2次元 Recursive フィルタリング†

片 山 徹*・小 坂 満 隆**

Recursive Filtering for Two-Dimensional Random Fields

Tohru KATAYAMA* and Michitaka KOSAKA**

A new approximate recursive least square filtering algorithm is derived for a two-dimensional discrete random field. The state-space model due to Attasi¹²⁾ is employed for describing the random field. The principle of orthogonal projection is applied for deriving the equations for the filtered and predicted estimates of the states. A closed form formula for the covariance equation is obtained by truncating the covariance expression in terms of a double series. Digital simulation studies are also carried out to show the feasibility of the recursive algorithm presented here.

1. はじめに

最近、リモートセンシング、医用画像処理、パターン認識などの発達と共に、2次元画像のデジタル処理に関する研究が急速に盛んになってきた^{1)~3)}。

時系列のように1次元的に配列されたデータのデジタル処理においては、計算の効率を高めるためにARMAモデル⁴⁾やKalmanフィルタ⁵⁾によるrecursiveアルゴリズムが広く用いられている。2次元画像のデジタル処理においても、取扱うデータ数が莫大となるので、記憶容量を減少させ処理速度を上げるためには、どうしてもrecursiveアルゴリズムが必要となってくる。

すでにデジタル画像処理に関しては、数多くの手法が発表されているが^{1)~3)}、recursiveなフィルタリングアルゴリズムとしては、1) scanningにより画像をスカラーあるいはベクトル値の1次元配列に変換して、Kalmanフィルタを応用するもの^{6)~10)}と、2) 2

次元画像を1次元配列に変換することなく直接2次元フィルタを用いる方法^{11)~14)}とがある。後者の方法の中で、特にHabibi¹¹⁾はAthans・Tse¹⁵⁾によるKalmanフィルタの誘導と類似の手法で、興味深い2次元フィルタを導出している。しかし、Strintzis¹⁶⁾により指摘されているように、この推定アルゴリズムは最適なものではない。また、Attasi¹²⁾はHabibi¹¹⁾のモデルを拡張した状態空間モデルを用いて、2次元システムに対するrecursiveフィルタを提案しているが、無限次元ベクトルより作られるinnovation過程に基づいているため、実際に応用するには困難である。

本論文では、Attasi¹²⁾のモデルに基づいて、2次元システムに対する新しい近似アルゴリズムを提案する¹⁴⁾。このrecursiveアルゴリズムは、Habibi¹¹⁾のスカラーの結果のベクトルの場合への拡張であるが、後述するパラメータ A_1 または A_2 が零の場合には、Kalmanフィルタのアルゴリズムと完全に一致するという性質も有しており、古典的なKalmanフィルタ⁵⁾の2次元システムに対する一つの自然な拡張となっている。

2. 2次元状態空間モデル

2次元確率場に対するAttasi¹²⁾による状態空間モデルについて考察する：

$$\begin{aligned} x(t+1, s+1) &= A_1 x(t, s+1) + A_2 x(t+1, s) \\ &\quad - A_1 A_2 x(t, s) + B w(t, s) \end{aligned} \quad (1. a)$$

$$z(t, s) = C x(t, s) \quad (1. b)$$

ここに、 t および s はそれぞれ縦および横方向の座標変数で、 $t=0, 1, \dots, N$, $s=0, 1, \dots, M$ とする。また、 $x(t, s)$ は $n \times 1$ 状態ベクトル、 $z(t, s)$ は $p \times 1$ 出力ベクトル、 $w(t, s)$ は平均値0、共分散行列が

$$E\{w(t, s)w'(k, l)\} = Q\delta_{tk}\delta_{sl} \quad (2)$$

である $m \times 1$ 正規性白色雑音場である。ただし、 E は期待値、 δ_{ik} は Kronecker の記号、 $'$ は行列あるいはベクトルの転置を表す。さらに、 A_1, A_2, B, C はそれ

† 第3回システムシンポジウムで発表(昭52・7)

* 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

** (株)日立製作所 システム開発研究所 川崎市多摩区王禅寺 1099

* Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto

** System Development Laboratory, Hitachi Ltd., Kawasaki

(Received October 6, 1977)

それ適当な次元の定数行列で、 A_1, A_2 は安定でかつ可換 $A_1 A_2 = A_2 A_1$ であると仮定する¹²⁾。

さて、確率場 $\{x(t, s)\}$ が定常であるとする、(1. a)式から

$$x(t, s) = \sum_{k \geq 0} \sum_{l \geq 0} A_1^k A_2^l B w(t-k-1, s-l-1) \quad (3)$$

を得る。したがって、(2), (3)式より $x(t, s)$ の定常共分散行列は

$$\begin{aligned} P &= E\{x(t, s)x'(t, s)\} \\ &= \sum_{k \geq 0} \sum_{l \geq 0} A_1^k A_2^l B Q B' (A_2')^l (A_1')^k \end{aligned} \quad (4)$$

となる。よって、 P は行列代数方程式

$$P - A_1 P A_1' - A_2 P A_2' + A_1 A_2 P A_2' A_1' = B Q B' \quad (5)$$

を満足することがわかる。また、出力 $z(t, s)$ の共分散行列 $R_{k, l}$ は(1. b)および(3)式より

$$\begin{aligned} R_{k, l} &= C A_1^k A_2^l P C', \quad k, l \geq 0 \\ R_{-k, l} &= C A_2^l P (A_1')^k C', \quad k, l \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

で与えられる。いま、ここで $n=m=p=1$ とし、

$$\begin{aligned} A_1 &= e^{-T_1}, \quad A_2 = e^{-T_2}, \quad Q = \sigma^2 \\ B^2 &= (1 - e^{-2T_1})(1 - e^{-2T_2}), \quad C = 1 \end{aligned} \quad (7)$$

とおくと、定常白黒画像のモデルとして広く用いられている分離形の自己共分散関数の¹¹⁾

$$R_{k, l} = \sigma^2 \exp\{-\gamma_1 |k| - \gamma_2 |l|\} \quad (8)$$

が、(1)式の2次元システムにより実現されることがわかる。したがって、(1)式の状態空間モデルは(7)式の定常画像モデルの一般化になっている。

また、システム(1)に対する境界条件 $\{x(t, 0) | t = 0, 1, \dots, N\}$, $\{x(0, s) | s = 0, 1, \dots, M\}$ は正規分布に従い、平均値は0、共分散行列は

$$\begin{aligned} E\{x(t+i, 0)x'(t, 0)\} &= A_1^i P \\ E\{x(0, s+j)x'(0, s)\} &= A_2^j P \end{aligned} \quad (9)$$

であると仮定する。

3. 2次元推定問題

われわれは、出力 $z(t, s)$ が加法的な雑音により乱されている場合について考察する。すなわち、観測値 $y(t, s)$ が

$$y(t, s) = C x(t, s) + v(t, s) \quad (10)$$

で与えられるものとする。ここに、 $y(t, s)$ は $p \times 1$ ベクトル、 $v(t, s)$ は $w(t, s)$ とは無相関である。正規性白色雑音場で、平均値は0、共分散行列は

$$E\{v(t, s)v'(k, l)\} = R \delta_{tk} \delta_{sl} \quad (11)$$

であるとする。ここに、 R は $p \times p$ 正定値対称行列である。

以下では、任意の整数の組に対してつぎのような半

Fig. 1 Set of points for $Y^0_{t,s}$

順序に関する記法を用いる。

【定義】

- i) $(t, s) \leq (k, l) \Leftrightarrow t \leq k, s \leq l$
- ii) $(t, s) = (k, l) \Leftrightarrow t = k, s = l$
- iii) $(t, s) < (k, l) \Leftrightarrow (t, s) \leq (k, l), (t, s) \neq (k, l)$

さて、 $Y_{t,s}$ を観測データ $y(k, l), (k, l) \leq (t, s)$ により張られる線形空間

$$Y_{t,s} = \{y(k, l) | (k, l) \leq (t, s)\} \quad (12)$$

とすると、直交射影の定理より $Y_{t,s}$ に基づく $x(t, s)$ の最小分散推定値は

$$\hat{x}(t, s) = \hat{E}\{x(t, s) | Y_{t,s}\} \quad (13)$$

となる⁵⁾。ここに、 $\hat{E}$ は直交射影であり、 $\hat{x}(t, s)$ を $x(t, s)$ の予測推定値という。さらに、Fig. 1 に示すように、 $Y^0_{t,s}$ を

$$Y^0_{t,s} = Y_{t,s} - \{y(t, s)\} \quad (14)$$

とおき、 $x(t, s)$ の予測推定値を

$$\bar{x}(t, s) = \hat{E}\{x(t, s) | Y^0_{t,s}\} \quad (15)$$

により定義する。

つぎに、Kailath¹⁷⁾ に従って

$$\nu(t, s) = y(t, s) - C \bar{x}(t, s) \quad (16. a)$$

$$= C \hat{x}(t, s) + v(t, s) \quad (16. b)$$

を定義する。ここに、 $\hat{x}(t, s)$ は予測誤差

$$\hat{x}(t, s) = x(t, s) - \bar{x}(t, s) \quad (17)$$

である。明らかに、 $\nu(t, s)$ は $Y^0_{t,s}$ が与えられている場合、観測データ $y(t, s)$ によりもたらされる新しい情報である。(16)式で定義した $\nu(t, s)$ に対してつぎの補題が成立する。

【補題 1】¹⁸⁾

- i) 任意の (t, s) に対して $E\{\nu(t, s)\} = 0$ であり、
- ii) $(t, s) \leq (k, l)$ あるいは $(k, l) \leq (t, s)$ であれば

$$E\{\nu(t, s)\nu'(k, l)\} = [P_{00}(t, s) + R] \delta_{tk} \delta_{sl} \quad (18)$$

が成立する。ここに、

$$P_{ij}(t, s) = E\{\hat{x}(t+i, s+j)\hat{x}'(t, s)\} \quad (19)$$

は予測誤差の共分散行列である (証明略)。■

この補題により、(16)式で定義した $\nu(t, s)$ は innovation 過程に近いものとなるが、2次元過程に対する真の innovation とはならない。これは、もちろん $Y_{t,s}$ の定義にもよっているが、2次元領域が順序の性質をもたないため、2次元過程に対しては、時間を添字とする1次元過程に対するような過去・現在・未来が自然な形で定義できないことに起因している。Habibi¹¹⁾ のフィルタが最適でないのも、このような理由によるものである。したがって、2次元システムに対する recursive フィルタを導くことは非常に困難な問題となる。

以下では、このような困難さをさけるために、二つの仮定を設け、古典的な Kalman フィルタ⁵⁾の考え方に従って、(1), (10)式で表される2次元システムに対する新しい近似フィルムを誘導する。

4. Recursive フィルタ

まず、 $\nu(t, s)$ が $Y_{t,s}$ に直交することに注意すると、 $Y_{t,s}$ は $Y_{t,s}$ と $\nu(t, s)$ の直和で表される。よって、直交射影の性質より、Kalman フィルタの場合と同様にして

$$\hat{x}(t, s) = \hat{x}(t, s) + K(t, s)\nu(t, s) \quad (20)$$

を得る。ここに、 $K(t, s)$ は $n \times p$ フィルタゲイン行列である。 $K(t, s)$ は推定誤差

$$e(t, s) = x(t, s) - \hat{x}(t, s) \quad (21)$$

が $Y_{t,s}$ に直交するように決定される。しかし、(17), (20), (21)式より

$$e(t, s) = \hat{x}(t, s) - K(t, s)\nu(t, s) \quad (22)$$

となり、 $e(t, s)$ は $Y_{t,s}$ に直交していることがわかる。よって、 $K(t, s)$ は $e(t, s)$ が $\nu(t, s)$ と直交するように決定すればよい。よって、つぎの定理を得る。

《定理 1》 フィルタリングアルゴリズムは

$$\hat{x}(t, s) = \hat{x}(t, s) + K(t, s)\nu(t, s) \quad (23)$$

および

$$K(t, s) = P_{00}(t, s)C'[CP_{00}(t, s)C' + R]^{-1} \quad (24)$$

で与えられる。

(証明) (24)式は $e(t, s)$ と $\nu(t, s)$ の直交条件

$$E\{[\hat{x}(t, s) - K(t, s)\nu(t, s)]\nu'(t, s)\} = 0 \quad (25)$$

より直ちに得られる。■

つぎに、 $w(t, s)$ が $Y_{t+1,s+1}$ と無相関であることに注意して、(1. a), (15)式より

$$\begin{aligned} \hat{x}(t+1, s+1) &= A_1 \hat{E}\{x(t, s+1) | Y_{t+1,s+1}\} \\ &\quad + A_2 \hat{E}\{x(t+1, s) | Y_{t+1,s+1}\} \\ &\quad - A_1 A_2 \hat{E}\{x(t, s) | Y_{t+1,s+1}\} \end{aligned} \quad (26)$$

を得る。(26)式より状態の予測推定値 $\hat{x}(t+1, s+1)$

Fig. 2 Variables $\theta_s(t+1)$ and $\eta_t(s+1)$

を評価するには、 $x(t, s+1)$, $x(t+1, s)$ および $x(t, s)$ の空間 $Y_{t+1,s+1}$ への射影である平滑推定値を必要とすることがわかる。しかし、平滑推定値を評価することは、問題を一層困難にするので、ここでは近似的ではあるが古典的な Kalman フィルタにならって、予測推定値を(23)式ですでに得られている平滑推定値で表現することにする。

そのために、

$$\theta_s(t+1) = \{y(t+1, 0), y(t+1, 1), \dots, y(t+1, s)\}$$

$$\eta_t(s+1) = \{y(0, s+1), y(1, s+1), \dots, y(t, s+1)\}$$

とおき (Fig. 2 参照), さらに

$$\tilde{\theta}_s(t+1) = \theta_s(t+1) - \hat{E}\{\theta_s(t+1) | Y_{t+1,s+1}\} \quad (27. a)$$

$$\tilde{\eta}_t(s+1) = \eta_t(s+1) - \hat{E}\{\eta_t(s+1) | Y_{t+1,s+1}\} \quad (27. b)$$

と定義する。このようにすると、 $Y_{t+1,s+1}$ は $Y_{t,s+1}$ と $\tilde{\theta}_s(t+1)$ の直和で表されるから、(26)式右辺第1項は直交射影の性質より

$$\begin{aligned} \hat{E}\{x(t, s+1) | Y_{t+1,s+1}\} \\ = \hat{x}(t, s+1) + \hat{E}\{x(t, s+1) | \tilde{\theta}_s(t+1)\} \end{aligned} \quad (28)$$

となる。同様に、 $Y_{t+1,s+1}$ は $Y_{t+1,s}$ と $\tilde{\eta}_t(s+1)$ の直和としても表されるから、第2項の射影は

$$\begin{aligned} \hat{E}\{x(t+1, s) | Y_{t+1,s+1}\} \\ = \hat{x}(t+1, s) + \hat{E}\{x(t+1, s) | \tilde{\eta}_t(s+1)\} \end{aligned} \quad (29)$$

と表される。

つぎに、第3項を評価するために、 $Y_{t+1,s+1}$ は $\tilde{\theta}_s(t+1)$, $\tilde{\eta}_t(s+1)$ および $Y_{t,s}$ の直和で表されるものと仮定する。(27)式より $\tilde{\theta}_s(t+1)$, $\tilde{\eta}_t(s+1)$ は共に $Y_{t,s}$ に直交しているから、この仮定は二つの変数 $\tilde{\theta}_s(t+1)$ と $\tilde{\eta}_t(s+1)$ の相関が無視されるということと等価である。よって、この仮定のもとで、(26)式第3項の射影は

$$\begin{aligned} \hat{E}\{x(t, s) | Y_{t+1,s+1}\} \\ = \hat{x}(t, s) + \hat{E}\{x(t, s) | \tilde{\theta}_s(t+1)\} \\ + \hat{E}\{x(t, s) | \tilde{\eta}_t(s+1)\} \end{aligned} \quad (30)$$

と表される。(28), (29), (30)式を(26)式に代入すれば(31)式を得る。

$$\begin{aligned} \bar{x}(t+1, s+1) &= A_1 \bar{x}(t, s+1) + A_2 \bar{x}(t+1, s) - A_1 A_2 \bar{x}(t, s) \\ &\quad + A_1 \hat{E} \{x(t, s+1) - A_2 x(t, s) | \hat{\theta}_t(s+1)\} \\ &\quad + A_2 \hat{E} \{x(t+1, s) - A_1 x(t, s) | \hat{\eta}_s(t+1)\} \end{aligned} \quad (31)$$

ここで、(3)式に注意すると

$$x(t, s+1) - A_2 x(t, s) = \sum_{k \geq 0} A_1^k A_2 B w(t-k-1, s) \quad (32)$$

を得る。右辺は $w(t-1, s)$, $w(t-2, s)$, ... の1次結合であるから、 $\hat{\theta}_t(s+1)$ とは無相関である。よって、(31)式右辺第4項は0となる。同様に、最後の項も0となるから、つぎの定理を得る。

《定理2》 予測アルゴリズムは

$$\begin{aligned} \bar{x}(t+1, s+1) &= A_1 \bar{x}(t, s+1) + A_2 \bar{x}(t+1, s) \\ &\quad - A_1 A_2 \hat{u}(t, s) \end{aligned} \quad (33)$$

で与えられる。ここに、境界条件は

$$\begin{aligned} \bar{x}(t, 0) &= 0, \quad t=0, 1, \dots, N \\ \bar{x}(0, s) &= 0, \quad s=0, 1, \dots, M \end{aligned} \quad (34)$$

である。■

すでに述べたように、(33)式のアルゴリズムは厳密には正しくない「仮定」に基づいており、近似的なものである。しかし、(1. a)式の2次元システムの表現を考慮すると、平滑推定値を用いないという条件のもとでは、このアルゴリズムは自然なものであるといえよう。

最後に、フィルタゲイン $K(t, s)$ を計算するために必要となる予測誤差の共分散行列 P_{00} の満足する Riccati 形の方程式を誘導する。

まず、フィルタリング誤差の共分散行列を

$$M_{ij}(t, s) = E \{e(t+i, s+j)e'(t, s)\} \quad (35)$$

とおくと、(22)式を用いてつぎの関係を得る¹⁸⁾。

$$M_{ij}(t, s) = [I - K(t, s)C]P_{00}(t, s) \quad (36)$$

さて、(1. a), (33)式より

$$\begin{aligned} \bar{x}(t+1, s+1) &= A_1 e(t, s+1) + A_2 e(t+1, s) \\ &\quad - A_1 A_2 e(t, s) + B w(t, s) \end{aligned} \quad (37)$$

を得る。よって、(19)式の定義より P_{00} は

$$\begin{aligned} P_{00}(t+1, s+1) &= A_1 M_{00}(t, s+1) A_1' + A_2 M_{00}(t+1, s) A_2' \\ &\quad - A_1 A_2 M_{00}(t, s) A_2' A_1' + B Q B' + d \end{aligned} \quad (38)$$

を満足する。ただし、

$$\begin{aligned} d &= A_1 E \{[e(t, s+1) - A_2 e(t, s)][e(t+1, s) \\ &\quad - A_1 e(t, s)]'\} A_2' + [\text{transpose}] \end{aligned} \quad (39)$$

である。以下では、 d が0と近似できることを示す¹⁹⁾。

まず、(22), (37)式より次式を得る。

$$\begin{aligned} e(t+1, s+1) &= A_1 e(t, s+1) + A_2 e(t+1, s) - A_1 A_2 e(t, s) \\ &\quad + B w(t, s) - K(t+1, s+1) \nu(t+1, s+1) \end{aligned} \quad (40)$$

よって、(32)式と同様にして

$$\begin{aligned} e(t, s+1) - A_2 e(t, s) &= \sum_{j \geq 0} A_2^j [B w(t, s-j-1) - K \nu(t+1, s-j)] \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} e(t+1, s) - A_1 e(t, s) &= \sum_{i \geq 0} A_1^i [B w(t-i-1, s) - K \nu(t-i, s+1)] \end{aligned} \quad (42)$$

を得る。(41), (42)式を(39)式に代入して、(2)式および $w(t-i-1, s)$ と $\nu(t+1, s-j)$ の無相関性などを考慮すると、

$$\begin{aligned} d &= \sum_{i \geq 0} \sum_{j \geq 0} A_1^{i+1} K(t-i, s+1) \\ &\quad \cdot E \{ \nu(t-i, s+1) \nu'(t+1, s-j) \} \\ &\quad \cdot K'(t+1, s-j) (A_2')^{j+1} + [\text{transpose}] \end{aligned} \quad (43)$$

となる。また、(11), (19)式から

$$\begin{aligned} E \{ \nu(t-i, s+1) \nu'(t+1, s-j) \} &= C P_{-i-1, j+1}(t+1, s-j) C' \end{aligned} \quad (44)$$

であるから、 $P_{00}(t+1, s+1)$ を評価するには、その距離が $\sqrt{(i+1)^2 + (j+1)^2}$ だけ離れている2点における予測誤差の共分散行列 $P_{-i-1, j+1}(t+1, s-j)$ ($i, j=0, 1, \dots$) を必要とする。よって、 $P_{00}(t+1, s+1)$ を求めるには、莫大な連立方程式に対する境界値問題を解かなければならない。したがって、閉じた形の共分散方程式に対するアルゴリズムを導くためには、実際上なんらかの仮定を導入し(43)式を近似しなければならないことがわかる。いま、 A_1 および A_2 が安定であること、およびシミュレーションによると、 $\nu(t+1, s-j)$ および $\nu(t-i, s+1)$ の共分散は通常 $\nu(t, s)$ の分散の約10分の1程度であることから¹⁹⁾、(43)式において $d \approx 0$ と近似する。よって、つぎの定理を得る。

《定理3》 予測誤差の共分散行列は Riccati 形の方程式

$$\begin{aligned} P_{00}(t+1, s+1) &= A_1 M_{00}(t, s+1) A_1' + A_2 M_{00}(t+1, s) A_2' \\ &\quad - A_1 A_2 M_{00}(t, s) A_2' A_1' + B Q B' \end{aligned} \quad (45)$$

を満足する。ただし、 M_{00} は(36)式で、また境界条件は

$$\begin{aligned} P_{00}(t, 0) &= P, \quad t=0, 1, \dots, N \\ P_{00}(0, s) &= P, \quad s=0, 1, \dots, M \end{aligned} \quad (46)$$

で与えられる。■

以上で、2次元システム (1. a), (11)式に対する近似フィルタのアルゴリズムが決定されたが、ここでシステムパラメータ A_1 あるいは A_2 の一つを 0 とおくと、アルゴリズムは Kalman フィルタ⁵⁾と完全に一致することに注意しておこう。この意味で、本論文で導いた共分散アルゴリズム (45)式は、文献 14) の結果をより精密にしたものといえるであろう。

5. シミュレーション

本論文で提案したアルゴリズムを、雑音に乱された簡単な画像の処理に応用した結果を示す。Fig. 3 は 32×32 の大きさの正平方像であり、その中心部 (10×10) の濃淡レベルは 6.0, また残りの背景のレベルは -1.0 である。この画像の自己共分散を計算し

$$A_1 = A_2 = 0.8, \quad B = 0.36, \quad P = Q = 4.087$$

を得た。これにより、モデル (1) のパラメータが定まる。Fig. 4 には雑音 ($R=9.0$) に乱された画像、Fig. 5 には推定された画像を示している。また、Table 1 にはシミュレーションの結果がまとめられている。ただし、上段は推定誤差の分散

Fig. 3 Original square image

Fig. 4 Square image with additive noise: $R=9.0$

Fig. 5 Enhanced image by filtering

Table 1 Performance of Image Enhancement

R	σ_P^2/η_P	σ_F^2/σ_F
1.0	0.80 0.97 dB	0.47 3.30 dB
4.0	1.33 4.78 dB	1.05 5.81 dB
9.0	1.77 7.06 dB	1.57 7.59 dB

P : Prediction, F : Filtering

$$\sigma^2 = \frac{1}{NM} \sum_{t=1}^N \sum_{s=1}^M [x(t, s) - m(t, s)]^2$$

を示す。ここに、 $m(t, s)$ は $\hat{x}(t, s)$ あるいは $\bar{x}(t, s)$ である。また、下段は画質の改善度を S/N 比

$$\eta = 10 \log_{10} (R/\sigma^2) \quad (\text{dB})$$

で表したものである。Table 1 に示す結果は Jain・Angel⁸⁾, Habibi¹¹⁾ らの結果とほぼ同程度のものである。また、Fig. 3 のような正平方像以外にも、種々の例について同様のシミュレーションを行っているが²⁰⁾, (1. a)式のモデルの形から、文字Aのような斜めのパターンを含むような図形に対してはモデリングの誤差が大きくなり、画質の改善度は Table 1 の結果よりも劣る。しかし、このような場合には、画像処理をいくつかの異なった方向から行い、それらの結果を平均することにより、画像復元の性能を改善することができる²¹⁾。なお、計算時間は、FACOM M-190 で、1枚の画像 (32×32) について、約 2sec 程度であった。

6. おわりに

本論文では、Attasi¹²⁾による2次元システムに対する状態空間モデルに基づいて、新しい2次元 recursive フィルタのアルゴリズムを提案した。2次元過程に対しては、raster scan⁶⁾ あるいは line scan^{7), 8), 12)} によ

り2次元データに適当な順序を与える以外には innovation 過程を定義することができないので、最適フィルタのアルゴリズムを導くことは非常に困難である。ここでは、このような困難を避けるために予測アルゴリズムおよび共分散方程式の評価に際して、それぞれ近似を用いている。したがって、得られたフィルタは近似的なものであり、フィルタおよび共分散方程式の安定性の検討など今後に多くの問題を残している。しかし、シミュレーションの結果は、ここで提案した近似アルゴリズムの有用性を示しており、新しい2次元フィルタは、2次元離散システムの研究に対してかなりの応用の可能性をもっているものと思われる。

なお、本論文でのシミュレーションはすべて京都大学大形計算センターで行った。

最後に、終始指導をいただいている京都大学工学部榎木義一教授に深く謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) T.S. Huang (ed.): Picture Processing and Digital Filtering, Springer (1975)
- 2) A. Rosenfeld and A.C. Kak: Digital Picture Processing, Academic (1976)
- 3) 片山: デジタル画像処理のアルゴリズム, 第16回 SICE 学術講演会予稿集 (S8サーベイ), 603/604(1977)
- 4) G.E.P. Box and G.M. Jenkins: Time Series Analysis—Forecasting and Control, Holden-Day (1970)
- 5) R.E. Kalman: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, ASME Trans., J. Basic Eng., **82D**, 35/45 (1960)
- 6) N.E. Nahi: Role of Recursive Estimation in Statistical Image Enhancement, Proc. IEEE, **60-7**, 872/877 (1972)
- 7) N.E. Nahi and C.A. Franco: Recursive Image Enhancement—Vector Processing, IEEE Trans. on Commun., **COM-21**, 305/311 (1973)
- 8) A.K. Jain and E. Angel: Image Restoration, Modeling, and Reduction of Dimensionality, IEEE Trans. on Comput., **C-23**, 470/476 (1974)
- 9) F.C. Shoute, M.F. Ter Horst and J.C. Willems: Hierarchic Recursive Image Enhancement, IEEE Trans. on Circuits Syst., **CAS-24**, 67/78 (1977)
- 10) T. Katayama and M. Kosaka: Smoothing Algorithms for Two-Dimensional Image Processing, IEEE Trans. on Syst. Man Cybern., **SCM-8**, 62/66 (1978)
- 11) A. Habibi: Two-Dimensional Bayesian Estimate of Images, Proc. IEEE, **60**, 878/883 (1972)
- 12) S. Attasi: Modeling and Recursive Estimation for Double Indexed Sequences, in System Identification, Advances and Case Studies, R.K. Mehra and D.G. Lainiotis (Eds.), Academic, 286/348 (1976)
- 13) 出口, 森下: 線形推定によるテキストチャー解析, 第15回 SICE 学術講演会予稿集, 99/100 (1976)
- 14) 片山, 小坂: 画像処理のための2次元 Recursive フィルタについて, 第3回システムシンポジウム講演論文集, 91/96 (1977)
- 15) M. Athans and E. Tse: A Direct Derivation of the Optimal Linear Filtering Using the Maximum Principle, IEEE Trans. on Autom. Contr., **AC-12**, 690/698 (1967)
- 16) M.G. Strintzis: Comments on "Two-Dimensional Bayesian Estimate of Images", Proc. IEEE, **64**, 1225/1257 (1976)
- 17) T. Kailath: An Innovation Approach to Least Square Estimation, Part I, Linear Filtering in Additive Noise, IEEE Trans. on Autom. Contr., **AC-13**, 646/655 (1968)
- 18) T. Katayama and M. Kosaka: Recursive Least Square Filtering for Two-Dimensional Random Fields, Working Paper, Dept. Appl. Math. Phys., Kyoto Univ., June (1977)
- 19) T. Katayama, H. Tsuji and Y. Sawaragi: Recursive Filtering and Identification for Two-Dimensional Noisy Images, Presented at the IIASA/KINKI Workshop, Oct. 17~18, Kyoto (1977)
- 20) T. Katayama and Y. Fujii: A Parameter Identification for Two-Dimensional Image Fields, Int. Jour. Syst. Sci., **8** (1978) (to appear)
- 21) 片山, 辻, 榎木: 線形モデルによる画像の同定, 日本自動制御協会 第9回確率シンポジウム講演論文集, K2, 115/118 (1977)