プレートフィン形熱交換器の動特性†

古 荘 純 次*・上 松 一 雄**・嘉 納 秀 明*・増 淵 正 美*

Dynamics of Plate-Fin Type Heat Exchangers

Junji FURUSHO*, Kazuo UEMATSU**, Hideaki KANOH* and Masami MASUBUCHI*

Characterization of the dynamic behavior of heat exchangers can be important in the start-up operation and for the design of control systems. This paper reports the results of a theoretical and experimental study of the dynamic behavior of plate-fin type heat exchangers. In the theoretical model of this paper, the dynamics of heat conduction of fins are taken into consideration.

1. はじめに

制御を行う場合にプラント内の各装置の動特性を知る事は、いかなる制御を行うにしてもきわめて重要な意味をもつ。本論文は、プレートフィン形熱交換器¹⁾の動特性を考察したものである。

本論文で扱っている総アルミ製プレートフィン形熱交換器は、小形・軽量でかつ著しく温度効率がよくさらに強度が高く、もれの心配が少なく、量産が可能で経済的であるなど多くの利点をもっている。こうした利点のために最近では航空機、自動車、車両、船舶、産業機械、電力、低温工業などその利用はあらゆる分野に及んでいる。しかし、こうした広範囲の利用にもかかわらず、その動特性に関する研究は行われていないようである。静特性については、フィン効率を用いて等価な熱交換面に換算して処理している論文²⁾がある。しかし、その動特性を考えるときには熱伝導の動特性も考える必要があるため、この方法を動特性の研究に拡張することは無理である。特に、プレートフィン形熱交換器はその熱移動のほとんどすべてをフィン

に依存しており、フィンの高さも高いため熱伝導の動特性の影響が大きい。本論文では、このフィン部分の熱伝導を直接解析し、しかも式を必要最小限の複雑さに留める定式化を行った。こうして得られた理論的解析結果は、周波数応答実験により検討し、その妥当性を確認した。

2. 基礎式の導出

プレートフィン形熱交換器の構造を Fig. 1 に示す。本論文では、Fig. 2 に示す 2 流路の向流および並流型のプレートフィン形熱交換器について解析および実験を行う。この熱交換器に対する主要な記号は以下のとおりである。

θ : 流体温度 [°C]	λ : フィンの熱伝導率
θ_{wH} : 中央壁の温度 [°C]	(kcal/mhr°C)
θ_{wi} : 端の壁の温度 [°C]	W : 熱交換器の幅 [m]
θ_{Fi} : フィンの温度 [°C]	H_i : 流路高さ [m]
v_i : 流速 [m/hr]	L : 熱交換器全長 [m]
α_i : 熱伝達率	t_{wH} : 中央壁の厚さ [m]
(kcal/m²hr°C)	t_{wi} : 端の壁の厚さ [m]
c_{Li} : 流体比熱	t_{Fi} : フィンの厚さ [m]
(kcal/kg°C)	δ_i : フィンの配置間隔
γ_{Li} : 流体比重 [kg/m³]	(m)
c_w : 熱交換器材料の比熱	t : 時間 [hr]
(kcal/kg°C)	z : 流れ方向座標 [m]
γ_w : 熱交換器材料の比重	x_i : フィン方向座標
(kg/m³)	(m)

添字 i は 1 あるいは 2 であり、それぞれ第 1 流体、第

Fig. 1 Plate-fin type heat exchanger

† 第 19 回自動制御連合講演会で一部発表 (昭 51・11)

* 大阪大学工学部 吹田市大字山田上

** 三菱重工業(株) 長崎市飽浦町 1 番 1 号

* Faculty of Engineering, Osaka University, Suita

** Mitsubishi Heavy Industry Co. Ltd., Nagasaki

(Received January 5, 1978)

Fig. 2 Heat exchanger section

2流体を示す。

基礎方程式を導くにあたりつぎの仮定をおく。これらは後述の実験からわかるようになりかなり妥当なものである。フィンに関する仮定以外は従来の熱交換器の動特性に関する研究でしばしばなされている仮定である³⁾。

- (1) 流体内における流れ方向への熱伝導は無視できるものとする。
- (2) 流体の流れに直角方向の温度分布はなく、一つの平均温度で代表できるとする。
- (3) 熱伝達率は場所、流体温度には関係なく一定であるが、流速の関数ではある。
- (4) 壁は、流れ方向に直角な断面内では温度分布はない。
- (5) 端の壁と外部は断熱されているものとする。
- (6) フィンは流れ方向（ z 軸方向）および壁に垂直な方向（ x_i 軸方向）に温度分布をもつ。
- (7) フィン内部における熱伝導は、壁に垂直な方向（ x_i 軸方向）のみを考え、流れ方向（ z 軸方向）は無視する（ z 軸方向の温度勾配は x_i 軸方向の温度勾配より小さいので妥当と考えられる）。
- (8) 両側面（ x_i, z 軸を含む面に平行な面）の壁の熱容量は無視でき、また外部とは断熱されているものとする。

以上の仮定を用いて、単位流路幅についての熱収支式より以下の諸式を誘導した。

流体に関して

$$\begin{aligned} c_{Li}\gamma_{Li}\frac{\delta_i}{\delta_i+t_{Fi}}H_i\frac{\partial\theta_i}{\partial t}+v_i c_{Li}\gamma_{Li}\frac{\delta_i}{\delta_i+t_{Fi}}H_i\frac{\partial\theta_i}{\partial z} \\ =\alpha_i\frac{\delta_i}{\delta_i+t_{Fi}}(\theta_{wi}-\theta_i)+\alpha_i\frac{\delta_i}{\delta_i+t_{Fi}}(\theta_{wH}-\theta_i) \\ +2\alpha_i\frac{1}{\delta_i+t_{Fi}}\int_0^{H_i}(\theta_{Fi}-\theta_i)dx_i \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (1)$$

中央壁に関して

$$\begin{aligned} c_w\gamma_w t_{wH}\frac{\partial\theta_{wH}}{\partial t} \\ =\alpha_1\frac{\delta_1}{\delta_1+t_{F1}}(\theta_1-\theta_{wH})+\alpha_2\frac{\delta_2}{\delta_2+t_{F2}}(\theta_2-\theta_{wH}) \\ +\lambda\frac{t_{F1}}{\delta_1+t_{F1}}\left(\frac{\partial\theta_{F1}}{\partial x_1}\right)_{x_1=0}+\lambda\frac{t_{F2}}{\delta_2+t_{F2}}\left(\frac{\partial\theta_{F2}}{\partial x_2}\right)_{x_2=0} \end{aligned} \quad (2)$$

両端の壁に関して

$$\begin{aligned} c_w\gamma_w t_{wi}\frac{\partial\theta_{wi}}{\partial t}=\alpha_i\frac{\delta_i}{\delta_i+t_{Fi}}(\theta_i-\theta_w) \\ -\lambda\frac{t_{Fi}}{\delta_i+t_{Fi}}\left(\frac{\partial\theta_{Fi}}{\partial x_i}\right)_{x_i=H_i} \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (3)$$

フィンに関して

$$c_w\gamma_w t_{Fi}\frac{\partial\theta_{Fi}}{\partial t}=\lambda t_{Fi}\frac{\partial^2\theta_{Fi}}{\partial x_i^2}+2\alpha_i(\theta_i-\theta_{Fi}) \quad i=1,2 \quad (4)$$

(1)~(4)式を $\tau=vt/L$, $l=z/L$, $\xi_1=x_1/H_1$, $\xi_2=x_2/H_2$ において整理するとつぎようになる。

流体温度 $\theta_1(\tau, l)$, $\theta_2(\tau, l)$ に関して

$$\begin{cases} r\frac{\partial\theta_1}{\partial\tau}+\frac{\partial\theta_1}{\partial l}=a_1(\theta_{wH}-\theta_1)+a_1(\theta_{w1}-\theta_1) \\ \quad +b_1\int_0^1(\theta_{F1}-\theta_1)d\xi_1 \\ \frac{\partial\theta_2}{\partial\tau}+\frac{\partial\theta_2}{\partial l}=a_2(\theta_{wH}-\theta_2)+a_2(\theta_{w2}-\theta_2) \\ \quad +b_2\int_0^1(\theta_{F2}-\theta_2)d\xi_2 \end{cases} \quad (5)$$

ここで

$$\begin{aligned} r\triangleq\frac{v_2}{v_1}, \quad a_i\triangleq\frac{\alpha_i L}{c_{Li}\gamma_{Li}H_i v_i}, \\ b_i\triangleq\frac{2\alpha_i L}{c_{Li}\gamma_{Li}\delta_i v_i} \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (6)$$

中央壁の温度 $\theta_{wH}(\tau, l)$ に関して

$$\begin{aligned} \frac{\partial\theta_{wH}}{\partial\tau}=c_1(\theta_1-\theta_{wH})+c_2(\theta_2-\theta_{wH}) \\ +d_1\left(\frac{\partial\theta_{F1}}{\partial\xi_1}\right)_{\xi_1=0}+d_2\left(\frac{\partial\theta_{F2}}{\partial\xi_2}\right)_{\xi_2=0} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで

$$\begin{aligned} c_i\triangleq\frac{\alpha_i\delta_i L}{c_w\gamma_w y_{wH}(\delta_i+t_{Fi})v_2}, \\ d_i\triangleq\frac{\lambda t_{Fi} L}{c_w\gamma_w y_{wH}(\delta_i+t_{Fi})v_2 H_i} \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (8)$$

両端の壁温 $\theta_{w1}(\tau, l)$, $\theta_{w2}(\tau, l)$ に関して

$$\frac{\partial\theta_{wi}}{\partial\tau}=e_i(\theta_i-\theta_{wi})-h_i\left(\frac{\partial\theta_{Fi}(\tau, l, \xi_i)}{\partial\xi_i}\right)_{\xi_i=1} \quad i=1,2 \quad (9)$$

ただし

$$e_i \triangleq \frac{\alpha_i \delta_i L}{c_w \gamma_w t_{wi} (\delta_i + t_{Fi}) v_2},$$

$$h_i \triangleq \frac{\lambda t_{Fi} L}{c_w \gamma_w t_{wi} (\delta_i + t_{Fi}) v_2 H_i} \quad i=1, 2 \quad (10)$$

フィンの温度 $\theta_{F1}(\tau, l, \xi_1)$, $\theta_{F2}(\tau, l, \xi_2)$ に関して

$$\frac{\partial \theta_{Fi}}{\partial \tau} = f_i \frac{\partial^2 \theta_{Fi}}{\partial \xi_i^2} + g_i (\theta_i - \theta_{Fi}) \quad i=1, 2 \quad (11)$$

ただし

$$f_i \triangleq \frac{L \lambda}{c_w \gamma_w v_2 H_i^2}, \quad g_i \triangleq \frac{2 L \alpha_i}{c_w \gamma_w t_{Fi} v_2} \quad i=1, 2 \quad (12)$$

また、フィン温度に関する境界条件は

$$\theta_{F1}(\tau, l, 0) = \theta_{F2}(\tau, l, 0) = \theta_{wH}(\tau, l) \quad (13)$$

$$\theta_{Fi}(\tau, l, 1) = \theta_{wi}(\tau, l) \quad i=1, 2 \quad (14)$$

3. 動特性解析

3.1 入口温度変化に対する伝達関数

入口温度変化に対する伝達関数を求めるため (5), (7), (9), (11) 式において初期条件を零とおいてラプラス変換 (演算子を s とする) する. $\theta(\tau, l)$ をラプラス変換したものを $\theta(s, l)$ と表わすと以下に示すようになる.

流体の温度に関して

$$\begin{cases} r s \theta_1 + \frac{\partial \theta_1}{\partial l} = a_1 (\theta_{wH} + \theta_{w1} - 2\theta_1) \\ \quad + b_1 \int_0^1 \theta_{F1} d\xi_1 - b_1 \theta_1 \\ s \theta_2 + \frac{\partial \theta_2}{\partial l} = a_2 (\theta_{wH} + \theta_{w2} - 2\theta_2) \\ \quad + b_2 \int_0^1 \theta_{F2} d\xi_2 - b_2 \theta_2 \end{cases} \quad (15)$$

中央壁の温度に関して

$$s \theta_{wH} = c_1 (\theta_1 - \theta_{wH}) + c_2 (\theta_2 - \theta_{wH}) \\ + d_1 \left(\frac{\partial \theta_{F1}}{\partial \xi_1} \right)_{\xi_1=0} + d_2 \left(\frac{\partial \theta_{F2}}{\partial \xi_2} \right)_{\xi_2=0} \quad (16)$$

両端壁の温度に関して

$$s \theta_{wi} = e_i (\theta_i - \theta_{wi}) - h_i \left(\frac{\partial \theta_{Fi}}{\partial \xi_i} \right)_{\xi_i=1} \quad i=1, 2 \quad (17)$$

フィン温度に関して

$$s \theta_{Fi} = f_i \frac{\partial^2 \theta_{Fi}}{\partial \xi_i^2} + g_i (\theta_i - \theta_{Fi}) \quad i=1, 2 \quad (18)$$

また、フィン両端における境界条件は

$$\theta_{F1}(s, l, 0) = \theta_{F2}(s, l, 0) = \theta_{wH}(s, l) \quad (19)$$

$$\theta_{Fi}(s, l, 1) = \theta_{wi}(s, l) \quad i=1, 2 \quad (20)$$

となる. まず、フィン方向については独立に解けるのでこれを解く. (19), (20) 式からわかるように、フィンについてはその両端温度で境界条件が与えられてい

る. そこで計算の便宜のため

$$\Gamma_i(s, l) \triangleq \left(\frac{\partial \theta_{Fi}(s, l, \xi_i)}{\partial \xi_i} \right)_{\xi_i=0} \quad i=1, 2 \quad (21)$$

とおく. このとき (18) 式を境界条件 (19), (21) 式のも

とで解くとつぎのようになる.

$$\begin{aligned} \theta_{Fi}(s, l, \xi_i) &= \frac{g_i}{2(s+g_i)} (2 - e^{\eta_i(s)\xi_i} - e^{-\eta_i(s)\xi_i}) \theta_i(s, l) \\ &\quad + \frac{1}{2} (e^{\eta_i(s)\xi_i} + e^{-\eta_i(s)\xi_i}) \theta_{wH}(s, l) \\ &\quad + \frac{1}{2\eta_i(s)} (e^{\eta_i(s)\xi_i} - e^{-\eta_i(s)\xi_i}) \Gamma_i(s, l) \\ &\quad i=1, 2 \end{aligned} \quad (22)$$

ここで,

$$\eta_i(s) \triangleq \sqrt{\frac{s+g_i}{f_i}} \quad i=1, 2 \quad (23)$$

(22) 式を (17) 式に代入して $\theta_{wi}(s, l)$ について解き、さらに境界条件 (20) にこの θ_{wi} および (22) 式で $\xi_i=1$ とした θ_{Fi} を代入すると、 $\Gamma_i(s, l)$ はつぎのように決定される.

$$\begin{aligned} \Gamma_i(s, l) &= \frac{\eta_i(s)}{E_i(s)} F_i(s) \theta_i(s, l) \\ &\quad - \frac{\eta_i(s)}{E_i(s)} D_i(s) \theta_{wH}(s, l) \quad i=1, 2 \end{aligned} \quad (24)$$

ここで

$$\begin{cases} J_i^+(s) \triangleq e^{\eta_i(s)} + e^{-\eta_i(s)}, \quad J_i^-(s) \triangleq e^{\eta_i(s)} - e^{-\eta_i(s)} \\ D_i(s) \triangleq J_i^+(s) + \frac{h_i \eta_i(s)}{s+e_i} J_i^-(s) \\ E_i(s) \triangleq J_i^-(s) + \frac{h_i \eta_i(s)}{s+e_i} J_i^+(s) \\ F_i(s) \triangleq \frac{2e_i}{s+e_i} + \frac{g_i}{s+g_i} \{ D_i(s) - 2 \} \quad i=1, 2 \end{cases} \quad (25)$$

ゆえに $\theta_{wi}(s, l)$ は次式で与えられる.

$$\theta_{wi}(s, l) = P_i(s) \theta_i(s, l) + Q_i(s) \theta_{wH}(s, l) \quad i=1, 2 \quad (26)$$

ここで

$$\begin{cases} P_i(s) \triangleq \frac{e_i}{s+e_i} + \frac{g_i h_i \eta_i(s)}{2(s+e_i)(s+g_i)} J_i^-(s) \\ \quad - \frac{h_i \eta_i(s) F_i(s)}{2(s+e_i) E_i(s)} J_i^+(s) \\ Q_i(s) \triangleq \frac{h_i \eta_i(s)}{2(s+e_i)} \left\{ -J_i^-(s) + \frac{D_i(s)}{E_i(s)} J_i^+(s) \right\} \\ \quad i=1, 2 \end{cases} \quad (27)$$

つぎに (21) 式の関係を使って (24) 式を (16) 式に代入し、 $\theta_{wH}(s, l)$ について解き次式を得る.

$$\theta_{wH}(s, l) = I_1(s) \theta_1(s, l) + I_2(s) \theta_2(s, l) \quad (28)$$

ここで

$$I_i(s) \triangleq \frac{c_i + d_i \eta_i(s) F_i(s) / E_i(s)}{s + \sum_{j=1}^2 \{c_j + d_j \eta_j(s) D_j(s) / E_j(s)\}} \quad i=1, 2 \quad (29)$$

(15)式の右辺第2項を(22), (24)式を使って計算しておくとおきのようになる。

$$\int_0^1 \theta_{Fi}(s, l, \xi_i) d\xi_i \\ = M_i(s) \theta_i(s, l) + N_i(s) \theta_{wH}(s, l) \quad i=1, 2 \quad (30)$$

ここで

$$\begin{cases} K_i(s) \triangleq \frac{f_i}{2(s+g_i)} \{J_i^+(s) - 2\} \\ M_i(s) \triangleq \frac{g_i}{s+g_i} \left\{ 1 - \frac{J_i^-(s)}{2\eta_i(s)} \right\} + \frac{\eta_i(s) F_i(s) K_i(s)}{E_i(s)} \\ N_i(s) \triangleq \frac{J_i^-(s)}{2\eta_i(s)} - \frac{\eta_i(s) D_i(s) K_i(s)}{E_i(s)} \end{cases} \quad i=1, 2 \quad (31)$$

以上求めた(26), (28), (30)式を(15)式に代入すると、つぎに示すように $\theta_1(s, l)$, $\theta_2(s, l)$ に関する複素係数の微分方程式が得られる。

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_1(s, l)}{\partial l} = -R(s) \theta_1(s, l) + V(s) \theta_2(s, l) \\ \frac{\partial \theta_2(s, l)}{\partial l} = U(s) \theta_1(s, l) - T(s) \theta_2(s, l) \end{cases} \quad (32)$$

ここで

$$\begin{cases} R(s) \triangleq rs + 2a_1 + b_1 - a_1 P_1(s) - b_1 M_1(s) \\ \quad - \{a_1 + a_1 Q_1(s) + b_1 N_1(s)\} I_1(s) \\ V(s) \triangleq \{a_1 + a_1 Q_1(s) + b_1 N_1(s)\} I_2(s) \\ U(s) \triangleq \{a_2 + a_2 Q_2(s) + b_2 N_2(s)\} I_1(s) \\ T(s) \triangleq s + 2a_2 + b_2 - a_2 P_2(s) - b_2 M_2(s) \\ \quad - \{a_2 + a_2 Q_2(s) + b_2 N_2(s)\} I_2(s) \end{cases} \quad (33)$$

第2流体入口温度 $\theta_{2in}(s)$ を入力、第1流体出口温度を出力としたときの伝達関数を求める。ただし、流体速度 v_i が正のとき、 $l=0$ が入口、 $l=1$ が出口である。 v_i が負のときは、 $l=1$ が入口、 $l=0$ が出口である。

(a) 向流型 ($v_1 < 0$, $v_2 > 0$ とする)

境界条件は

$$\theta_1(s, 1) = 0, \quad \theta_2(s, 0) = \theta_{2in}(s) \quad (34)$$

である。(32), (34)式より伝達関数は

$$\frac{\theta_1(s, 0)}{\theta_{2in}(s)} = \frac{-V(s)(e^{p_1} - e^{p_2})}{\{p_1 + T(s)\} e^{p_1} - \{p_2 + T(s)\} e^{p_2}} \quad (35)$$

ただし、 p_1, p_2 は p に関する2次方程式

$$\{p + R(s)\} \{p + T(s)\} - V(s)U(s) = 0 \quad (36)$$

の根である。

(b) 並流型 ($v_1 > 0$, $v_2 > 0$ とする)

境界条件は

$$\theta_1(s, 0) = 0, \quad \theta_2(s, 0) = \theta_{2in}(s) \quad (37)$$

である。(32), (37)式より伝達関数は

$$\frac{\theta_1(s, 1)}{\theta_{2in}(s)} = \frac{V(s)(e^{p_1} - e^{p_2})}{p_1 - p_2} \quad (38)$$

3.2 流量変化に対する伝達関数

第2流体の流量が変化するものとし

$$v_2 = v_{2s}(1 + u(\tau)) \quad (39)$$

とする。添字 s は定常状態を意味する。定常状態の近傍において熱伝達率 α_2 は

$$\alpha_2 = \alpha_{2s}(1 + m v_{2s} u(\tau)) \quad (40)$$

によって表わされる。前節で得たプレートフィン形熱交換器の式を定常状態のまわりで線形化し、さらにラプラス変換し、前節と同様の手順で整理すると次式が得られる。

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_1(s, l)}{\partial l} = -R(s) \theta_1(s, l) + V(s) \theta_2(s, l) \\ \quad + B_1(s) \mu e^{p_3 l} u(s) \\ \frac{\partial \theta_2(s, l)}{\partial l} = U(s) \theta_1(s, l) - T(s) \theta_2(s, l) \\ \quad + B_2(s) \mu e^{p_3 l} u(s) \end{cases} \quad (41)$$

ここで $p_3 = -R(0) - T(0)$ であり、 $B_1(s), B_2(s), \mu$ は

Table 1 Notation

$\varphi \triangleq \frac{\delta_2 L m}{c_w \tau w t_{wH}(t_{F2} + \delta_2)}$	$\rho \triangleq \frac{\partial_2 L m}{c_w \tau w t_{w2}(t_{F2} + \delta_2)}$	$\psi \triangleq \frac{2 L m}{c_w \tau w t_{F2}}$
$\eta_{20} \triangleq \eta_2(0), \quad I_{10} \triangleq I_1(0), \quad D_{20} \triangleq D_2(0), \quad Q_{20} \triangleq Q_2(0), \quad E_{20} \triangleq E_2(0),$		
$T_0 \triangleq T(0), \quad R_0 \triangleq R(0), \quad \nu^+ \triangleq 1 + \frac{D_{20}}{E_{20}}, \quad \nu^- \triangleq 1 - \frac{D_{20}}{E_{20}}$		
$\beta_1(s) \triangleq \frac{\phi I_{10} \eta_{20}}{s E_{20}} \left\{ \nu^- \left(1 + \frac{h_2 \eta_{20}}{s + e_2} \right) e^{\eta_{20}} + \nu^+ \left(1 - \frac{h_2 \eta_{20}}{s + e_2} \right) e^{-\eta_{20}} \right\}$		
$\quad - \frac{\phi D_{20} I_{10} \eta_{20}}{s E_{20}} + \frac{\phi I_{10} D_{20} \eta_2}{s E_2} + \frac{2 \rho Q_{20} I_{10} \eta_2}{(s + e_2) E_2}$		
$\beta_2(s) \triangleq \frac{1}{s + e_2} \left\{ -\frac{h_2 I_2^+ \beta_1}{2} + \frac{h_2 \phi I_{10} \eta_{20} (\nu^+ e^{-\eta_{20}} - \nu^- e^{\eta_{20}})}{2s} \right.$		
$\quad \left. - \frac{h_2 \phi D_{20} I_{10} \eta_{20} J_2^+}{2s E_{20}} + \rho Q_{20} I_{10} \right\}$		
$\beta_3(s) \triangleq K_2 \beta_1 + \frac{\phi I_{10}}{2s \eta_{20}} (\nu^- e^{\eta_{20}} - \nu^+ e^{-\eta_{20}}) + \frac{f_2 \phi D_{20} I_{10} \eta_{20} J_2^+}{2s(s + g_2) E_{20}}$		
$\beta_4(s) \triangleq (\phi I_{10} + d_2 \beta_1) \left\{ s + \sum_{i=1}^2 (c_i + d_i \eta_i D_i / E_i) \right\}$		
$B_1(s) \triangleq (a_1 + a_1 Q_1 + b_1 N_1) \beta_4$		
$B_2(s) \triangleq (a_2 + a_2 Q_2 + b_2 N_2) \beta_4 + a_2 \beta_2 + b_2 \beta_3 + (\alpha_{2s} - m v_{2s}) T_0 / \alpha_{2s}$		
$\mu \triangleq \begin{cases} \frac{-p_3}{T_0 + R_0 e^{p_3}} (\theta_{2in} - \theta_{1in}) & \text{for counter flow} \\ \theta_{2in} - \theta_{1in} & \text{for parallel flow} \end{cases}$		

Table 1 に与えられる。

(41)式より、第2流体流量変化に対する第1流体の出口温度の伝達関数を求める。

(a) 向流型 ($v_1 < 0, v_2 > 0$ とする)

$$\frac{\theta_1(s, 0)}{u(s)} = \frac{-\mu(G_1 e^{p_1} + G_2 e^{p_2} + G_3 e^{p_3})(p_1 - p_2)}{(p_1 + T)e^{p_1} - (p_2 + T)e^{p_2}} \quad (42)$$

ただし

$$\begin{cases} G_1(s) \triangleq \frac{(p_1 + T)B_1 + V B_2}{(p_1 - p_2)(p_1 - p_3)} \\ G_2(s) \triangleq \frac{(p_2 + T)B_1 + V B_2}{(p_2 - p_1)(p_2 - p_3)} \\ G_3(s) \triangleq \frac{(p_3 + T)B_1 + V B_2}{(p_3 - p_1)(p_3 - p_2)} \end{cases} \quad (43)$$

(b) 並流型 ($v_1 > 0, v_2 > 0$ とする)

$$\frac{\theta_1(s, 1)}{u(s)} = \mu(G_1 e^{p_1} + G_2 e^{p_2} + G_3 e^{p_3}) \quad (44)$$

4. 実験的検討

前節で得た理論式の検証のため、アルミ製のプレートフィン形熱交換器を用いて実験を行った。フィンの形状はマルチエントリィ形 (Fig. 3 参照) と呼ばれるものであり、流体としては水を用いた。各部の寸法および物性値は以下に示すとおりである。

$$c_w = 0.22 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C} \quad \gamma_w = 2700 \text{ kg/m}^3$$

$$\lambda = 176 \text{ kcal/mhr}^\circ\text{C} \quad W = 0.077 \text{ m}$$

$$L = 0.65 \text{ m} \quad t_{F1} = t_{F2} = 0.0002 \text{ m}$$

$$t_{w1} = t_{w2} = 0.0035 \text{ m} \quad \delta_1 = \delta_2 = 0.0012 \text{ m}$$

$$t_{wH} = 0.0016 \text{ m} \quad H_1 = H_2 = 0.00635 \text{ m}$$

実験装置全体の概略図を Fig. 4 に示す。

Fig. 3 Multi-entry type fin

Fig. 4 Schematic diagram

Fig. 5 Frequency response of the counter flow type to inlet temperature change (Experiment 1)

Fig. 6 Frequency response of the parallel flow type to inlet temperature change (Experiment 2)

Fig. 5~8 の実験は、第2流体の入口温度 θ_{2in} あるいは流量 v_2 を定常値まわりで正弦波状に変化させたときの第1流体の出口温度 θ_{1out} の応答を測定することにより行われた。実験 1 (Fig. 5 参照) は向流型のときの入口温度変化に対する応答であり、実験 2

Fig. 7 Frequency response of the counter flow type to flow rate change (Experiment 3)

Fig. 8 Frequency response of the parallel flow type to flow rate change (Experiment 4)

(Fig. 6 参照) は並流型のときの入口温度変化に対する応答であり, 実験 3 (Fig. 7 参照) は向流型のときの流量変化に対する応答であり, 実験 4 (Fig. 8 参照) は並流型のときの流量変化に対する応答である. 各実験における流速 v_i , 熱伝達率および流量変化に対する熱伝達率の変化係数 m を Table 2 に示す. 流量変化実験においては, 表中の流速は平均流速を意味する. Fig. 5~8 に実線で示す周波数応答は, 前節で求めた理論式に Table 2 の数値を代入して計算したものである.

Fig. 5, 6 にはまた, フィンの熱伝導の動特性を考慮に入れた本論文の方法による理論応答と比較するため, フィンを集中化近似し単なる熱容量として考えたときの理論周波数応答を破線および一点鎖線で示す.

Table 2 Flow rate and heat transfer coefficient

	Flow rate [m/hr]		Heat transfer coefficient [kcal/m ² hr°C]		[kcal/m ² °C] m
	v_1	v_2	α_1	α_2	
Experiment 1	-529	880	1,850	2,420	—
Experiment 2	538	839	1,870	2,440	—
Experiment 3	-744	991	2,250	2,530	1.7
Experiment 4	717	905	2,208	2,450	1.8

フィンの熱容量をすべて中央壁の熱容量に加えた場合を破線で示し, フィンの熱容量の半分を上端壁 (あるいは下端壁) に加え, 残りの半分を中央壁に加えた場合を一点鎖線で示す. このようにフィンを単なる熱容量として近似したのでは特に位相特性が一致せず, 実験値より小さな位相遅れを与えていることが図から明らかにわかる.

Fig. 5, 6 からわかるように, 入口温度変化の場合, 位相については理論と実験はよく一致している. しかしゲインについてはその一致は若干悪くなり, 実験値が理論値より小さいという傾向をもつ. これは, 本論文の理論式では考慮しなかったが, 振幅を減衰させる要因, たとえば流れ方向の拡散などが実際の熱交換器には存在するためと考えられる. 流量変化の場合には, Fig. 7, 8 からわかるように入口温度変化の場合に比べて実験データが散らばる傾向がある. これは流量変動実験では, 流速が微小ではあるが過渡的に時々刻々変化するため流れの状態が安定せず, データのばらつきが大きくなったものと思われる. しかし理論値と実験値はほぼ一致しているといえる.

5. 結 論

これまで動的解析がほとんど行われていなかったプレートフィン形熱交換器の動特性を解析した. フィンの熱伝導による遅れを考慮した偏微分方程式をたて, (35), (38), (42), (43)式に示すような簡潔な伝達関数を導いた. さらに周波数応答により理論値と実験値の比較を行い, 理論式の妥当性を示した.

最後に実験に用いたプレートフィン形熱交換器をご提供いただいた住友精密工業(株)に感謝します.

参 考 文 献

- 1) W.M. Kays and A.L. London: Compact Heat Exchangers, McGraw-Hill (1958)
- 2) W.J. Yang: Temperature Distribution in Plate-Fin Type Heat Exchangers, Bulletin of JSME (1962)
- 3) 増淵正美: 熱交換器, その動特性と制御, 計測と制御, 16-2, 173/183 (1977)