多属性効用関数のベイズ推定と評価問題への応用[†]

宮 武 信 春*・森 正 三**・古 田 勝 久***

Bayesian Estimation of Multi-Attribute Utility Function and It's Application to the Evaluation Problem

Nobuharu MIYATAKE*, Shozo MORI** and Katsuhisa FURUTA***

We developed the method which recursively identify the multi-attribute utility function based on the observation data which consist of the paired comparison questions and answers. In this method, the weights ($w_1, w_2, \dots, w_n$) of additive utility function $U(a) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot u_i(a_i)$ are regarded as random variables and the gaussian sum approximation method is used to estimate the posteriori probability density function of the weights conditioned by the data of comparative judgements. In order to test the applicability of this method, we applied it to the following two examples,

- (1) estimation of the value of time,
- (2) evaluation of the psychological burden of trip route.

1. 序

われわれは、毎日の日常生活のなかで、さまざまな意思決定を行っている。たとえば、商品を購入する時、住宅を選択する時、社員を採用する時、投資計画を立案する時など、いずれの場合も複数の評価対象（代替案）を評価し、比較し、選択する状況である。本研究は、このような選択的な意思決定行動を分析・予測するための方法に関する研究である。意思決定行動に関する数値的研究は、理論経済学、計量心理学、システム工学などの分野で古くから行われており、規範的 (normative) な方法と記述的 (discriptive) な方法に大

別できる。前者のアプローチの代表的なものとして、Neumann と Morgenstern による効用理論などがあるが、この公理主義的方法は、無矛盾の公理体系の構築を通じて、人間の選好行動の「構造」をさぐるといった真理探求の側面が強い^{1),9)}。一方、後者のアプローチは、人間の行動の観測を通じてその因果関係を記述する数値モデルを構成する方法であり、モデルの操作性とか実用性を指向する側面が強い⁸⁾。最近では、効用理論や多目的最適化理論の応用研究が盛んであり、特に多属性効用関数の構成方法とその応用研究が注目されている。本研究もまた、後者のアプローチによる多属性効用の測定方法に関する研究である。

最近の多属性効用の測定に関する代表的研究として、Keeney の研究があげられよう²⁾。Keeney は、Neumann と Morgenstern による基数的効用の可測性を前提として、多属性効用関数がつぎに示す加法形、または乗法形で表されるための十分条件を与えている (Keeney の表現定理)。

$$U(a) = \sum_{i=1}^n \omega_i u_i(a_i)$$

$$1 + \omega U(a) = \prod_{i=1}^n (1 + \omega_i u_i(a_i))$$

Neumann と Morgenstern による仮定は、合理的個人の存在を要求するものであり、その一部に、①選好に関する推移律を満たすこと、②自分の主観確率を合理的に specify できるような選好判断を行うことの仮定がある。しかしながら、実際的意思決定の実験によれば、推移率を満足しない判断がしばしば行われるうえに、主観確率を整合的に指定できるほど、各人が合理的でないという問題点が指摘されている。これらの問題点を回避する方法の一つに、確率論的アプローチがある。これは、個人が選好判断を確率論的に行うという仮定（たとえば、 $A \succ A'$ なる確率 α , $0 < \alpha < 1$ を仮定する）に基づく方法であり、Luce はこの観点から公理論的研究を行っている⁹⁾。

† 第5回制御理論シンポジウムで発表 (昭 51・5)

* (株)三菱総合研究所 東京都千代田区大手町 1-6-1

** Stanford University, Stanford California, 94305, U. S. A.

*** 東京工業大学工学部 東京都目黒区大岡山 2-12-1

* Mitsubishi Research Institute, Chiyoda-ku, Tokyo

*** Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Meguro-ku, Tokyo

(Received June 20, 1977)

本研究では、3種の排他的選好判断 ($A \succ A'$, $A \sim A'$, $A \prec A'$) の質問結果から、確率論的アプローチによって多属性効用関数を構成する方法を提案する。この方法は、加法的効用関数の重みベクトルを確率変数と考え、重みベクトルの確率密度関数を、一対比較質問結果から逐次的にベイズ推定する方法である。既存の確率論的アプローチとしては、計量経済学の分野で発達した Probit 分析法が知られているが、この方法は重みベクトルを定数ベクトルと考え、最大推定法によってバッチ推定する点で本方法と異なっている^{11), 12)}。

一般に、多属性効用関数 $U(a)$ を構成するためには、属性別効用関数 $u_i(a_i)$ と、重み係数 w_i の推定を行う必要がある²⁾。属性別効用関数 $u_i(a_i)$ の推定は、Neumann と Morgenstern による測定法が代表的である。すなわち、 a_i^0 を最低レベル、 a_i^* を最高レベルの属性値とし、ある確率 P で a_i が $Pa_i^0 + (1+P)a_i^*$

なるくじと無差別であるとき、 $u_i(a_i^0)=0$, $u_i(a_i^*)=1$, $u_i(a_i)=P$ として、 $u_i(a_i)$ の関数形をカーブフィッティングによって求める方法である¹³⁾。本研究では、属性別効用関数がこのような方法で求められていることを前提にして、新しい比較判断モデルを提案し、重みベクトルの逐次ベイズ推定方法を与えている。

一般に、 n 個の属性が選好独立であるならば、この時に限り適当な単調増大変換を選ぶことによって、加法的効用関数の形で表現できることが証明されている¹³⁾。しかしながら、本研究の方法は、求めた加法的効用関数がこの適当な変換となっている保証がない。

この点から考えて、本論文で提案する方法は、一対比較質問のデータの範囲の無差別曲線を線形に近似した場合の、重みの推定方法を与えているものと考えてよい¹¹⁾。この近似は、Probit 分析法の場合と同様に、モデル同定の容易さと重み係数の意味づけの容易さを考慮したものである。本方法では、人間に要求される判断は、一対比較という序数的判断のみであり、従来の Keeney の重みの求め方²⁾のように、確実同値な属性レベルを回答するといった複雑な判断を必要としないので、判断の負担が少ないという利点をもっている。また、われわれの方法は、Probit 分析法と異なり、重みを逐次的にベイズ推定するので、重みに関する先験的情報が有効利用できる点と、重みの収束状況が質問との関連で追跡できる点で有利である。さらに、確率論的アプローチであるので、推移律が成立しないような不合理な回答も、判断誤差として取扱えるという利点がある。

2. 効用の測定と比較判断のモデル

個人の価値意識は直接観測できないので、選好に関する一対比較質問とその回答のデータに基づいて効用関数を構成する方法を考える。開発した方法は、評価主体（個人）に対して、一対の評価対象 (A, A') の属性に関する情報を提供し、3種のカテゴリカルな判断 (A を A' より好む ($A \succ A'$)、甲乙つけがたい ($A \sim A'$)、 A' を A より好む ($A' \succ A$)) のいずれかの回答を得ることによって、加法的効用関数の重みベクトルを推定する方法である。評価対象 A は、 n 次元の属性ベクトル a で表されるものとし、代替案の効用は、 $U(a) = \sum_{i=1}^n w_i u_i(a_i)$ なる加法的効用関数によって測定できるものと仮定する。一対比較質問とその選好判断の関係を表現する数理モデルとして、つぎの確率的モデルを採用する。

[比較判断のモデル]

評価対象の比較対 (A, A') の属性ベクトルを (a, a')

Fig. 1 Evaluation procedure

とする時、選好判断 ($A \succ A'$, $A \sim A'$, $A \prec A'$) がつぎのモデルに従って行われるものとする。

$$\left. \begin{aligned} A \succ A' & \text{ iff } +\varepsilon < y \\ A \sim A' & \text{ iff } -\varepsilon \leq y \leq \varepsilon \\ A \prec A' & \text{ iff } y < -\varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} y &= \Delta U(a, a') + v \\ &= U(a) - U(a') + v \\ &= \sum_{i=1}^n w_i \{u_i(a_i) - u_i(a'_i)\} + v = Hw + v \quad (2) \end{aligned}$$

$w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$

y : 比較対の効用差の認識値

ε : 比較判断のしきい値

w : 重みベクトル, n 次元確率変数.

v : 判断誤差を表す確率変数, $E[v] = 0$, E

$[v^2] = \sigma^2$ の正規分布に従う.

H : 比較対の属性別効用差ベクトル.

(横ベクトル)

このモデルは, Krishnan の最小認識可能差 (Minimum Perceivable difference) の概念に基づくモデルであるが, 重みベクトルを確率変数とみなす点に新しい特徴がある¹²⁾. このモデルは, つぎに示す仮定に基づいている.

【仮定 1】 個人は比較対の効用差に応じて選好判断をくだが, 効用差を 1 次元尺度上で見積る際に正規分布に従う認識誤差をもつ.

【仮定 2】 選好判断は, 効用の差の認識値がしきい値で区切られたいずれの領域に入るかによって行われる.

【仮定 3】 重みは, 一般の分布関数をもつ確率変数である.

このような確率的モデルを提案する理由は, 比較判断実験の経験から被験者はルースな判断をくだしていると考えられることによる. たとえば, 比較対の効用がある程度近ければ「甲乙つけがたい」と判断していると考えられること, またしばしば推移律を満足しない回答を行うので, これらを考慮する必要があることによる.

一対比較質問を繰返ししながら, 重みベクトルをベイズ推定する問題は, (1), (2) 式よりつぎのように記述できる.

【推定問題】

下記の効用差の評価式と比較判断式のもとで, t 回目までの比較判断結果 $\{z_1, z_2, \dots, z_t\}$ の観測データに基づいて, 重みベクトル w の確率密度関数 $P_t(w)$ を推定せよ. $P_t(w)$ は, $P_t(w)dw = P(w \in dw | z_1, z_2,$

$\dots, z_t)$ なる事後確率密度関数とする.

$$\left\{ \begin{aligned} y_t &= H_t w + v_t & : \text{効用差の評価式} & (3) \\ z_t &= \delta(y_t) & & (4) \end{aligned} \right.$$

ただし, t : 一対比較質問のステップ番号

w : n 次元重みベクトル

H_t : t 番目の属性別効用差ベクトル

v_t : 判断誤差

$\delta(\cdot)$: $R^1 \rightarrow [-1, 0, 1]$ 判断関数

$$\left\{ \begin{aligned} z = \delta(y) &= 1 & \text{ iff } +\varepsilon < y \\ z = \delta(y) &= 0 & \text{ iff } -\varepsilon \leq y \leq +\varepsilon \\ z = \delta(y) &= -1 & \text{ iff } y < -\varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

上記の推定問題を解くためのアルゴリズムを次章で紹介する.

3. 推定方法

選好判断の観測データで条件づけられた事後確率密度関数 $P_t(w)$ は, 高次のモーメントを有する非正規な n 次元密度関数である. そこで, 何らかの数値計算上の近似が必要となる. 重みベクトルが所与のもとでのカテゴリカルな判断確率 $P(y_t \in \delta^{-1}(z_t) | w = w)$ は, (3), (4) 式より次式で表される.

$$\begin{aligned} P(y_t \in \delta^{-1}(z_t) | w = w) \\ = \int_{\delta^{-1}(z_t)} g_1(y - H_t w; \sigma^2) dy \quad (6) \end{aligned}$$

ただし, 本論文では, 平均 0 共分散 Σ の n 次元正規分布を次式で表すものとする.

$$g_n(\xi; \Sigma) = (2\pi)^{-n/2} (\det \Sigma)^{-1/2} \exp \left(-\frac{1}{2} \|\xi\|_{\Sigma^{-1}}^2 \right) \quad (7)$$

われわれは, (6) 式の積分式をつぎの Gaussian Sum 法による近似積分を行う方法を採用した.

$$\begin{aligned} P(y_t \in \delta^{-1}(z_t) | w = w) \\ = \sum_{j=1}^{I_t} \omega_t^j g_1(y_t^j - H_t w; \sigma^2) \quad (8) \end{aligned}$$

Gaussian Sum 法による数値積分は, 文献 6), 7) に詳しい. この近似が成立するならば, 事後確率密度関数はつぎに示す定理によって推定できる.

【定理 1】 $P(y_t \in \delta^{-1}(z_t) | w = w)$ が (8) 式の形に Gaussian Sum 近似でき, 初期の重み分布が $P_0(w) = g_n(w - c; Q_0)$ に従う時, 重みの事後確率関数は, つぎなる逐次式で推定できる.

$$P_t(w) = \sum_{i=1}^{N_t} \alpha_i^t g_n(w - a_i^t; P_i) \quad (9)$$

ただし,

$$N_t = N_{t-1} I_t \quad (10)$$

$$S_t = H_t P_{t-1} H_t^T + \sigma^2 \quad (11)$$

$$K_t = P_{t-1} H_t^* S_t^{-1} \quad (12)$$

$$P_t = (I - K_t H_t) P_{t-1} \quad (13)$$

$$a_{t,j+l_t(i-1)} = a_{t-1,j}^i + K_t (y_{t,j}^i - H_t a_{t-1,j}^i) \quad (14)$$

$$\alpha_{t,j+l_t(i-1)} = d_{t-1}^{-1} \alpha_{t-1,j}^i \omega_{t,j}^i g_1(y_{t,j}^i - H_t a_{t-1,j}^i; S_t) \quad (15)$$

$$d_t = \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^{N_{t-1}} \alpha_{t-1,j}^i \omega_{t,j}^i g_1(y_{t,j}^i - H_t a_{t-1,j}^i; S_t) \quad (16) \nearrow$$

$$N_0=1, P_0=Q_0, a_0^1=c, \alpha_0^1=1 \quad (17)$$

(証明)

まず、重みベクトル w の事後確率密度関数 $P_t(w)$ が、つぎなる逐次式で表現できることを示す。

$$\begin{aligned} P_t(w) dw &= d_{t-1}^{-1} \int_{\delta^{-1}(z_t)} g_1(y - H_t w; \sigma^2) dy P_{t-1}(w) dw \\ & \quad (18) \end{aligned}$$

ベイズの定理より、

$$\begin{aligned} P_t(w) dw &= P(w \in dw | z_1, z_2, \dots, z_t) \\ &= \frac{P(y_t \in \delta^{-1}(z_t) | w=w, z_1, z_2, \dots, z_{t-1}) P(w \in dw | z_1, z_2, \dots, z_{t-1})}{P(y_t \in \delta^{-1}(z_t) | z_1, z_2, \dots, z_{t-1})} \\ &= \frac{P(y_t \in \delta^{-1}(z_t) | w=w) P(w \in dw | z_1, z_2, \dots, z_{t-1})}{\int P(y_t \in \delta^{-1}(z_t) | w=\xi) P(w \in d\xi | z_1, z_2, \dots, z_{t-1}) d\xi} \\ &= \frac{P(y_t \in \delta^{-1}(z_t) | w=w) P_{t-1}(w) dw}{\int P(y_t \in \delta^{-1}(z_t) | w=\xi) P_{t-1}(\xi) d\xi} \end{aligned}$$

(6)式より、

$$\begin{aligned} P_t(w) dw &= d_{t-1}^{-1} \int_{\delta^{-1}(z_t)} g_1(y - H_t w; \sigma^2) dy P_{t-1}(w) dw \end{aligned}$$

ただし、

$$d_t = \int_{R^n} \int_{\delta^{-1}(z_t)} g_1(y - H_t \xi; \sigma^2) P_{t-1}(\xi) dy d\xi \quad (19)$$

このように、(18)、(19)式で示される逐次式を得る。この(18)式は、Gaussian Sum 法による数値積分の仮定(8)式より、次式で示される。

$$\begin{aligned} P_t(w) dw &= d_{t-1}^{-1} \sum_{j=1}^{l_t} \omega_{t,j}^i g_1(y_{t,j}^i - H_t w; \sigma^2) P_{t-1}(w) dw \\ & \quad (20) \end{aligned}$$

上式の数値積分の分割点 $\{y_{t,j}^i\}$ と、その重み係数 $\{\omega_{t,j}^i\}$ は、適当に選んだ数値積分方式に従って決定すればよい^{6),7)}。たとえば、 $\delta^{-1}(z_t)$ が $[-\varepsilon, +\varepsilon]$ の有限区間の場合、つまり $A \sim A'$ なる選好判断結果の場合は Simpson Law を使えばよい。また、 $(-\infty, -\varepsilon]$ および $[+\varepsilon, \infty)$ の半無限区間の場合は、Gauss の積分公式に従って決定すればよい。

さて、つぎに数学的帰納法によって (9)~(17)式が成立することを示す。

$$\begin{aligned} P_{t-1}(w) dw &= \sum_{i=1}^{N_{t-1}} \alpha_{t-1,j}^i g_n(w - a_{t-1,j}^i; P_{t-1}) \end{aligned}$$

が成立するものと仮定する。この時 $P_t(w) \nearrow$

は次式で示される。

$$\begin{aligned} P_t(w) &= d_{t-1}^{-1} \sum_{j=1}^{l_t} \omega_{t,j}^i g_1(y_{t,j}^i - H_t w; \sigma^2) \\ & \quad \cdot \sum_{i=1}^{N_{t-1}} \alpha_{t-1,j}^i g_n(w - a_{t-1,j}^i; P_{t-1}) \\ &= d_{t-1}^{-1} \sum_{i=1}^{N_{t-1}} \sum_{j=1}^{l_t} \omega_{t,j}^i \alpha_{t-1,j}^i g_1(y_{t,j}^i - H_t w; \sigma^2) g_n(w - a_{t-1,j}^i; P_{t-1}) \quad (21) \end{aligned}$$

正規密度関数の積に関して、つぎの補題が一般に成立する⁶⁾。

[補題]

$$\begin{aligned} g_n(w - b; Q) g_m(y - Hw; R) &= g_m(y - Hb; S) g_n(w - a; P) \quad (22) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} S &= HQH^* + R \quad P = (I - KH)Q \\ K &= QH^*S^{-1} \quad a = b + K(y - Hb) \end{aligned}$$

この補題を用いて(21)式を書き直すと、つぎのようになる。

Fig. 2 Estimation process

$$P_t(w) = d_t^{-1} \sum_{i=1}^{N_{t-1}} \sum_{j=1}^{l_t} \omega_i^j \alpha_i^t g_1(y_i^j - H_t a_i^{t-1}; S_t) - H_t a_i^{t-1}; S_t) g_n(w - a_i^t l_t^{(i-1)+j}; P_t) \quad (23)$$

ただし,

$$S_t = H_t P_t H_t^T + \sigma^2 \quad (24)$$

$$K_t = P_{t-1} H_t^T S_t^{-1} \quad (25)$$

$$P_t = (I - K_t H_t) P_{t-1} \quad (26)$$

$$a_i^t l_t^{(i-1)+j} = a_i^{t-1} + K_t (y_i^j - H_t a_i^{t-1}) \quad (27)$$

上式を整理すると,

$$P_t(w) = \sum_{i=1}^{N_{t-1}} \sum_{j=1}^{l_t} \alpha_i^t l_t^{(i-1)+j} g_n(w - a_i^t l_t^{(i-1)+j}; P_t) \quad (28)$$

ただし,

$$\alpha_i^t l_t^{(i-1)+j} = d_t^{-1} \alpha_i^{t-1} \omega_i^j g_1(y_i^j - H_t a_i^{t-1}; S_t) \quad (29)$$

(19), (28)式より d_t を Gaussian Sum 表現すると,

$$d_t = \sum_{j=1}^{l_t} \sum_{i=1}^{N_{t-1}} \alpha_i^{t-1} \omega_i^j g_1(y_i^j - H_t a_i^{t-1}; S_t) \quad (30)$$

また, (28)式は, つぎの形になっている.

$$P_t(w) = \sum_{i=1}^{N_t} \alpha_i^t g_n(w - a_i^t; P_t)$$

ただし, $N_t = N_{t-1} + l_t$

以上より, 定理 1 の各式が成立することが証明された.

Gaussian Sum 表現された $P_t(w)$ より, 重みベクトルの平均値と共分散は, (9)式より次式で求められる.

$$E[w | z_1, z_2, \dots, z_t] = \sum_{i=1}^{N_t} \alpha_i^t a_i^t$$

$$Cov[w, w | z_1, z_2, \dots, z_t] = \sum_{i=1}^{N_t} \alpha_i^t \left(P_t + a_i^t \left(a_i^t - \sum_{j=1}^{N_t} \alpha_j^t a_j^t \right)^T \right)$$

Table 1 Result of pairwise comparison question

Question No	Pairwise comparison data				Answer		
	Route A		Route A'		$A > A'$	$A \sim A'$	$A < A'$
	Time (min)	Fare (yen)	Time (min)	Fare (yen)			
1	30	200	35	0			○
2	40	200	60	0		○	
3	50	200	60	0			○
4	40	400	70	0		○	
5	50	400	60	0			○
6	50	400	80	0		○	
7	40	400	50	0			○
8	60	600	90	0		○	
9	60	600	80	0			○
10	50	600	90	0	○		

定理 1 による重みベクトルの事後確率密度関数の逐次推定アルゴリズムは, $t-1$ 回までの一対比較質問と回答の観測データに基づく重み分布を用いて, t 回目の一対比較案の効用差 y_t の確率分布を予測し, t 回目の実際の回答結果との予測誤差から, 重み分布を修正するといった操作を繰返すアルゴリズムとなっている

Fig. 3 Convergence of posteriori probability density function

Fig. 4 Estimated results of the value of time

Table 2 Attributes of trip route

Name of attribute	Attribute variable	
Sitting	Sitting time	a_1
Standing	Standing time	a_2
Transfer	Number of Transfer	a_3
Waiting	Headway	a_4
Walking	Walking time	a_5

る。

4.1 時間価値の推定

時間価値の推定方法の一つに利用率方式がある。2
地点間に2本のルートがあり、一方のルート（たとえ

4. 適用事例

Table 3 Summary of questionnaire and answer

Question No.	Trip situation A					Trip situation B					Observed data		
	Sitting time	Standing time	Number of transfer	Head-way	Walking time	Sitting time	Standing time	Number of transfer	Head-way	Walking time			
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$A < A'$	$A \sim A'$	$A > A'$
1	0	30				32	0				○		
2	0	30				35	0				○		
3	0	30				40	0					○	
4	0	30				45	0						○
5	0	30				50	0						○
6	0	30				60	0						○
7	30		0			28		1					○
8	30		0			25		1				○	
9	30		0			20		1			○		
10	30		0			15		1			○		
11	30			15		32			10		○		
12	30			15		35			10			○	
13	30			15		40			10			○	
14	30			15		45			10				○
15	30			15		50			10				○
16	30			15		32			5		○		
17	30			15		35			5		○		
18	30			15		40			5			○	
19	30			15		45			5				○
20	30			15		50			5				○
21	30			15		32			2		○		
22	30			15		35			2		○		
23	30			15		40			2			○	
24	30			15		45			2				○
25	30			15		50			2				○
26	30			15		32			1		○*		
27	30			15		35			1		○		
28	30			15		40			1		○		
29	30			15		45			1			○	
30	30			15		50			1				○
31	30				15	40				10	○		
32	30				15	45				10		○	
33	30				15	50				10			○
34	30				15	55				10			○
35	30				15	65				10			○
36	30				15	45				5	○		
37	30				15	50				5	○		
38	30				15	55				5		○	
39	30				15	60				5			○
40	30				15	70				5			○
41	30				15	48				2	○		
42	30				15	53				2	○		
43	30				15	58				2	○		
44	30				15	63				2			○
45	30				15	73				2			○

ば有料道路)を利用するほうが、他のルート(たとえば無料道路)を利用する場合よりも、時間短縮となるが経費が多くかかる場合には、その利用率は時間差と経費差の大きさに応じて決定されるものと考えられる。利用率方式では、両ルートの利用率が均等となった場合の(費用差)/(時間差)をもって、時間便益評価値とする方式である。この考えに従って、評価対象として道路ルート、属性として所要時間と通行料金を採用し、道路ルートの比較対を自動車保有者に提示して選好判断実験を行った。ここでは、属性別効用が時間と料金の線形関数と仮定し、つぎの効用関数を考えた。

$$U(a_1, a_2) = \omega_1 a_1 + \omega_2 a_2 \quad a_1: \text{時間} \quad a_2: \text{料金}$$

一対比較質問とその回答結果を **Table 1** に示す。この質問と回答のデータに前章の方法を適用し、 $P_i(w)$ を推定した。事前情報としてつぎの値を設定した。

$$x_0^* = (\omega_1, \omega_2)_{i=0} = (5, 0, 0.5) \quad \sigma = 50 \quad \varepsilon = 5$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

質問開始前の時間価値(ω_1/ω_2)は10円/分とし、重みの不確実性が大きくして初期分散を大きく与えた。事後確率密度関数と時間価値の収束状況は、**Fig. 3**, **Fig. 4** に示すとおりである。この結果から当初 diffuse な重みの存在領域が、質問の繰返しと共に縮まっていくと共に、時価価値が1,000円/時の近くに収束していく状況がわかる。

4.2 経路選択行動

個人の意思決定行動の代表的な例として経路選択行動を取上げ、本方法の適用を行う。経路選択モデルは交通計画において重要であるが、交通経路の〈質〉も含めて交通機関利用者の心理的側面を定量化しようとする研究は数少ない¹⁰⁾。そこで、利用者がサービスに対して認める価値を、多属性効用関数を用いて評価してみたい。経路選択においては、代替案はトリップ経路であり、その属性としては、**Table 2** に示す5個の代表的変数を取上げる。また、前節と同様に

Fig. 5 Process of the estimated weights

Fig. 6 Estimated weights of final step

$$U(a) = \sum_{i=1}^n \omega_i u_i(a_i)$$

なる効用関数を考える。この理由は、属性別効用関数が、それほど強い非線形性をもたないことが実証されていることによる^{4),10)}。

この適用事例では、**Table 3** に示す45通りの一対比較質問を行い、重みを推定した。当初の重みをすべて同一に与えた場合について、重みの条件付期待値 $E[w|z_1, z_2, \dots, z_i]$ の推移を **Fig. 5** に示す。図によれば、比較判断を繰返すことによって、合理的な重みの値に収束していく状況がわかる。最終的な重みの推定値を、着席の重みを1として図示したものが **Fig. 6** である。つまりこの図は、着席1分の与える心理的負担を1単位とした時の、他の属性1分当りの負担量を表現している。たとえば、1回の乗換えは、7.74分着席していることと等価な心理的負担であることが示されている。

5. 結 論

本研究では、重みベクトルを確率変数とする新しい選好判断モデルを提案した。そして、このモデルに基づいて加法的効用関数の重みを、逐次ベイズ推定するアルゴリズムを与えた。最後に、この推定方法を二つの事例に適用することによって、提案した方法の妥当性を検討した。

この方法は、従来の効用の測定方法と比べて、つぎの利点をもっている。

- ①個人の加法的効用関数を、質問と回答(対話)を繰返すことによって逐次的に推定できる。
- ②序数的選好判断($A \succ A'$, $A \sim A'$, $A \prec A'$)を質問するので、くじの確実同値レベルを

質問する Keeney の方法などと比べて回答が容易である。

③重みの事前情報が有効に利用できる Bayesian Approach である。

④確率的モデルであるので、推移律を満たさない回答も取扱える。また重みの事後密度関数を逐次推定するので、重みの収束状況がわかりやすい。

本方法は、個人の心理的価値の測定方法として一般に利用可能であり、つぎの課題への応用が考えられる。

①騒音・大気汚染などの与える心理的被害費用の測定¹¹⁾。

②商品の需要予測。

③専門家を集めて代替案の選択を行う際の、コンピュータを用いた合意形成の道具としての利用。

今後の課題としては、効用の加法的の仮定をゆるめた方法を考える必要があろう。また、リスクの概念を取入れた評価方法も重要である。評価とか意思決定の問題は、従来から専門家の経験的直観にゆだねられていた場合が多く、システムの開発と適用が進展することを期待するものである。

参 考 文 献

- 1) P. C. Fishburn: Utility Theory for Decision Making, J. Wiley (1970)
- 2) R. L. Keeney: Multiplicative Utility Functions,

- Oper. Res., 22 (1974)
- 3) A. Ichikawa: Structure of Multidimensional Criteria, 5th SICE Symposium on Control Theory, Tokyo (1976)
- 4) 宮武信春, 杉野 昇: 交通システムの評価, 計測と制御, 16-1, 123/128 (1977)
- 5) N. Miyatake, S. Mori and K. Furuta: Bayesian Estimation of the States of Linear Systems Based on Quantized Measurements, 5th SICE Symposium on Control Theory, Tokyo (1976)
- 6) D. L. Alspach, et al: An Approximation of Density Functions by a Sum of Gaussians for Nonlinear Bayesian Estimation, Proc. of 1st Symposium on Nonlinear Estimation Theory and Its Application (1970)
- 7) R. E. Carry, et al.: Nonlinear Estimation with Quantized Measurements—PCM, Predictive Quantization and Data Comparison, IEEE Trans. on I. T., IT-16 (1970)
- 8) L. L. Thurstone: The Measurement of Values, Chicago Univ. Press (1959)
- 9) R. D. Luce and H. Raiffa: Games and Decisions, J. Wiley (1957)
- 10) 谷 明良, 宮武信春: 通勤経路選好特性の計量化方法, 土木学会論文報告集, 第267号 (1977)
- 11) 宮武信春, 中村 豊: 価値意識の多次元評価とその応用, 日本自動制御協会多目的システム分科会, 資料No. '77-5 (1977)
- 12) K. S. Krishnan: Incorporating Thresholds of Indifference in Probabilistic Choice Models, Management Science, 23-11 (1977)
- 13) 中山弘隆, 樫木義一: 多目的意思決定とその応用, システムと制御, 20-10 (1976)