(l)$ 、 $\tau(l)$ (ただし、 $l \leq k$) のみを用いて発生することができる。

かくして、安定条件 1, 2 により $k \rightarrow \infty$ において $\eta(k) \rightarrow 0$ 、 $\varepsilon(k) \rightarrow 0$ が保証されると、(29) 式より $g_i(k) = \text{const.}$ となる。したがって (31) 式より $w_1(k) \rightarrow 0$ 、その結果、 $w(k)$ も $w(k) \rightarrow 0$ となる。このとき (8) 式より、 $D_M(p)$ は安定ゆえ、 $y(k) \rightarrow 0$ 。したがって、 $e(k)$

$\rightarrow 0$ となり、 $x(k)$ の $x_M(k)$ への追従が保証される。

5. 一般化拡張誤差信号 $\varepsilon(k)$ の計算

(29) 式により k 時点において調整パラメータ $g_i(k)$ の値を決めるためには、その時点における一般化拡張誤差信号 $\varepsilon(k)$ の値を知らねばならない。この値はつぎのようにして求められる。

まず、 $\varepsilon(k)$ は、定義式より

$$\varepsilon(k) = e(k) + y(k) + v\eta(k-1) \quad (32)$$

と表わされる。上式における $y(k)$ は (8) 式より

$$\begin{aligned} y(k) = & w(k) + \sum_{i=0}^{n-2} d_i w(k+1+i-n) \\ & - \sum_{i=0}^{n-1} a_{M,i} y(k+i-n) \end{aligned} \quad (33)$$

として与えられ、したがってこの値を求めるには $w(k)$ の値を知らねばならない。 $w(k)$ は (20)' 式により与えられるが、これを求めるには $g_0(k)$ 、 $w_1(k)$ の値が必要となる。(29. a)、(31) 式より明かなように、 $g_0(k)$ は $\varepsilon(k)$ 、 $w_1(k) (=v_0(k-1))$ に依存し、 $w_1(k)$ は $g_i(k)$ を介して $\varepsilon(k)$ に依存する。したがって、(32) 式は、 $\varepsilon(k)$ に関し整理すると、

$$C_3(k)\varepsilon(k)^3 + C_2(k)\varepsilon(k)^2 + C_1(k)\varepsilon(k) + C_0(k) = 0 \quad (34)$$

なる形の 3 次の代数方程式となる。ここに、 $C_i(k)$ は

$$C_3(k) = (\gamma_0 + \lambda_0)\xi_1(k)^2$$

$$C_2(k) = 2(\gamma_0 + \lambda_0)\xi_1(k)\xi_2(k)$$

$$C_1(k) = 1 - \xi_1(k)\xi_3(k) + (\gamma_0 + \lambda_0)\xi_2(k)^2$$

$$C_0(k) = -e(k) - v\eta(k-1)$$

$$- \sum_{i=0}^{n-2} d_i w(k+1+i-n)$$

$$+ \sum_{i=0}^{n-1} a_{M,i} y(k+i-n) - (\alpha - \mu)\eta(k-1)$$

$$- D_w(p)^{-1} \sum_{i=0}^{n-2} q_i p^i \eta(k-1) - \xi_2(k)\xi_3(k)$$

$$\xi_1(k) = \sum_{i=1}^{2n} (\gamma_i + \lambda_i)v_i(k-1)^2$$

$$\xi_2(k)$$

$$\begin{aligned} = & \sum_{i=1}^{2n} [(g_i(k-1) - \lambda_i \varepsilon(k-1)v_i(k-2))v_i(k-1) \\ & - D_f(p)^{-1}(g_i(k-1)D_f(p)v_i(k-1))] \end{aligned}$$

$$\xi_3(k) = g_0(k-1) + \lambda_0 \varepsilon(k-1)v_0(k-2) \quad (35)$$

上式からわかるように、 $C_i(k)$ は k 時点で測定された規範モデル・プラント間の出力誤差 $e(k)$ と $(k-1)$ 時点までに得られた $\varepsilon(l)$ 、 $w(l)$ 、 $y(l)$ 、 $\eta(l)$ 、 $v_i(l)$ 、 $g_i(l)$ に関するデータから計算可能である。したがって、上の代数方程式は k 時点において出力誤差 $e(k)$ が測定され

Fig. 2 Configuration of the adaptive control system for a second order plant

次第、ただちに解くことができ、この結果求められた $\varepsilon(k)$ の値を調整パラメータ $g_i(k)$ の制御に用いることが可能である(注2)。

6. 計算機シミュレーション

上述した適応制御系の動作を検討するために、プラントがつぎのような2次系として表わされる場合について計算機シミュレーションを行った。

$$(p^2 + a_1 p + a_0)x(k) = (b_1 p + b_0)u(k) \quad (36)$$

ただし、 a_1, a_0, b_1, b_0 : 未知定数、 $b_1 > 0$

Fig. 3 Simulation results for a second order plant

(注2) (34)式の3次代数方程式はCardanoの方法⁹⁾を用いて代数的に解くことができる。(34)式の根は一般に実根が1個の場合と3個の場合があるが、実根が3個の場合でも各根は共に超安定のための条件(25)式を満足するので、いずれの根を採用するかは任意でよい。

この例では、 $n=2, m=1$ ゆえ、 $D_m(p)=p+d_0, D_f(p)=1$ となり、この場合の適応制御系はFig. 2のようになる。図において、一般化拡張誤差信号 $\varepsilon(k)$ は、実際には(34)式の代数方程式を解くことにより求められる。この場合、(34)式は、 $q_0(0) \leq 0$ である限り、1個の実根と一対の複素共役根をもつ。

Fig. 3 は、各設計パラメータを

$$a_{M1}=0.12, a_{M0}=0.14, b_{M1}=0.86, b_{M0}=0.40,$$

$$d_0=0.4, \mu=-0.4, \nu=0,$$

$$\gamma_i=1.0, \lambda_i=-0.25 \quad (i=0, 1, \dots, 4)$$

とし、プラントの未知パラメータは

$$a_1=-0.30, a_0=0.36, b_1=0.50,$$

$$b_0=0.35,$$

基準入力 $r(k)$ は、 $r(k)=1.0 \sin(0.628k)$ とし

た場合のシミュレーション結果の一例を示した

ものである。この例では、調整パラメータ $g_i(k)$ の初期値はすべて0としたが、プラントの出力 $x(k)$ は約15サンプリングで規範モデルの出力 $x_M(k)$ に一致しており、適応制御系として十分有効に動作していることがわかる。この場合、 $r(k)$ としては正弦波を用いているので、各調整パラメータ $g_i(k)$ は $\delta_i(k)$ を0とするような値には収束せず、ただ $\delta(k+1)r(k)=0$ なる関係を満足する値に収束するだけである。しかし、適応制御系にあってはプラントの出力 $x(k)$ が規範モデルの出力 $x_M(k)$ に一致さえすればよいので、上記の点は問題ではない。

適応ゲイン γ_i, λ_i は適応の速度を左右するパラメータであり、 γ_i は大きくするにつれてプラント・モデル間の出力誤差 $e(k)$ の収束は早められる。しかし、その傾向は飽和的であり、ある値(上の例では、1.0程度)以上になると収束の様子はほとんど変らなくなる。また λ_i のほうは、シミュレーションによる検討の結果では、 $\lambda_i = -\gamma_i/4$ 程度に選ぶのが良いようである。ただし、この場合でも、 $\lambda_i=0$ とした場合に比べ、適応の初期における応答が多少改善される程度であり、実用に際しては、 $\lambda_i=0$ として差しつかえない。

なお、 $r(k)$ として矩形波、不規則信号を用いた場合にもシステムが期待どおりに動作することもシミュレーションにより確かめられている。

7. あとがき

以上、超安定論に基づいて安定な離散時間モデル規範形適応制御系を設計する方法を示した。本方法による適応制御系は拡張誤差信号の概念を用いているの

で、プラントの現時点までの入出力データのみを用いて実現することができ、また安定条件の実現も容易であるという特徴をもっている。

本論文では $\mu, \nu, d_i, f_i, \gamma_i, \lambda_i$ などの設計パラメータは、システムの安定性を保証するという観点から、その選定すべき範囲だけが指定されているが、これらのパラメータの最適な選び方は今後の研究課題であって、適応の速度、雑音の影響などの観点から論ずべきものと思われる。

参考文献

- 1) V.M. Popov: Hyperstability of Control Systems, Springer-Verlag (1973)
- 2) I.D. Landau: Hyperstability Concepts and Their Application to Discrete Control Systems, Preprints of 13th JACC, 373/381, Stanford (1972)
- 3) I.D. Landau: Design of Discrete Model Reference Adaptive Systems Using the Positivity Concept, Proc. of 3rd IFAC Symposium on Sensitivity, Adaptivity and Optimality, 307/314, Ishia, Italy (1973)
- 4) G. Bethoux and B. Courtiol: A Hyperstable Discrete Model Reference Adaptive Control System, Proc. of 3rd IFAC Symposium on Sensitivity, Adaptivity and Optimality, 282/289, Ishia, Italy (1973)
- 5) R.V. Monopoli: Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-19, 474/484 (1974)
- 6) T. Ionescu and R.V. Monopoli: Discrete Model Reference Adaptive Control for Single Input Single Output Plants, Proc. of Milwaukee Symposium on Control and Computer Engineering, 49/56 (1975)
- 7) T. Ionescu and R.V. Monopoli: Discrete Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal, Proc. of IFAC 6th World Congress, Paper No. 50.5, Boston (1975)
- 8) たとえば、磯田、大野監修: Fortranによる数値計算ハンドブック, 450/456, オーム社 (1971)

《付 録》

((27)式が(25)式を満足することの証明)

((27)式は表現をかえると,

$$\left. \begin{aligned} \delta(k) &= \delta_I(k) - A v(k-1) \varepsilon(k) \\ \delta_I(k) &= \delta_I(k-1) - F v(k-1) \varepsilon(k) \end{aligned} \right\} \quad (A.1)$$

のように表わすことができる。このとき(25)式における $\phi(k+1)$ は

$$\begin{aligned} \phi(k+1) &= \delta(k+1)^T v(k) \\ &= \left(\delta_I(k) - \frac{1}{2} F v(k) \varepsilon(k+1) \right)^T v(k) \\ &\quad - v(k)^T \left(\frac{1}{2} F + A \right) v(k) \varepsilon(k+1) \\ &= \phi_1(k+1) + \phi_2(k+1) \end{aligned} \quad (A.2)$$

ただし,

$$\phi_1(k+1) = \left(\delta_I(k) - \frac{1}{2} F v(k) \varepsilon(k+1) \right)^T v(k) \quad (A.3)$$

$$\phi_2(k+1) = -v(k)^T \left(\frac{1}{2} F + A \right) v(k) \varepsilon(k+1) \quad (A.4)$$

つぎに

$$\sum_{k=0}^N \phi_1(k+1) \varepsilon(k+1) \leq \rho_0^2 \quad (A.5)$$

$$\sum_{k=0}^N \phi_2(k+1) \varepsilon(k+1) \leq 0 \quad (A.6)$$

なる不等式が成り立つことを証明する。はじめに、(A.6)式について考える。(A.4)式を(A.6)式の左辺に代入すると、

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^N \phi_2(k+1) \varepsilon(k+1) \\ &= - \sum_{k=0}^N v(k)^T \left(\frac{1}{2} F + A \right) v(k) \varepsilon(k+1)^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (A.7)$$

$$\left(\because \frac{1}{2} F + A \geq 0 \right)$$

つぎに、(A.5)式について考える。(A.3)式を(A.5)式の左辺に代入すると、

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^N \phi_1(k+1) \varepsilon(k+1) \\ &= \sum_{k=0}^N \left(\delta_I(k) - \frac{1}{2} F v(k) \varepsilon(k+1) \right)^T v(k) \varepsilon(k+1) \end{aligned} \quad (A.8)$$

ところで、(A.1)式より

$$\left. \begin{aligned} \delta_I(k) - \frac{1}{2} F v(k) \varepsilon(k+1) &= \frac{1}{2} (\delta_I(k+1) + \delta_I(k)) \\ v(k) \varepsilon(k+1) &= -F^{-1} (\delta_I(k+1) - \delta_I(k)) \end{aligned} \right\} \quad (A.9)$$

上記の関係を(A.8)式に代入すると、

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^N \phi_1(k+1) \varepsilon(k+1) \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{k=0}^N (\delta_I(k+1) + \delta_I(k))^T F^{-1} (\delta_I(k+1) - \delta_I(k)) \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{k=0}^N (\delta_I(k+1)^T F^{-1} \delta_I(k+1) - \delta_I(k)^T F^{-1} \delta_I(k)) \\ &= -\frac{1}{2} (\delta_I(N+1)^T F^{-1} \delta_I(N+1) - \delta_I(0)^T F^{-1} \delta_I(0)) \\ &\leq \frac{1}{2} \delta_I(0)^T F^{-1} \delta_I(0) \equiv \rho_0^2 \quad (\because F > 0) \end{aligned} \quad (A.10)$$

かくして、(A.5)、(A.6)式が証明された。したがって、(25)式の関係が満足されることがわかる。