ボンドグラフにおけるストローク・矢印の適切な割りつけ方†

須田 信英*・榎 明夫*

On the Adequate Augmentation of Bond Graphs

Nobuhide SUDA* and Akio ENOKI*

In the present paper is established the theoretical basis for augmentation of bond graphs, that is for assignment of strokes and arrows on bonds. We give a precise definition of "adequateness" of bond graphs and then obtain a necessary and sufficient condition, as well as a simple algorithm, for the adequate augmentation.

1. はじめに

ボンドグラフ^{1),2)}は電気系・力学系・流体系などの工学システムを、そのパワーの保存則に着目してモデル化するための有力な手段であり、すでにいろいろのシステムのモデルとして活用されている^{3)~4)}。システムをボンドグラフで表わし、その状態方程式を導く過程はつぎの3段階に分けることができよう。

(1) 素子相互間のパワーの流れをボンドと接点をを用いて表わす。

(2) それぞれのボンドに、パワーの流れを表わす矢印と変数間の入出力関係を表わすストロークをつける(これをボンドグラフの augmentation という)。

(3) augment されたボンドグラフから状態方程式を導く。

このうち第1段階は教科書^{1),2)}に詳しく述べられており、第3段階についての Rosenberg⁴⁾の研究はボンドグラフが適切に augment されているものとして行われているが、第2段階についての研究はまだ十分にされていない。筆者らは、ボンドグラフの構造について研究し^{5)~7)}、ある限定されたクラスのボンドグラフを対象として第2段階に関する考察を行った。ストローク・矢印の満たすべき条件、およびその条件を満たすようにストローク・矢印を割りつける手順を求め

た。Ort, Martens^{8),9)}や Perelson^{10),11)}もストローク・矢印の条件を述べているが、そのつけ方の手順は示していない。また彼らは、任意の構造のボンドグラフに対してある結果が成り立つとしているが、これは一般には正しくない。

本論では、従来の考察^{5)~7)}を発展させ、第2段階についての理論を体系化しようとするもので、そのために Ort ら^{8),11)}が用いた接点構造行列 (Junction Structure Matrices) とは異なる、ボンドグラフの新しい行列表現¹²⁾を採用している。ボンドグラフがシステムモデルとして「適切」であるための条件を精密に定義し、その条件を満たすためのストローク・矢印に関する必要十分条件を求めている。与えられたボンドグラフに対するストローク・矢印のつけ方は一般には一意でないが、適切なつけ方を行ったものはすべて互いに等価であることを示す。こうして、ボンドグラフにストローク・矢印が適切につけられている限り、ボンドグラフの意味は明確になっている。またストローク・矢印を適切につけるための手順が基本行列の計算から求められることを示す。

なお本論で対象とするボンドグラフは、有限かつ連結でセルフループを含まないものとする。簡単のため、単ポート素子と n ポート接点 ($n \geq 1$) から成るものを考えるが、多ポート素子を含む場合への一般化は可能である。

2. 用語と記号

標準的な用語は教科書^{1),2)}にあるので、ここでは本論で用いる標準的でない用語と記号の定義を述べる。素子と接点を結ぶボンドを外部ボンドといい、その本数を N_E とする。接点同志を結ぶボンドを内部ボンドといい、その本数を N_I とする。0 接点の個数を N_0 、1 接点の個数を N_1 とする。0 接点に接続する外部ボンドの本数を N_{E0} 、1 接点に接続する外部ボンドの本数を N_{E1} とする。明らかに $N_{E0} + N_{E1} = N_E$ である。横断変数を v 、通過変数を i で表わす(注1)。素子の横

† 第5回制御理論シンポジウムで発表(昭51・5)

* 大阪大学基礎工学部 豊中市待兼山町 1-1

* Faculty of Engineering Science, Osaka University, Toyonaka

(Received October 22, 1976)

断変数ベクトルを v_E , 通過変数ベクトルを i_E として, 0 接点に対応する横断変数ベクトルを v_{0J} , 1 接点に対応する通過変数ベクトルを i_{1J} とする. 横断変数と通過変数の関係式を

$$[A_E \ A_J] \begin{bmatrix} v_E \\ v_{0J} \end{bmatrix} = 0 \quad [B_E \ B_J] \begin{bmatrix} i_E \\ i_{1J} \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$

として, 基本行列を

$$A \triangleq (I - A_J A_J^{-1}) A_E \quad B \triangleq (I - B_J B_J^{-1}) B_E \quad (2)$$

とする¹²⁾. ボンドでストロークのついている端を S 端 (stroke 端), ついていない端を N 端 (no stroke 端) という. ボンド b_k が接点 j_{k-1} と j_k を結んでいるとして, 接点とボンドが交互に並んだ系列 $j_0 b_1 j_1 \dots j_{n-1} b_n j_n$ で, 同一の接点, 同一のボンドが 2 度以上現われないものを路という. 接点 j_0 から j_n への路で, すべてのボンド b_k の N 端 (S 端) が接点 j_{k-1} に接続しているもの ($k=1, \dots, n$) を j_0 から j_n への N-S 路 (S-N 路) という. $j_0 \equiv j_n$ の路をボンド環またはボンド多角形といい, $j_0 \equiv j_n$ の N-S 路 (または S-N 路) を回帰環という (注2). ボンド環を構成するボンドを辺といい, 取除くとボンドグラフが二つの連結成分に分かれるようなボンドを峽という. 明らかに, ボンドは辺でないならば峽であり, 峽でないならば辺である. ボンドグラフの連結部分グラフがボンド環を含まず, 残りの部分と 1 本の峽で結合しているとき, その部分グラフをボンド鎖という. ボンド鎖で, 他のボンド鎖の真部分集合となっていないものを極大ボンド鎖という. ボンドグラフからすべての極大ボンド鎖を除いた残りの部分をボンドグラフの核という. 核に含まれる接点を核接点, 核接点同志を結ぶボンドを核ボンドという.

3. 対象とするボンドグラフのクラス

はじめに以後の解析でときどき用いる二つの等価変換則を示す^{11), 2), 5)}.

E1) 「 n_1 ポートと n_2 ポートの同種の二つの接点が降り合ってボンドで結ばれたものは, それと同じ種類の (n_1+n_2-2) ポート接点と等価である.

E2) 「2 ポート接点は, 矢印が接点を「通り抜ける」ようについていれば, それと同じ向きをもつ 1 本のボンドと等価である. すなわち $-1-1$ は $-$ に, $-0-$ は $-$ に等価である.」

単ポート 0 接点は零通過変数源に, 単ポート 1 接点

は零横断変数源に等価であるので, 以下一般性を失うことなく, 対象とするボンドグラフに単ポート接点を含まないものとする. また文献 12) により冗長な接点とボンドを含まないものとする.

ボンドグラフの構造に関して,

条件 1 「核 1 接点に接続する核ボンドの数は 2 本である.」, 条件 2 「核 1 接点に接続する辺の数は 2 本または 0 本である.」という二つの条件を定め, これを用いてボンドグラフをつぎのようにクラス分けする.

【定義 1】 条件 1 を満足するボンドグラフをクラス I という. (必要ならば) E1) を適用して条件 2 を満たすようにできるものをクラス II という.

(注意) (i) ボンドが辺ならばそれは必ず核ボンドになるので, 条件 1 を満たすボンドグラフは条件 2 も満足する. つまり, クラス I にクラス II が成り立つ.

(ii) クラス II のボンドグラフは適当に分割して, いくつかのクラス I の部分グラフに分けることができる¹⁷⁾ので, クラス I についての考察は容易にクラス II へ一般化できる.

(iii) 最も重要なことは

【補題 1】^{6), 7)} 任意の回路グラフは等価なクラス I のボンドグラフに変換できる. 任意のクラス II のボンドグラフは等価な回路グラフに変換できる.

という性質があるので, 回路グラフで表現できるシステムはクラス I でも表現できる. クラス II を定義したのは, クラス II を用いるとより簡潔な表現ができる場合があるからである.

これらの観点より, 以後の考察では対象をクラス I のボンドグラフに限定する.

4. 適切性の条件

ボンドグラフがシステムのモデルとして「適切」であるということの正確な定義を与えよう.

ストロークのつけ方に関して

C1) 「0 接点 (1 接点) では, ある 1 本のボンドは S 端 (N 端) が, 残りのボンドは N 端 (S 端) が当該接点側に向いている.」

という条件が満たされなければならないことはよく知られている¹¹⁾⁻¹³⁾. 一般に一つのボンドグラフを与えたとき, C1) を満たすストロークのつけ方は一意でなく, また矢印についてもそのつけ方は一意でない. そこでどのようなつけ方が適切であるかを考察する.

【例 1】 Fig. 1 の三つのボンドグラフを考える.

(a) のボンドグラフの基本式は (2. a) のようになる.

$$\begin{aligned} v_1 + v_3 - v_4 &= 0 & -i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \\ v_2 - v_3 + v_4 &= 0 & i_1 - i_2 + i_4 &= 0 \end{aligned} \quad (2. a)$$

(注1) 本論では前稿¹¹⁾⁻¹³⁾と同じく力-電流相似系を用いる. 教科書^{11), 12)}における effort が横断変数に, flow が通過変数にあたる.

(注2) Ort, Martens⁸⁾ は causal loop と呼んでいる.

Fig. 1 Examples of bond graphs

この場合、四つの素子の出力は v_1, v_2, i_3, i_4 であるが (2. a) 式によるとそれらは互いに無関係ではありえない。また素子への入力 i_1, i_2, v_3, v_4 であるがそれらは一意に定まらず、(2. a) 式によって差 $(v_3 - v_4), (i_1 - i_2)$ が与えられるだけである。素子の出力は他の素子とは無関係に任意に選ぶことができなければならない。またどの素子への入力もいくつかの素子の出力によって一意に定まらねばならないので、このストローク・矢印のつけ方は適切とはいえない。

(b) のボンドグラフの基本式は

$$\begin{aligned} v_1 &= -v_3 + v_4 & i_3 &= i_1 + i_2 \\ v_2 &= -v_3 - v_4 & i_4 &= -i_1 + i_2 \end{aligned} \quad (2. b)$$

となり、この場合はすべての素子の出力 v_3, v_4, i_1, i_2 は任意に選ぶことができ、素子への入力 v_1, v_2, i_3, i_4 も出力の代数和として表わされている。

(c) のボンドグラフは、矢印は (b) と同じままでストロークのつけ方を変えたものだが、その基本式は

$$\begin{aligned} v_1 &= v_2 + 2v_4 & i_2 &= -i_1 + i_3 \\ v_3 &= -v_2 - v_4 & i_4 &= -2i_1 + i_3 \end{aligned} \quad (2. c)$$

となり、この場合は入力 v_1, i_4 が出力の代数和となっていない。システムを構成する素子の横断変数や通過変数の関係式は、キルヒホフの法則・力のつり合い・流量の保存則などによって規定されるもので、それはつねにある一組の変数の代数和がゼロという形をとる。したがって許されるストロークのつけ方に対しては、どの素子への入力もいくつかの素子の出力の代数和となるべきで、(c) の矢印のつけ方はこの要求を満たしていない。

同一のボンドグラフで異なるストローク・矢印のつけ方をしたものは何らかの意味で互いに等価でなければならない。ここで等価性をつぎのように定義する¹²⁾。

【定義 2】 同じ一組の素子を含む二つのボンドグラフ B_1 と B_2 があって、それぞれの基本式がつぎのように表わされているとする。

$$B_1: A v_E = 0 \quad B i_E = 0 \quad (3)$$

$$\tilde{B}_2: \tilde{A} v_E = 0 \quad \tilde{B} i_E = 0 \quad (4)$$

このとき適当な符号マトリクス^(注3) Σ_v, Σ_i が存在して

$$\mathcal{N}(A) = \mathcal{N}(\tilde{A} \Sigma_v) \quad (5)$$

$$\mathcal{N}(B) = \mathcal{N}(\tilde{B} \Sigma_i) \quad (6)$$

が成り立つとき(注4)、 B_1 と B_2 は等価であるという。

以上のことよりボンドグラフのストローク・矢印のつけ方に関する適切性の条件をつぎのように定める。

【A】 S 端につく素子の通過変数と N 端につく素子の横断変数は任意に与えることができ、かつこれらの値を固定すると S 端につく素子の横断変数と N 端につく素子の通過変数が一意に定まる。

【B】 矢印のつけ方を固定したとき、条件 [A] を満たすどのようなストロークのつけ方をしても、S 端につく素子の横断変数はいくつかの N 端につく素子の横断変数の代数和として、N 端につく素子の通過変数はいくつかの S 端につく素子の通過変数の代数和として表わされる。

【C】 許されるストローク・矢印のつけ方はすべて定義 2 の意味で等価でなければならない。

5. ストローク・矢印の適切なつけ方

まず C1) に加えてボンド環に対するストローク・矢印のつけ方に二つの条件を定める。

C2) 「帰環は存在しない。」

ここで等価変換則 E1) により、ボンド環は n 個の 1 接点と n 個の 0 接点交互に並びそれらを $2n$ 本のボンドが結んでいるとする。ボンド環を構成する偶数本のボンドのうち、矢印が時計回りに向いているボンドの数が偶数本のとき、そのボンド環を偶環、奇数本のとき奇環という。

C3) 「すべてのボンド環は偶環である。」

条件 C3) はつぎの C3A) と同値である。

C3A) 「ボンド環を一定の方向に一周するとき、0 接点、1 接点で矢印が反転する回数はそれぞれ偶数回である。」

これらの条件の重要性は、筆者^{5), 6)} と Ort^{8), 9)} によって独立に指摘された。

以上の条件を用いて、ストローク・矢印の適切なつけ方についてのつぎの定理を得る。

《定理 1》 クラス I の任意のボンドグラフに対して
i) 条件 [A], [B] が成り立つ必要十分条件は、ストローク・矢印のつけ方が C1), C2), C3) を満足する

(注3) 対角要素が +1 または -1 に限られる対角マトリクスのこと。

(注4) $\mathcal{N}(\cdot)$ は零空間を表わす。

ことである。そして

ii) C1), C2), C3) を満たす限りどのようなストローク・矢印のつけ方をしてもそれらは定義 2 の意味で互いに等価である。

(証明) i) (十分性) S 端の素子 X の横断変数 v_x は、その素子から出発して S-N 路をたどっていくことにより求められる。C1) によりそうした S-N 路はつねに存在し、C2) を満たすからその S-N 路は必ず N 端の素子に達して終る。この N 端の素子の一つを Y とすると、クラス I のボンドグラフでは X から Y への S-N 路は (a) 終始 1 本であるか (b) 途中の 1 接点で二つに枝分かれしてある 0 接点で合流する部分を含むかのいずれかに限られる。(a) の場合は $v_x = \sigma v_r + \dots$ となり、途中の 1 接点での矢印の反転回数が偶数ならば $\sigma = +1$ 、奇数ならば $\sigma = -1$ である。(b) の場合、C3) を満たすと必ず二つの路の効果が相殺し v_x は v_r に無関係となる。こうして S 端の素子 X の横断変数 v_x は、 X から 1 本の S-N 路をたどって到達する N 端の素子の横断変数の代数和として表わされる。N 端の素子の通過変数についても同様である。(必要性) C1) の必要性は自明である。C1) が満たされていて、ボンドグラフに帰帰環 R_1 が存在したとする。 R_1 上の 1 接点につくボンドで R_1 上にないボンドのすべてを $1, 2, \dots, K$ とし、 R_1 上の 0 接点につき R_1 上にないボンドの一つを 0 とすると、 R_1 が偶環のとき

$$\sum_{k=1}^K \pm v_k = 0 \quad (7)$$

が成り立ち、 R_1 が奇環のとき

$$\sum_{k=1}^K \pm v_k = 2v_0 \quad (8)$$

が成り立つ。ボンドグラフがクラス I だからボンド $1, 2, \dots, K$ は核ボンドではあらず、したがって v_k ($k=1, 2, \dots, K$) は N 端の素子の横断変数のある代数和で表わされる。それを (7) 式に代入すると、N 端の素子の横断変数のある代数和がゼロとなり条件 [A] が満たされない。またクラス I のボンドグラフで C1) を満たすとき、ボンド 0 から出発した N-S 路は他の帰帰環に達することなく必ず S 端の素子に到達することが示される。この素子の一つを X とすると、 v_x は v_0 といくつかの N 端の素子の横断変数との代数和で表わされ、(8) 式より条件 [B] が満たされない。最後に C1), C2) は満たされているが C3) が満たされていないと

Fig. 2
An example of
bond graph
which is not in
the class II

する。この C3) を満たさないボンドグラフに対して、C1), C2) を満たし、かつそれに含まれる奇環が (b) の形になるように各ボンドのストロークをつけかえることができる。このとき $v_x = \pm 2v_r + \dots$ となり条件 [B] が満たされない。

ii) の証明は文献 12) を参照されたい。(QED.)

定理 1 の証明よりつぎの結果が得られる。

[系 1] C3) が満たされているとき、条件 [A] が成り立つための必要十分条件はストロークのつけ方が C1), C2) を満足することである。

ここでふたたび例 1 をみてみると、Fig. 1(a) のボンドグラフには帰帰環が存在するので条件 [A] が満たされない。(b), (c) では矢印のつけ方が C3) に反しているので条件 [B] が満たされないことがわかる。

定理 1 は必ずしも任意の構造のボンドグラフに対しては成り立たない。Fig. 2 はクラス II に属しないボンドグラフの一例である。このボンドグラフはストローク・矢印のつけ方が C2), C3) を満たしていないが条件 [A], [B] を満たしている。

ところでボンドグラフの等価変換則は前述の E1), E2) に加えてつぎの E3), E4) が成り立つ (Fig. 3)。
E3) 「 $n=1$ のボンド環(注 5)はそれを構成する 2 本のボンドを消去できる。」

E4) 「 $n=2$ のボンド環(注 5)はそれと等価なボンド鎖に変換できる。」

Fig. 3 Equivalence rules of the bond graph manipulation

これらの変換則は特定のストローク・矢印のつけ方に対して成り立つものであったが、実は上の条件 C1), C2), C3) を満たす限りどのようなつけ方をしても成り立ち、これらの条件のうち一つでも満たさないならば成り立たないことが明らかになった。

6. ストローク・矢印を適切につける手順

ここでは C1)~C3) を満たすようにストローク・矢印をつけるための手順を考察する。はじめに外部ボンドのストロークに関連して二つの性質を述べる。

[補題 2] S 端に素子のつく外部ボンドの本数を ν_S , N 端に素子のつく外部ボンドの本数を ν_N とすると、C1) が満たされているとき次式が成り立つ。

$$\nu_S = N_{E0} + N_1 - N_0$$

$$\nu_N = N_{E1} + N_0 - N_1$$

(証明) C1) が満たされているので、N 端 (S 端) が 1 接点 (0 接点) を向いているボンドの数は $N_1(N_0)$ 本である。またすべての内部ボンドは 1 接点と 0 接点を結んでいるので、N 端が 1 接点を向いているボンドは同時に S 端が 0 接点を向いている。そのような内部ボンドの数を ν 本とすると、N 端が 1 接点を向いている外部ボンドの数は $(N_1 - \nu)$ 本、S 端が 0 接点を向いている外部ボンドの数は $(N_0 - \nu)$ 本となる。0 接点に接続するすべての外部ボンドの数は N_{E0} 本だから、N 端が 0 接点を向いている外部ボンドの数は $\{N_{E0} - (N_0 - \nu)\}$ 本である。よって N 端が接点を向いている外部ボンドの本数 ν_S は、 $\nu_S = (N_1 - \nu) + N_{E0} - (N_0 - \nu) = N_{E0} + N_1 - N_0$ となる。また ν_N は、 $\nu_N = N_E - \nu_S = N_{E1} + N_0 - N_1$ となる。(QED.)

[補題 3] 外部ボンドのストロークが確定すれば、C1), C2) を満たすような内部ボンドのストロークのつけ方は、もし存在すれば一意である。

(証明) 外部ボンドのストロークが確定しているボンドグラフで、C1), C2) を満たすような異なる 2 通りのストロークのつけ方があったとして、それを $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$ とする。 $\mathcal{A}_1$ と $\mathcal{A}_2$ でストロークのつき方が異なるボンドの集合を S とすると、 S には必ず外部ボンドが含まれることを示す。いま S の一つの要素を k_0 とすると、ボンドグラフが C1) を満たすためには k_0 に隣接しているボンド (たとえば k_1 と k_{-1}) のストロークのつき方も異なるはずである。これは k_1, k_{-1} に隣接しているそれぞれのボンド k_2, k_{-2} にも影響を与え、これを繰返すと $\mathcal{A}_1$ のある S-N 路が $\mathcal{A}_2$ においては N-S 路とならねばならない。C2) によりそのよ

うな路はボンド環にはならず、外部ボンドに始まり外部ボンドに終る路となる。よって少なくとも 2 本の外部ボンドが S に属す。(QED.)

つぎの定理は外部ボンドに関して、そのストロークのつけ方を与えるものである。

《定理 2》 C3) を満たすクラス I のボンドグラフで行列 A_1, B_1 がともに列フルランクならば、基本行列 A には ν_S 本の 1 次独立な列が存在し、残りの列はこれら ν_S 本の列の 1 次結合で表わされる。

この ν_S 本の列に対応する外部ボンドに S 端が素子を向くようにストロークをつけ、残りの外部ボンドには N 端が素子を向くようにストロークをつける。こうすれば条件 [A] が満足される。

(証明) A に ν_S 本の 1 次独立な列が存在し、残りの列がこの ν_S 本の列の 1 次結合で表わされることは文献 12) に示す。外部ボンドの番号を適当に入れかえて左端の ν_S 本が 1 次独立になるようにし、 A と v_E を

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ \nu_S & \nu_N \end{bmatrix} \quad v_E = \begin{bmatrix} v_S \\ v_N \end{bmatrix}$$

のように分割する。ここで A_1 の列は 1 次独立で、 A_2 のそれぞれの列は A_1 の列の 1 次結合で表わされる。すなわち $A_2 = A_1 D$ を満たす行列 D が存在する。そうすると、任意の v_N に対して

$$A_1 v_S + A_2 v_N = 0$$

が成り立つような v_S は、上の条件から必ず存在しかつ一意に定まる。一方、基本行列 A と B の間には、ある符号マトリクス Σ_0 が存在して

$$\mathcal{H}(B) = \{\mathcal{H}(A \Sigma_0)\}^\perp$$

という関係があるので¹²⁾、 A_1 と A_2 の関係より

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(B) &= \{\mathcal{H}[A_1 \ A_2 \Sigma_0]\}^\perp \\ &= \{\mathcal{H}[I \ D \Sigma_0]\}^\perp \\ &= \mathcal{H}\left[\begin{bmatrix} -D^T \\ I \end{bmatrix} \Sigma_0\right] \end{aligned}$$

が成り立つ。よって B の最後の ν_N 列は 1 次独立であり、他の列はこれらの 1 次結合で表わされる。ここで

$$B = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ \nu_S & \nu_N \end{bmatrix} \quad i_E = \begin{bmatrix} i_S \\ i_N \end{bmatrix}$$

のように分割すると、任意に選んだ i_S に対して

$$B_1 i_S + B_2 i_N = 0$$

を満たす i_N が必ず存在しかつ一意に定まる。したがって条件 [A] が満足される。(QED.)

以上のことより、クラス I のボンドグラフに対してストローク・矢印を適切につけるためのつぎの手順が得られる。

(1) C3) を満たすようにボンドに矢印をつける。

クラス I のボンドグラフでは適切な矢印のつけ方は

(注 5) p 個の 1 接点、 p 個の 0 接点と $2p$ 本のボンドから構成されるボンド環を $\# = p$ のボンド環と呼ぶ。

容易に求まる。すなわち、核1接点に接続する2本の核ボンドには「通り抜ける」ように矢印をつけ(→1→)。核ボンド以外には任意につければよい。こうすれば、どのボンド環においても1接点での矢印の反転回数は0回である。ボンド環のすべての接点での反転回数は当然に偶数であるから、0接点での反転回数も偶数となる。よってC3A)が満足される。

(2) 冗長な接点とボンドがあればそれらを消去する。

行列 $A_i(B_i)$ が列フルランクでないならばいくつかの0接点(1接点)とそれに接続する内部ボンドを消すことができる¹²⁾。C3)を満たすクラスIのボンドグラフでは、 A_i が列フルランクであるための必要十分条件は少なくとも1個の核0接点にボンド鎖が接続していることであり、 B_i が列フルランクであるための必要十分条件は1接点がすべて2ポートであるようなボンド環が存在しないことである。

したがって、ボンドグラフのどの核0接点にもボンド鎖が接続していないとき、一つの核0接点とそれに接続するボンドのすべてを消去する。また1接点がすべて2ポートであるようなボンド環が存在したとき、そのようなボンド環のそれぞれについて、一つの1接点とそれに接続する2本のボンドを消去する。その後、単ポート接点がゼロ源に等価であることやE1), E2)を適用してボンドグラフを単純化する。

(3) 基本行列を求め、定理2によってボンドのストロークのつけ方を決定する。

定理2では外部ボンドのストロークのつけ方のみが決まるが、結果が条件[A]を満足するのでC1), C2)を満たす内部ボンドのストロークのつけ方は必ず存在し(系1)かつ一意に定まる(補題3)。

基本行列 A の1次独立な u_s 本の列のえらび方は一般に一意でないから、適切なストロークのつけ方も一意でない。素子として源素子 S_s, S_i や1階横断素子 $C, 1$ 階通過素子 I などが含まれるときは、通過変数源 S_i と1階通過素子 I はS端に、横断変数源 S_s と1階横断素子 C はN端につくようにしなければならない。そのためには素子に番号をつける際、 S_i, I, R, C, S_s という順につけておき、そうして基本行列 A の最初の u_s 本の1次独立な列を選ぶのが便利な方法である。

7. 結 語

本論では、ボンドグラフのシステムモデルとしての適切性をはじめて正確に定義した。クラスIのボンドグラフでは、ストローク・矢印のつけ方がC1), C2), C3)を満たすことが適切性の必要十分条件であることを示した。またストローク・矢印を適切につけたもの

は定義2の意味で互いに等価であることが証明されたので Perelson¹⁰⁾ のようなあいまいさはない。C2), C3)の重要性は筆者ら^{5), 6)} と Ort, Martens^{8), 9)} により独立に認められていたが、定理1の結果は新しいものである。これらの結果は、他の論文におけるいくつかの定理(たとえば文献11)の定理2)と同様、クラスII以外のボンドグラフでは必ずしも成り立たない。これがボンドグラフのクラス分けを定義した理由である。

また定理1と2からストローク・矢印を適切につけるための簡単な手順が得られたので、クラスIのボンドグラフに対して、冗長な接点とボンドを取除いてストローク・矢印を適切につけることができる。この手順はコンピュータで実行するのに向いている。

本論で述べたボンドグラフの構造に関する研究とストローク・矢印を適切につける手順が得られたことにより、ボンドグラフを用いた手法の第2段階における理論上の基礎が完成されたと考える。

参 考 文 献

- 1) D. Karnopp and R.C. Rosenberg: Analysis and Simulation of Multiport Systems, The M.I.T. Press, Cambridge, Mass. (1968)
- 2) D. Karnopp and R.C. Rosenberg: System Dynamics; A Unified Approach, John Wiley and Sons, N.Y. (1975)
- 3) J.J. Dixhoorn and F.J. Evans (eds.): Physical Structure in Systems Theory, Academic Press, Inc., London (1974)
- 4) R.C. Rosenberg: State-Space Formulation for Bond Graph Models of Multiport Systems, J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Trans. ASME, G-98-1, 35/40 (1971)
- 5) 須田: ボンドグラフのグラフ理論的解析, システムと制御, 17-11, 706/713 (1973)
- 6) 須田, 榎: ボンドグラフの解析, 制御理論シンポジウム資料, 43/48 (1974)
- 7) 須田, 榎: ボンドグラフと線形回路グラフ, 電気学会・自動制御研究会, AC-75-10 (1975)
- 8) J.R. Ort and H.R. Martens: The Properties of Bond Graph Junction Structure Matrices, J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Trans. ASME, G-95-4, 362/367 (1973)
- 9) J.R. Ort and H.R. Martens: A Topological Procedure for Converting a Bond Graph to a Linear Graph, J. Dynamic Systems Measurement and Control, Trans. ASME, G-96-3, 307/314 (1974)
- 10) A.S. Perelson: Bond Graph Sign Convention, J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Trans. ASME, G-97-2, 184/188 (1975)
- 11) A.S. Perelson: Bond Graph Junction Structures, J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Trans. ASME, G-97-2, 189/195 (1975)
- 12) 須田, 榎: ボンドグラフの新しい行列表現と等価性条件, 計測自動制御学会論文集, 13-4, 324/329 (1977)