壁面流動におけるすべり無次元量の測定法[†]

小 島 昇*

A Method to Measure the Dimensionless Slippage Coefficient of the Flow over Wall

Noboru KOJIMA*

The dimensionless slippage coefficient is measured in the study of velocity distribution of a fluid in a pipe and in precision measurement of the viscosity of the fluid. A precise and efficient method to measure the dimensionless slippage coefficient has not been found.

In this paper, taking into consideration the slippage of fluid over walls, the flow through an annulus is analysed in a dimensionless form.

The fluid flows through two annuluses with a common geometry but with different wall surfaces coated with two kinds of slippery materials. The flow rate will depend on the slippage characterized by the dimensionless slippage coefficient β^* . Suppose β^* changes to $\Delta\beta^*$ while the measuring condition is kept unchanged. The ratio of the original flow rate to the new flow rate may be written as:

$$\varphi = \frac{1+3\beta^*}{1+3\Delta\beta^*}$$

The above equation holds in a wide range of the ratio of inner radius to outer radius of the annulus.

In the new method proposed by the author the flow rates are measured to obtain β^* . When $\Delta\beta^*$ has been obtained by a thrust method, β^* is obtainable from the above equation. When $\Delta\beta^*$ such as the dimensionless slippage coefficient of water flowing over glass surfaces is negligible, β^* is expressed approximately as a function of φ only and is obtained by a simple computation. By the new method, the dimensionless slippage coefficient is measured more efficiently than by other methods, independent of the viscosity of the fluid.

The outline of the experimental equipment

and the discussions for experimental results are described.

1. 緒 言

流路内を流れる流体の流動は、一般に、壁面上では流体がすべらないとして取り扱われている。その事由として、第一に、たとえすべりが存在するとしても、きわめて微小で、流体の流動に与える影響は無視できるほどのものであろうと仮定¹⁾し、これに対して疑念をいだくことなく長い期間を経過してきていること、第二に、壁面上の流体のすべりについて、いままで、適切な測定方法が見いだされていなかったことがあげられる。

管の材料または管壁被膜材にいろいろなものが用いられるに伴って、壁面におけるすべりの測定を効率良く行うことを可能とする方法の開発が要望される。

壁面におけるすべりを求める方法には、流量法²⁾や推力法³⁾などがあるが、前者は、壁面において流体がすべらないとして求めた粘度を用いてすべりを求めていることに疑問があり、後者は、二重管の芯に作用する推力を測定するために、かなり煩雑な実験をしなければならない。

筆者は、二重管について、芯に作用する推力を測定することなく、しかも、流体の粘度とは無関係にすべりを求めることを可能とする測定法を提案し、これを検証するための若干の実験を行ったので報告する。

記 号

$$A: \{1-4e+e^2+4e(1-e+e^2)k\}/2e\{(1+e^2)k-1\}$$

$$B: (1-e)^2/e\{(1+e^2)k-1\}$$

$$C: 1/2ek$$

$$C_1^*, C_2^*: \text{積分定数}$$

$$D: \begin{cases} (P_1^2 - P_2^2)Z_1/8\eta l P_1 \bar{Z} & (\text{圧縮性流体の場合}^{4)}) \\ \Delta p/4\eta l & (\text{非圧縮性流体の場合}) \end{cases}$$

[†] 第10回計測・制御に関する北海道研究集会で発表(昭52・11)

* 明治大学工学部 川崎市多摩区生田 5158

* Faculty of Engineering, Meiji University, Kawasaki (Received February 6, 1978)

- $e: r_a/r_b$
 $k: -\log e/(1-e^2)$
 $l: \text{静圧取出口間の距離}$
 $m: (r_b-r_a)/2$
 $P_1: \text{上流部の絶対圧力}$
 $P_2: \text{下流部の絶対圧力}$
 $\Delta p: \text{差圧}$
 $Q_0: \text{すべりが無い場合における流量}$
 $Q_0^*: Q_0/(1/2)\pi Dm^4$
 $Q: \text{すべり (すべり無次元量が } \beta^*) \text{ がある場合における流量}$
 $Q^*: Q/(1/2)\pi Dm^4$
 $Q_{4\beta^*}: \text{すべり (すべり無次元量が } 4\beta^*) \text{ がある場合における流量}$
 $r_a: \text{二重管の芯の外半径}$
 $r_a^*: r_a/m$
 $r_b: \text{二重管の外管の内半径}$
 $r_b^*: r_b/m$
 $r: \text{二重管の中心軸からの距離}$
 $r^*: r/m$
 $w_0: \text{すべりが無い場合における流速}$
 $w_0^*: w_0/Dm^2$
 $w: \text{すべりがある場合における流速}$
 $w^*: w/Dm^2$
 $w_a: \text{芯壁面上の流速}$
 $w_a^*: w_a/Dm^2$
 $w_b: \text{管壁面上の流速}$
 $w_b^*: w_b/Dm^2$
 $\bar{Z}: \text{平均圧縮係数}$
 $Z_1: \text{気体の圧縮係数}$
 $\alpha: \xi/\beta^*$
 $\beta: \text{すべり係数}$
 $\beta^*: \beta/m \text{ (すべり無次元量)}$
 $\eta: \text{粘度}$
 $\xi: \text{流量増加率}$
 $\Phi: Q/Q_0$
 $\varphi: Q/Q_{4\beta^*}$

2. 測定の原理

二重管内の流体の流れが定常流で、かつ、層流であり、二重管の半径方向の流れおよび流体に作用する外力がないものとし、円柱座標 (r, θ, Z) で表わされた Navier-Stokes の式を用いて、運動方程式を無次元化した形で表わすと、次式が得られる。

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \right) + 1 = 0$$

Fig. 1 Dimensionless velocity distribution in an annulus

上式を積分することにより、流速無次元量 w^* はつぎのように表わされる。

$$w^* = -r^{*2} + C_1^* \log r^* + C_2^* \quad (1)$$

Fig. 1 に示す実線のように、二重管の管壁と芯壁とにおいて流体がすべる場合、両壁面上における境界条件として、次式が成り立つ。

$$w_a^* = \left[\beta^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \right]_{r^*=r_a^*}$$

$$w_b^* = \left[-\beta^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \right]_{r^*=r_b^*}$$

これらの境界条件と (1) 式から、壁面においてすべりがある場合における流速無次元量 w^* および流量無次元量 Q^* は、それぞれつぎのように表わされる。

$$w^* = -r^{*2} + \frac{8e(1+\beta^*)}{(1-e)^2(2ek+\beta^*)} \log \left\{ \frac{1}{2}(1-e)r^* \right\} + \frac{8ek+4\{1-e+e^2+2e(1-e)k\}\beta^*+4(1-e)^2\beta^{*2}}{(1-e)^2(2ek+\beta^*)} \quad (2)$$

$$Q^* = 4 \int_{r_a^*}^{r_b^*} w^* r^* dr^* = \frac{32e(1+e)\{(1+e^2)k-1\}}{(1-e)^3(2ek+\beta^*)} + \frac{16(1+e)\{1-4e+e^2+4e(1-e+e^2)k\}\beta^*}{(1-e)^3(2ek+\beta^*)} + \frac{32(1+e)}{(1-e)(2ek+\beta^*)}\beta^{*2} \quad (3)$$

Fig. 1 に示す破線のように、両壁面においてすべりが無い場合における流速無次元量 w_0^* および流量無次元量 Q_0^* は、(2) 式および (3) 式において、 $\beta^*=0$ とすることにより、それぞれつぎようになる。

$$w_0^* = [w^*]_{\beta^*=0} = -r^{*2} + \frac{4}{(1-e)^2} \left[\frac{1}{k} \log \left\{ \frac{1}{2}(1-e)r^* \right\} + 1 \right] \quad (4)$$

Fig. 2 Φ vs. e Fig. 3 Φ vs. β^*

$$Q_0^* = [Q^*]_{\beta^*=0} = \frac{16(1+e)\{(1+e^2)k-1\}}{(1-e)^3k} \quad (5)$$

一つの二重管について、すべりがある場合における流量 Q とすべりが無い場合における流量 Q_0 との比 Φ は、(3)式および(5)式を用いると、つぎのように表わされる。

$$\Phi = \frac{Q}{Q_0} = \frac{Q^*}{Q_0^*} = \frac{1+A \cdot \beta^* + B \cdot \beta^{*2}}{1+C \cdot \beta^*} \quad (6)$$

上式において、流量比 Φ は半径比 e とすべり無次元量 β^* との関数として表わされることから、 e および β^* の値に対応する Φ の値を数値計算によって求めることができる。

Fig. 2 および Fig. 3 は数値計算の結果を、それぞれグラフに表わしたものである。

Fig. 3 より、計算値 Φ と β^* とは、 $0.1 < e < 0.9$ の範囲において、ほぼ直線関係となることから、その直線の勾配を α とすると、 Φ と β^* との関係は次式のように表わすことができる。

$$\Phi = 1 + \alpha \cdot \beta^*$$

α は、 $0 < \beta^* < 1.0$, $0.1 < e < 0.9$ の領域で、ほぼ3となり、次式が得られる。

$$\Phi = 1 + 3\beta^* \quad (7)$$

なお、(6)式において $e=0$ とすると、単管の場合の流量比 $1+2\beta^*$ が得られる。また、すべりによる流

量増加率を ξ とすると、流量比 Φ は次式のように表わされる。

$$\Phi = 1 + \xi$$

したがって、流量増加率 ξ はすべり無次元量 β^* に比例し、その比例定数が単管の場合は2、二重管の場合は3であることは興味をひくことがらである。

いま、一つの二重管において、二つの場合について考える。

一方の、管と芯との両壁面を表面処理して、すべり無次元量が β^* である場合の流量 Q と、他方、表面処理せず、すべり無次元量が $\Delta\beta^*$ である場合の流量 $Q_{\Delta\beta^*}$ との比 φ を求めると、次式が得られる。

$$\varphi = \frac{Q}{Q_{\Delta\beta^*}} = \frac{Q/Q_0}{Q_{\Delta\beta^*}/Q_0} = \frac{1+3\beta^*}{1+3\Delta\beta^*} \quad (8)$$

$\Delta\beta^* \ll 1$ のときは、上式から次式が導かれる。

$$\beta^* - \Delta\beta^* = (\varphi - 1)/3 \quad (9)$$

表面処理をしない場合の $\Delta\beta^*$ の値が β^* の値に対してもきわめて小さいようなときには、 $\Delta\beta^*$ を無視して近似的に、上式より β^* はつぎのように表わすことができる。

$$\beta^* = (\varphi - 1)/3 \quad (10)$$

以上のことから、本測定法により、一つの二重管で壁面を表面処理しない場合と表面処理した場合とについて、それぞれの流量を求めることにより、(10)式から表面処理をした場合のすべり無次元量 β^* の値を求めることができる。

表面処理をしない場合の $\Delta\beta^*$ が β^* に対して無視できないようなときには、 $\Delta\beta^*$ の値を前もって推力法により求めておき、(8)式あるいは(9)式を用いて β^* の値を算出すればよい。

3. 実験装置と方法

本実験に使用した実験装置の概略図は Fig. 4 に示すとおりである。

二重管部分は、上流部、測定部および下流部の三つの部分から構成されており、上流部および下流部の芯

Fig. 4 Block diagram of the schematic arrangement of the experimental apparatus

Fig. 5
Guide ring

は、Fig. 5に示すような案内具をそれぞれの外管の両端に挿入し、外管と芯の中心軸が合致するように、三点支持により外管に固定される。案内具は、芯を固定したのち抜き取る。

Fig. 6は測定部の芯を示したもので、芯の内部中央に芯の重さと浮力を釣り合わせるための調整用おもりが入れられており、測定部の芯は、上流部および下流部の固定芯に固定された支持片により支持されている。

測定は、芯径の異なる芯をそれぞれ入れ替えることにより半径比 e が異なる各二重管について、それぞれ二重管の管壁と芯壁とを表面処理しない場合と表面処理した場合とについて行う。

測定に当たっては、定水頭タンクから二重管内に流入する流体の流量を、二重管の上流部入口の前に設けたバルブにより調整し、層流領域内でいろいろと流量を変え、おのおのの流量に対して、測定部の両端部に設けた静圧取出口より導かれた静圧をU字管マンノメータにより測定し、同時に、二重管の上流部入口と下流部出口に取り付けられたサーミスタ温度計により流体の温度を測定する。

4. 実験結果と考察

Table 1は、静圧取出口間の距離が40.0 cmであるガラス二重管で、流体に水を使用し、二重管の両壁面をシリコンAおよびシリコンBで表面処理した場合の測定結果の例を示したもので、 β_{q*} は、(10)式から求めた値であり、 β^* は推力法によって求められた表面処理をしていない場合のすべり無次元量 $\Delta\beta^*$ の値を用い、(9)式より求めた値である。

本実験に用いた二重管について、推力法によって求めたすべり無次元量は、両壁面を表面処理しないと

Table 1 Experimental values of β_{q*} and β^* in the cases of the flow of water in three different radius ratios of concentric annulus whose walls are coated with slippery materials

slippery material	r_b (cm)	e	β_{q*}	β^*
silicone A	1.0991	0.463	0.13	0.13
		0.546	0.13	0.14
		0.640	0.13	0.13
silicone B	1.1025	0.456	0.11	0.11
		0.544	0.11	0.12
		0.640	0.11	0.11

き0.002, シリコンAで表面処理したとき0.14, シリコンBで表面処理したとき0.11である。

Table 2は、静圧取出口間の距離が40.0 cmであるアクリル二重管で流体に空気を使用し、二重管の両壁面をシリコンAで表面処理した場合の測定結果の例を示したもので、 β^* は、推力法によって求められた表面処理をしないときのすべり無次元量 $\Delta\beta^*$ の値を用い(8)式から算出した値であり、 β_{F*} は推力法で求めた値である。

本実験に用いた二重管について、推力法によって求められた両壁面を表面処理しないときのすべり無次元量は0.14であり、表面処理をしたときよりもすべり無次元量 β^* が大きい。このことはアクリル管で流体に空気を用いた場合、表面処理されていないアクリル管の表面の β^* が、ある表面処理がなされているものと等しいものであり、表面処理をしたときは、前者とは異なるすべりにくい表面処理がなされたと考えることにより理解してもよいであろう。

本測定法による測定結果は、推力法による測定結果ともかなり良く合致していることがわかり、本測定法の妥当性が立証される。なお、本測定法によって求められたすべり無次元量 β^* のばらつきは、いずれも ± 0.006 である。

両壁面が表面処理されていない場合のすべり無次元量 $\Delta\beta^*$ は常に零とは限らないことから、表面処理を

Fig. 6 Assembly of core

Table 2 Experimental values of β^* and β_{F*} for the fully developed flow of air in annuli of three different radius ratios

r_b (cm)	e	β^*	β_{F*}
1.0810	0.469	0.10	0.09
	0.553	0.11	0.10
	0.654	0.10	0.11

していない場合も、ある表面処理がなされている場合に相当するとして取り扱うほうが合理的と考えられる。

したがって、精度良く測定しようとする場合は、前もって推力法により表面処理がなされていないときのすべり無次元量 $\Delta\beta^*$ を求めておき、(8)式あるいは(9)式より、表面処理がされているときのすべり無次元量 β^* の値を求めればよい。

本測定法によれば、流量の測定値のみを用いてすべり無次元量 β^* を導くことができることから、流体の粘度とは無関係に β^* の値を求めることができ、粘度が流体の温度によって変化し、その測定がきわめて困難なものであり、かつ、粘度そのものがすべらないものとして求められていることを考慮すると、粘度の測定値を用いることなく β^* の値が求められることは都合がよいといえる。

壁面を表面処理しない場合にも、必ずしも、すべりが零とは限らないことから、従来、流体が壁面ではすべらないと仮定して粘度の測定が行われていることについて、壁面におけるすべりを導入することにより、これまでよりもいっそう定義に忠実に流体の粘度が求められる可能性の示唆が得られる。

本研究において二重管を使用した理由は、他の測定法（推力法など）と比較し、本測定法の妥当性をいろいろな半径比の場合についても検証するためであり、また、無次元化した形で解析を行ったのは、二重管内の流体の流れに関し、取扱いを一般化するためである。

5. 結 言

いままで述べてきたことを以下に要約する。

1. 壁面におけるすべりを考慮した二重管内の流体の流れに関し、取扱いを一般化するために無次元化して解析を行い、壁面におけるすべりを流量の測定のみによって求める方法を提案し、かつ、その妥当性を検証した。

2. 同一条件のもとで、壁面で流体がすべる場合とすべらない場合との流量の比 Φ と、すべり無次元量

β^* との関係式を誘導している。

3. β^* の値に対応する Φ の値を数値計算によって求めた結果、流量比 Φ は、半径比 e の広い範囲 ($0.1 < e < 0.9$) にわたってすべり無次元量 β^* の簡単な1次式で表わすことができる。

4. 壁面で流体がすべらない場合の流量に対して、すべる場合の流量の増加率 ξ はすべり無次元量 β^* に比例し、 $0.1 < e < 0.9$ の範囲で、その比例定数はほぼ3に等しい。この関係を利用して、 β^* の測定を容易にしている。

5. 壁面の形状などが同一で、表面処理状態のみが異なる流路において差圧を一定に取った場合、流量に差を生じることについて、いままでの取扱いでは説明が困難であるが、すべりを考慮することによりはじめで説明できる。

6. 本測定法により、すべらないとして求められた粘度の値を用いることなく、流量の測定のみによって比較的容易にすべりを求めることができることは都合が良い。

終りに臨み、終始有益なご意見およびご指導をいただいた明治大学 豊沢陽二教授、実験装置の試作と実験とに協力された明治大学大学院学生 山田敏彦、朝倉徹の両君に感謝の意を表します。

また、本研究における数値計算は明治大学計算センター FACOM 230-38 によって行ったもので、種々ご協力いただいた明治大学計算センターの方々に感謝します。

参 考 文 献

- 1) 川田裕郎：粘度，25/27，コロナ社（1975）
- 2) 富田久三郎：二重管内における流動とその抵抗に就て，日本機械学会論文集，1-5，329/332（1935）
- 3) 豊沢，町田：二重管壁におけるすべりの測定法，計測自動制御学会論文集，13-1，58/63（1977）
- 4) 倉瀬公男：細管法による粘度の絶対測定に関する研究，計量研究所報告，25-3，5/25（1976）
- 5) 小島 昇：壁面における流動すべりについて，第10回計測・制御に関する北海道研究会講演前刷，9/10（1977）