二足歩行のダイナミクスの制御理論的考察[†]

宮崎 文夫*・有本 卓*

A Control Theoretic Study on the Dynamics of Biped Locomotion

Fumio MIYAZAKI* and Suguru ARIMOTO*

Biped locomotion is a type of movement in which the mover makes use of the gravity skillfully. The purpose of this paper is to investigate the dynamics of biped locomotion from the viewpoint of both classical mechanics and modern control theory. To this end, a mathematical model with moderate degrees of freedom is proposed, which is derived as a model of five-link locomotion expressing the essence of human biped locomotion. The structural features of the model are discussed from the viewpoint of freedom of dynamics and controllability. It is then shown that some specific dynamical features of the locomotion model can be characterized in terms of angular momentum. It is finally shown that the 'gait stability', which is a special type of stability inherent to biped locomotion, is realized by a proposed control which satisfies the final condition of a swinging leg.

1. ま え が き

陸上動物は、常に重力の影響を受けることによって、特徴ある運動パターンを生み出している。中でも二足歩行は、重力をたくみに利用した運動形態の一つであり、その運動を各関節部に働く筋力の制御の範疇で考えるならば、神経科学の分野における多くの研究成果^{1),2)}によって、神経回路による複雑な制御がなされていることが確認されている。ところで、この興味深い二足歩行運動を、その構造および外的な環境と制御の因果関係という点からとらえるためには、神経科学的な視点のみからでは不十分であり、運動のダイナミクスを制御理論的に究明しておくことが必要不可欠である。しかも、その解析データはロボットやマニピュレータなどの、制御系のシンセシスに生かすことができるものと思われる。本論文は、人間の二足歩行

を想定しながら、その本質をなるべく忠実に、しかし末梢的なものは切り捨てて、複雑にならない程度の二足歩行モデルを設定し、そのダイナミクスを力学と現代制御理論の立場から究明することを目的とする。

本文中では、動的な二足歩行運動の一つの基本パターンが、竹馬形の歩行にみられる倒立振り子系と振り子の周期的な変換にあるとして、主に足首部分のトルクが働かない場合について考察している。すなわち、足首部分のトルクは人間の正常歩行のために必要ではあるが、二足歩行運動の大きな特徴である、支持脚と遊脚の変換に起因する安定性—gait stability—のためには不可欠的ではないと考える。以下では、このような構造の歩行システムの運動が、角運動量を用いることによって、接地点まわりの回転運動として総括的に捉えることができることを示し、さらにシステムの構造的な特徴、および gait stability を満たす安定化制御の方法について主に定性的に説明する。定量的な考察結果は、改めて報告するつもりである。

2. 二足歩行モデル

二足歩行モデルを多リンク機構とみなし運動方程式をたてる方法は、従来多く用いられてきた^{4)~6)}。それによると、モデルの複雑さは自由度に依存することがわかる。解析を容易にするためには、もともとのモデルの自由度を少なくするか、歩行パターンに拘束条件を設けて自由度を落す必要がある。前者の方法によるモデルとしては、単なる倒立振り子モデル⁴⁾をはじめ、脚部質量を無視した多リンク構造モデル⁵⁾などがあるが、gait stability に関する限り脚部質量の無視は現実性に乏しいし、二足歩行システムを支持脚側だけ切り離して考えると、歩行のダイナミクスを完全に把握できないうろみが残る。後者のようなモデルは、腰部位置の軌道設定による支持脚側、遊脚側の decouple という形で用いられたり⁶⁾、多リンク構造モデルをハードな拘束で自由度の少ない構造に置き換えた形で用いられているが、いずれにしても二足歩行運動の考察

[†] 第6回制御理論シンポジウムで発表(昭52・5)

* 大阪大学基礎工学部 豊中市待兼山町 1-1

* Faculty of Engineering Science, Osaka University, Toyonaka

(Received October 19, 1977)

Fig. 1 Biped locomotion model

範囲が狭くなり、二足歩行パターンの本来の特徴が損われる恐れがある。

以上の考察から、ここでは二足歩行モデルとして、

$$A = \begin{bmatrix} 2k_1 & k_6 \cos(\theta_1 - \theta_2) & k_8 \cos(\theta_1 - \theta_3) & k_9 \cos(\theta_1 - \theta_4) & k_{10} \cos(\theta_1 - \theta_5) \\ k_6 \cos(\theta_1 - \theta_2) & 2k_2 & k_7 \cos(\theta_2 - \theta_3) & k_{11} \cos(\theta_2 - \theta_4) & k_{12} \cos(\theta_2 - \theta_5) \\ k_8 \cos(\theta_1 - \theta_3) & k_7 \cos(\theta_2 - \theta_3) & 2k_3 & 0 & 0 \\ k_9 \cos(\theta_1 - \theta_4) & k_{11} \cos(\theta_2 - \theta_4) & 0 & 2k_4 & k_{13} \cos(\theta_4 - \theta_5) \\ k_{10} \cos(\theta_1 - \theta_5) & k_{12} \cos(\theta_2 - \theta_5) & 0 & k_{13} \cos(\theta_4 - \theta_5) & 2k_5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & k_6 \sin(\theta_1 - \theta_2) & k_8 \sin(\theta_1 - \theta_3) & k_9 \sin(\theta_1 - \theta_4) & k_{10} \sin(\theta_1 - \theta_5) \\ -k_6 \sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 & k_7 \sin(\theta_2 - \theta_3) & k_{11} \sin(\theta_2 - \theta_4) & k_{12} \sin(\theta_2 - \theta_5) \\ -k_8 \sin(\theta_1 - \theta_3) & -k_7 \sin(\theta_2 - \theta_3) & 2k_3 & 0 & 0 \\ -k_9 \sin(\theta_1 - \theta_4) & -k_{11} \sin(\theta_2 - \theta_4) & 0 & 2k_4 & k_{13} \sin(\theta_4 - \theta_5) \\ -k_{10} \sin(\theta_1 - \theta_5) & -k_{12} \sin(\theta_2 - \theta_5) & 0 & -k_{13} \sin(\theta_4 - \theta_5) & 2k_5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} k_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{18} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$k_1 = \frac{1}{2}(m_1 a^2 + M r_1^2 + 2m_2 r_1^2 + m_1 r_1^2) + \frac{1}{2} I_1$$

$$k_3 = \frac{1}{2} M L^2 + \frac{1}{2} I_3,$$

$$k_5 = \frac{1}{2} m_1 (r_1 - a)^2 + \frac{1}{2} I_1,$$

$$k_7 = M r_2 L,$$

$$k_9 = -m_2 r_1 (r_2 - b) - m_1 r_1 r_2,$$

$$k_{11} = -m_2 r_2 (r_2 - b) - m_1 r_2^2,$$

$$k_{13} = m_1 r_2 (r_1 - a),$$

$$k_{15} = -g(m_2 b + M r_2 + m_2 r_2 + m_1 r_2),$$

$$k_{17} = g\{m_2(r_2 - b) + m_1 r_2\},$$

$$k_2 = \frac{1}{2}(m_2 b^2 + M r_2^2 + m_2 r_2^2 + m_1 r_2^2) + \frac{1}{2} I_2$$

$$k_4 = \frac{1}{2} m_2 (r_2 - b)^2 + \frac{1}{2} m_1 r_2^2 + \frac{1}{2} I_2$$

$$k_6 = m_2 r_1 b + (M + m_1 + m_2) r_1 r_2$$

$$k_8 = M r_1 L$$

$$k_{10} = -m_1 r_1 (r_1 - a)$$

$$k_{12} = -m_1 r_2 (r_1 - a)$$

$$k_{14} = -g(m_1 a + 2m_2 r_1 + M r_1 + m_1 r_1)$$

$$k_{16} = -g M L$$

$$k_{18} = g m_1 (r_1 - a)$$

Fig. 1 のような簡単化した 5 自由度の人間形モデルを考える。ただし、運動は鉛直軸と進行方向の水平軸によって作られる 2 次元平面 (sagittal plane) 内に限られるものとする。なお、Fig. 1 のモデルは著者らによって先に提案されたが⁷⁾、最近、Hemami も独立に同じモデルを設定し、シミュレーション結果を示している⁸⁾。

Fig. 1 のモデルに対して、各関節部の機械的あるいは電気的な抵抗を無視し、Lagrange の方法によって運動方程式をたてると、つぎようになる。

$$A \ddot{\theta} + B \dot{\theta}^2 + C \sin \theta = D \ddot{T} \quad (1)$$

ここで、 $\ddot{\theta} = (\ddot{\theta}_1, \dots, \ddot{\theta}_5)^T$, $\dot{\theta}^2 = (\dot{\theta}_1^2, \dots, \dot{\theta}_5^2)^T$

$$\sin \theta = (\sin \theta_1, \dots, \sin \theta_5)^T, \quad \ddot{T} = (\ddot{T}_0, \ddot{T}_1, \dots, \ddot{T}_4)^T$$

なお、 $T_i (i=1, \dots, 4)$ は駆動部 i に働く駆動トルクであり、 T_0 は支持端 0 部に働くトルクである。また、(1) 式中の各行列の要素はつぎのとおりである。

なお、以下の議論の中でより簡単化した二足歩行モデルを用いる場合もあるが、それらは基本モデル (Fig.

1) をもとに設定されたものである。

3. 構造的特徴

二足歩行システムの構造的な特徴を、システムの自

由度および可制御性の点から調べる。

3.1 二足歩行システムの自由度

二足歩行モデルは、棒状エレメントがいくつか連なった多リンク構造とみなせる。リンク構造の特徴から、多重エレメントの一部が閉じると、その閉じた個数の2倍の自由度が減少する。二足歩行システムにおいてたとえば、片脚1本で支持する場合と両脚で支持する場合とでは、二つの拘束条件が加わることによって自由度は片脚支持期5、両脚支持期3となる。この自由度の変化に伴ってシステムの構造も変わる。したがって、片脚支持期と両脚支持期とは、その制御法も大きく異なってくる。人間の正常歩行の場合、全歩行期間中に占める両脚支持期間の割合は、10~15%といわれているから⁶⁾、両期間に対して具体的な制御法を見い出さなければならないが、本論文では片脚支持期におけるシステムの構造および制御法に限って調べる。

3.2 片脚支持期におけるシステムの可制御性

(1)式で表される非線形システムを、各関節部の角度が微小であるとして、原点まわりで線形化したシステムは、つぎのように記述できる。

$$\dot{x}(t) = Gx(t) + Hu(t) \quad (2)$$

ただし、 $x = (x_1, x_3, \dots, x_9, x_2, x_4, \dots, x_{10})^T$

$$x_{2i-1} = \theta_i, \quad x_{2i} = \dot{\theta}_i \quad (i=1, \dots, 5)$$

各係数行列 G, H は

$$G = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A^* & 0 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ B^* \end{bmatrix}$$

$$A^* = -[A^{-1}] \ddot{\theta} = 0C, \quad B^* = [A^{-1}] \ddot{\theta} = 0D \quad (0 = (0, \dots, 0))$$

(2)式のような係数行列を有するシステムでは、一般につぎのことがいえる。

(2)式で表されるシステムの可制御性は、 $x_{2i} (i=1, \dots, 5)$ のサブシステムの可制御性と等価である。

これは、(2)式のグラム行列 $[G, H]$ が

$$[G, H] = \begin{bmatrix} 0 & B^* & 0 & A^*B^* & \dots & 0 & A^*A^*B^* \\ B^* & 0 & A^*B^* & 0 & \dots & A^*A^*B^* & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

と表されることから明らかである。したがって、システム(2)の可制御性は $[A^*, B^*]$ のランクを調べれば判定できる。

ところで、二足歩行モデルとして人間をとった場合、各係数行列はつぎのようになる。

$$A^* = \begin{bmatrix} 262 & -235 & -1.25 & -0.52 & -0.02 \\ -258 & 279 & -15.3 & -6.31 & -0.20 \\ -2.84 & -31.5 & 29.3 & 4.88 & 0.16 \\ 3.68 & 40.8 & -15.3 & -43.2 & 14.1 \\ 0.33 & 3.62 & -1.36 & 39.3 & -41.9 \end{bmatrix}$$

$$B^* = \begin{bmatrix} 2.31 & -1.12 & -0.01 & 0.03 \\ -2.46 & 1.42 & 0.24 & -0.14 \\ 0.08 & -0.35 & -0.36 & 0.10 \\ -0.12 & 0.25 & 1.43 & -2.57 \\ -0.01 & 0.01 & -1.24 & 4.96 \end{bmatrix}$$

ただし、Fig. 1 の各パラメータは Elftman⁹⁾ のモデルをもとに、つぎのようにとった。

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.4 \text{ m}, \quad r_2 = 0.4 \text{ m}, \quad L = 0.28 \text{ m}, \quad a = 0.16 \text{ m}, \\ b &= 0.22 \text{ m}, \quad m_1 = 4.8 \text{ kg}, \quad m_2 = 7.2 \text{ kg}, \quad M = 36.0 \text{ kg}, \\ I_1 &= 0.15 \text{ kgm}^2, \quad I_2 = 0.35 \text{ kgm}^2, \quad I = 2.82 \text{ kgm}^2 \\ (\text{身長 } 1.70 \text{ m}, \text{ 全質量 } 60.0 \text{ kg}) \end{aligned}$$

ここに、行列 B^* は 5×4 であるが、これは足首部分のトルク T_0 を常に 0 と仮定したためである。 B^* が 5×5 でフルランクであれば、(3)式より明らかに可制御となるが、足首部分のトルクが働かない上記の場合は、実際にグラム行列 $[A^*, B^*]$ のランクを調べてみなければ可制御であるかどうかかわからない。実際の数値計算結果からは可制御であることがわかるが、果して十分な可制御構造となっているであろうか。

Fig. 1 のような一固定点を有する多リンク機構では、力学的に次式が成り立つ¹⁰⁾。

$$\frac{d}{dt}(P_\theta^C + P_\theta^R) = - \sum_{i=1}^5 \frac{\partial U}{\partial \theta_i} + T_0 \quad (4)$$

ただし、 P_θ^C は全質量中心の 0 点まわりの角運動量、 P_θ^R は全質量中心まわりの角運動量であり、右辺の第 1 項は質量中心に働く重力の 0 点まわりのモーメントである (U は系の位重エネルギー)。いま、 $P_\theta^R \equiv 0$ 、 $T_0 \equiv 0$ と仮定すると、式

$$\frac{d}{dt} P_\theta^C = - \sum_{i=1}^5 \frac{\partial U}{\partial \theta_i} \quad (5)$$

は、全質量中心の 0 点まわりの角運動量が、全質量中心に働く重力モーメントの影響のみを受けることを表している。全質量中心と点 0 を結ぶ直線が鉛直軸となす角を α とすると、 $P_\theta^C(t)\alpha(t) \geq 0$ が成り立つ範囲では、 P_θ^C はどんな制御トルク $T_i(t) (i=1, \dots, 4)$ を加えても単調非減少な時間関数となるため、このシステムには部分的に原点に可到達でない領域が存在する (ただし、全質量中心と 0 点間の距離は負値をとらない)。このとき、(5)式を原点まわりで線形化したシステムは非可制御となり、(5)式のシステムは局所的な非可制御性を有している¹¹⁾。したがって、 P_θ^R のオーダーが P_θ^C のそれに比べて十分小さければ、(4)式の可制御性に関する構造は(5)式で近似でき、足首部分のトルクの働かない Fig. 1 のシステムは、局所非可制御構造であるといえる。 P_θ^R は全質量中心まわりの角運動量であるから、各エレメントの質量中心が全質量中心の

近くにあればあるほど、 P_θ^G のほうがオーダ的に大きくなる。つまりこれは、上部部が全質量の大部分を占める一般の二足歩行モデルに相当するが、この安定性に関して一見不都合とも思われる構造が、後述する gait Stability のための制御法に役買うのである。

4. 二足歩行運動とその制御法

二足歩行運動は、力学的にみれば重力場の中における多リンク機構の、一接地点まわりの回転運動の繰返しに他ならない。このとき、接地点まわりに働くトルクは唯一の外力トルクであるから、歩行パターンの遷移期には重要な役割を担っていると思われるが、竹馬形の歩行などのように不必要な場合もある。また前節で調べたように、全質量が上部部にほぼ集中している二足歩行システムは、運動を全質量中心の接地点まわりの回転運動としてとらえることができ、さらに足首部分のトルクが働かないものとすれば、局所的な非可制御性を有している。以下では、全質量が上部部に集中している二足歩行システムの竹馬形二足歩行について、その歩行運動および gait stability のための制御法を述べる。

4.1 二足歩行運動と角運動量

二足歩行システムの接地点まわりの全角運動量のうち、全質量中心の接地点まわりの角運動量が、歩行のダイナミカルシステムと密接に結び付いていることは前節で述べた。すなわち、歩行の状態は、全質量中心の接地点まわりの角運動量でほぼ説明できる。Fig. 2 は、基本モデル (Fig. 1) の運動状態を接地点と全質量中心を結ぶ直線が鉛直軸となす角 α と、全質量中心の接地点まわりの角運動量 P_θ^G によって表した概念的な説明図である。なお、 P_θ^G は次式によって求まる。

$$P_\theta^G = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 p_i p_j \cos(\theta_i - \theta_j) \dot{\theta}_i \quad (6)$$

Fig. 2 $P_\theta^G - \theta$ curve

ただし、 $p_1 = m_1 a + (m_1 + 2m_2 + M)r_1$, $p_2 = m_2 b + (m_1 + m_2 + M)r_2$, $p_3 = ML$, $p_4 = -m_2(r_2 - b) - m_1 r_2$, $p_5 = -m_1(r_1 - a)$, $W = M + 2(m_1 + m_2)$

(5)式で表される局所非可制御構造から、システムの状態が領域(1)にある時は P_θ^G 減の方向にのみ制御可能であり、領域(2)にある時は P_θ^G 増の方向にのみ制御可能である (領域(1)', (2)' はその逆)。また、代表曲線 [I], [II] は歩行系の全質量中心と、接地点の間の許容最小距離をとった時に描かれる $P_\theta^G - \alpha$ 曲線であり、歩行系の初期値が領域(3), (3)' にある時は、システムの軌道が P_θ^G 軸を切ることができないため、この片脚支持期間は前進不可能である。

歩行のパターンを、Fig. 2 を用いて説明してみる。

①歩行停止；片足歩行運動の期間中に軌道が(3), (3)' の領域に入れば、この期間の歩行前進は不能である。歩行系が歩行停止するとき、このような軌道を通る (PQ)。

②定常歩行；たとえば、Fig. 2 の A-R-B という軌道を通る。定常歩行の条件としては

$$P_\theta^G(t_i) = P_\theta^{G*}(t_f) \quad (7)$$

ただし、 t_i は片脚支持期開始時刻、 t_f は片脚支持期終了時刻、 P_θ^{G*} は次期支持脚の次期接地点まわりの角運動量であり、両脚支持期間中は状態変数に変化がないものとしている。

③歩行加(減)速；歩行の加(減)速は、各歩行周期ごとに角運動量の初期値が増える(減る)ことに対応している。この角運動量の初期値は、両脚支持期間を通して前歩行周期の終端条件に依存する (A→D, E or F)。

②、③より、二足歩行システムの gait stability のための制御法とは、遊脚の終端値制御に他ならないことがわかる。

4.2 gait stability のための制御法

二足歩行システムを上体部を含んだ支持脚側と遊脚側に分けて考えれば、このシステムは倒立振り子系と振り子系の複合したシステムと考えられる。また、上部部質量に全質量の大部分が含まれるとすれば、前章で述べた局所非可制御構造に近似できるだけでなく、歩行周期程度の時間区間であれば、平衡点の近傍を除いて倒立振り子系を全システムに対して decouple できると考えられる。これは、質量の小さい物体の運動による反作用力が、質量の大きい物体の運動に大きな影響を与えることはほとんどないという力学的な考察に基づいている。実際、いろんな初期条件、制御量を用いて線形化システム(2)に対するシミュレーションを行っても、かなり一般的に成り立つようである。

Fig. 3
Simplified
biped
locomotion
model

ここでは、二足歩行システムとして Fig. 3 のような倒立振子と振子が複合したもっとも簡単なモデルを用い、gait stability を実現する制御法について考察するが、上記のような二足歩行システムの特徴を備えさせるために、つぎのような仮定を設けておく。

- ①足首部分のトルク u_1 は、片脚支持期間中常に 0。
- ②倒立振子側の質量は、振子側のそれに比べて十分大きい ($m_1 \gg m_2$)。

gait stability のための制御法の一つとして、遊脚(振子側)のある規定された終端条件を満たすような制御を考える。

Fig. 3 のシステムの運動方程式を(1)式と同様の形で記述すると、(1)式中の各行列は

$$A = \begin{bmatrix} (m_1 + 4m_2)a^2 + I_1 & -2m_2ar_0 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ -2m_2ar_0 \cos(\theta_1 - \theta_2) & m_2r_0^2 + I_2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -2m_2ar_0 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ 2m_2ar_0 \sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -(m_1 + 2m_2)ag & 0 \\ 0 & m_2r_0g \end{bmatrix}$$

$x = (x_1, \dots, x_4)^T = (\theta_1, \dot{\theta}_1, \theta_2, \dot{\theta}_2)^T$ として状態変数表示し、 θ_1, θ_2 微小として線形化すると

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ k_1 & 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_3 & 0 & -k_4 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ u_1^* \\ 0 \\ u_2^* \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$k_1 = \frac{(m_2r_0^2 + I_2)(m_1 + 2m_2)ag}{m_1m_2a^2r_0^2 + I_1(m_2r_0^2 + I_2)}$$

$$k_2 = \frac{2m_2^2ar_0^2g}{m_1m_2a^2r_0^2 + I_1(m_2r_0^2 + I_2)}$$

$$k_3 = \frac{2m_2(m_1 + 2m_2)a^2r_0g}{m_1m_2a^2r_0^2 + I_1(m_2r_0^2 + I_2)}$$

$$k_4 = \frac{m_2r_0\{(m_1 + 4m_2)a^2 + I_1\}g}{m_1m_2a^2r_0^2 + I_1(m_2r_0^2 + I_2)}$$

$$u_1^* = \frac{(m_2r_0^2 + I_2)u_1 + 2m_2ar_0u_2}{m_1m_2a^2r_0^2 + I_1(m_2r_0^2 + I_2)}$$

$$u_2^* = \frac{2m_2ar_0u_1 + \{(m_1 + 4m_2)a^2 + I_1\}u_2}{m_1m_2a^2r_0^2 + I_1(m_2r_0^2 + I_2)}$$

仮定②より、 $(x_1, x_2)^T$ のサブシステムは $x_1 = 0$ の近傍を除けば、 $(x_3, x_4)^T$ のサブシステムに対して decouple できるから

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \dot{x}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_1 & 0 \end{bmatrix} x_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ u_1^* \end{bmatrix} \quad (9)$$

に従う、(8)式の解は、推多行列 $\Phi_1(t, t_0)$ を用いると

$$x_1(t) = \Phi_1(t, t_0)x_1(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi_1(t, \tau) \begin{bmatrix} 0 \\ u_1^*(\tau) \end{bmatrix} d\tau \quad (10)$$

仮定②より、 u_2 の x_1 に対する影響は無視できるし、仮定①があることで x_1 の軌道は初期条件のみによって決まってしまう。したがって、 $x_2 = (x_3, x_4)^T$ のサブシステム

$$\dot{x}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_4 & 0 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_3 & 0 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ u_2^* \end{bmatrix} \quad (11)$$

の解は、推移行列 $\Phi_2(t, t_0)$ を用いてつぎのようになる。

$$x_2(t) = \Phi_2(t, t_0)x_2(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi_2(t, \tau) \left\{ f(\tau) + \begin{bmatrix} 0 \\ u_2^*(\tau) \end{bmatrix} \right\} d\tau \quad (12)$$

$$f(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_3 & 0 \end{bmatrix} x_1(t) \quad (t \geq t_0)$$

x_2 のサブシステムは可制御であるから、適当な $u_2^*(t)$ によって目的の状態に移すことができる。このとき、問題は基本的には終端条件が固定された場合に適当な制御関数を求めることであり、たとえば文献6)のように制御変数の制限を考慮しない最適制御問題として扱うこともできる。制御変数に制限を設けた場合、初期条件によっては目的の終端値が実現できないことも起りうるが、このような場合は終端条件を各ステップごとに少しずつ変化させ、数ステップをかけて目的の終端値を得る方法が考えられる。

以上のような制御法は、エレメントの数が増えても仮定①、②のもとではそのままの形で適用できる。

Fig. 4 Boundary matching condition

4.3 定常歩行の条件

前節で述べたように、gait stability のための制御法の一つは、遊脚の終端条件を満たすような制御法であった。この時の遊脚の終端条件は、歩行パターンによっていろいろな値をとりうるが、ここでは定常歩行の場合の終端条件を求めてみる。

遊脚側の質量が、支持脚側のそれに比べて十分小さい歩行モデルについて、支持脚変換時における全質量中心の状態の接続条件を Fig. 4 に示す (Gubina⁹⁾ 参照)。図中点 A は現接地点、点 B は次期接地点である。ただし、支持脚変換時の両脚支持期間中は状態変数に変化がないものとする。Fig. 4 から次式が成り立つ。

$$\dot{\theta}_{\text{new}} = \frac{\dot{r}_{\text{old}} \sin(\theta_{\text{old}} - \theta_{\text{new}})}{r_{\text{new}}} + \frac{r_{\text{old}} \dot{\theta}_{\text{old}} \cos(\theta_{\text{old}} - \theta_{\text{new}})}{r_{\text{new}}} \quad (13)$$

$$\dot{r}_{\text{new}} = \dot{r}_{\text{old}} \cos(\theta_{\text{old}} - \theta_{\text{new}}) - r_{\text{old}} \dot{\theta}_{\text{old}} \sin(\theta_{\text{old}} - \theta_{\text{new}}) \quad (14)$$

$$r_{\text{old}} \cos \theta_{\text{old}} = r_{\text{new}} \cos \theta_{\text{new}} \quad (15)$$

$$r_{\text{old}} \sin \theta_{\text{old}} - r_{\text{new}} \sin \theta_{\text{new}} = L \quad (16)$$

また、全質量中心の運動は足首部分のトルクが働かない場合、次式に従う。

$$\ddot{r} - r \dot{\theta}^2 + g \cos \theta = \frac{F_r}{M} \quad (17)$$

$$\ddot{\theta} + 2 \frac{\dot{r}}{r} \dot{\theta} - \frac{g}{r} \sin \theta = 0 \quad (18)$$

ここで F_r は r 方向の一般化力であり、 r と内力トルク $T_i (i=1, \dots, 4)$ の関数となっている。したがって、歩行周期 P をあらかじめ設定しておけば、(12)~(17) 式から内力トルク T_i のとり方に応じて定常歩行のための全質量中心の終端 (初期) 条件が得られる。

なお、接地点と全質量中心間の距離が一定であるような歩行では、上記の関係より定常歩行の条件として両脚支持期の次期遊脚側の $\theta \sim \dot{r}_{\text{old}}$ が必要不可欠であることがわかる。このとき、 $\dot{r}_{\text{old}}$ は (17) 式を $\dot{\theta} - (g/r)\theta = 0$ と近似してつぎのように表される。

$$\dot{r}_{\text{old}} = \frac{kL(1 + \cosh kP)}{\sqrt{4r^2 - L^2} \sinh kP} \cos^{-1} \frac{\sqrt{4r^2 - L^2}}{2r} \quad (19)$$

$$k = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

5. あとがき

二足歩行システムの運動を、sagittal plane 内の 5

エレメントのリンク機構の運動としてとらえ、片脚支持期のシステムの構造が、足首部分のトルクが存在するか否かによって大きく変わることを示した。足首部分のトルクが存在しなければ、上部体に全質量の大部分が集中している人間形のモデルは、近似的に局所非可制御構造となっている。このような構造になっても実際には、支持脚の変換、両脚支持期の存在によって竹馬形の二足歩行が可能である。

また、二足歩行運動特有の安定性である gait stability のための制御法として、遊脚の終端条件を満たすようなフィードフォワード制御を示した。なお、本論文で用いた物理量—角運動量—は、多自由度、多入力二足歩行システムを解析するうえで有効であり、この物理量を用いることによって、より現実的で効果的な制御法が確立できるのではないかとと思われる。

最後に、本論文をまとめるに当たり、多くの協力を頂いた研究室の竹垣盛一氏に深く感謝いたします。

参考文献

- 1) 猪飼道夫：歩行運動の生理、生体の運動機構とその制御、杏林書院、326/341 (1972)
- 2) 有働正夫：四足歩行と中枢プログラミング、現代の神経科学 3、産業図書、79/98 (1976)
- 3) M. Vukobratovic, A. A. Frank and D. Juricic: On the Stability of Biped Locomotion, IEEE Trans., BME-17-1, 25/36 (1970)
- 4) 山下忠、山田寛、猪谷彦太郎：歩行の基礎的研究、バイオメカニズム、東大出版会、226/234 (1972)
- 5) F. Gubina, H. Hemami and R. B. McGhee: On the Dynamic Stability of Biped Locomotion, IEEE Trans., BME-21-2, 102/108 (1974)
- 6) C. K. Chow and D. H. Jacobson: Studies of Human Locomotion via Optimal Programming, Math. Biosci. -10, 239/306 (1971)
- 7) 宮崎、他：二足歩行のダイナミクスの制御理論的考察、第6回制御理論シンポジウム資料、69/74 (1977)
- 8) H. Hemami and R. L. Farnsworth: Postural and Gait Stability of a Planar Five Link Biped by Simulation, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-22-3, 452/458 (1977)
- 9) H. Elftman: The Functional Structure of the Lower Limb, Human Limbs and Their Substitutes, (P. E. Klopsteg, P. Wilson et al.) Reprint, 411/436 Hafner (1968)
- 10) Barkeley (今井功訳): Barkeley Physics Course, Mechanics, 1, 丸善、224/230
- 11) 宮崎、他：固定端のあるリンク機構の可制御性、日本機械学会関西支部学術講演会、11月 (1977)