平衡点変化の検出[†]

立 花 康 夫*

On the Change Detection of Equilibrium Points

Yasuo TACHIBANA*

Almost all industrial plants have nonlinear properties. Therefore, when an output of the system is controlled to be constant, the equilibrium point is varied by the mean value of the unregulatable inputs (disturbances) and the system parameters. If the changes of the equilibrium points can be detected, they are useful information for setting of controllers to the linearized system at the equilibrium point or for detecting the abnormalities of the system. In actual plants PID controllers are widely used for feedback controls and for feedforward controls to feedback controls. The reason for this is due to the ease of their parameter setting even in the case that the equilibrium points vary between some bounds. The adaptability of PID is principally depending on the effect of I -element used in a feedback controller.

In this paper one detection method of equilibrium changes is presented. This is based on the observation of the output value of an I -element in a PID controller used for set point control. For the two cases, one with known statistical properties of the disturbances and the other with real time observation of them, the properties of the proposed method are discussed. For the numerical example, some results obtained from the simulation of a rolling process of a steel mill are presented.

1. はじめに

実際の工業的対象の制御の実施に際しては、平衡点のまわりで系の特性を線形化し、それに対して適当な制御系を設置するのが普通である。対象の多くは非線形系であるから平衡点が変われば、近似した線形系が変化するのはもちろんである。平衡点の変化は入力

大きな変動や系の特性の変化に基づいている。そこで平衡点の大きな変化が検出できれば、目的に応じて種々の対策が考えられる。平常運転の場合には、この変化を知れば制御パラメータを変更して、より良効な制御が実施できるであろうし、またこれが故障の発生が原因であれば、異常検出のために役立つことになる。

一方、多くの工業的プラントで各部に PID 制御系が用いられている。これらは基本的にはフィードバック制御系で、場合によってはフィードフォワード制御系が加味される。そこで平衡点の変化を検出する方法は最小の条件として PID フィードバック制御系が入っている場合にも適用できるものでなければならないことになる。PID 制御系は経験上多少の平衡点変化に際しても最適ではないが有効に動作するように設定することが容易である。これが実用上 PID 制御系が有効に用いられる理由であるが、この主たる原因はフィードバック制御系とした場合の積分要素の存在に依るものであろう。すなわち逆の見方をすれば、積分値の中には平衡点の変化に対する情報が含まれていると考えられる。

この論文では PI フィードバック定値制御系の組み込まれた制御対象に関して、平衡点の変化を検出する手法として、積分要素の値の変化に基づく方法を提案し、外乱として働く入力の統計的性質が与えられた場合と、計測できる場合の2ケースについて、その性質を論じた。そして、この手法を鉄鋼業での鋼板の圧延プロセスに適用し、シミュレーションによりその妥当性を示した。

2. 問題の提起

議論を明確にするために、二つの入力と一つの出力をもつ n 次の系について考える。一つは平均値 $\hat{u}$ のまわりで変化する入力で $U = u + \hat{u}$ とする。 u は平均値 0 のまわりを変化する。 U は外部より操作できない外乱とするが、 U の統計的性質が知られているか、または計測できるものと考えよう。もう一つの入力 v は操

[†] 第6回制御理論シンポジウムで発表(昭 52・5)

* 三菱電機(株) 鎌倉市上町屋 325

* Mitsubishi Electric Co., Kamakura

(Received December 28, 1977)

作量とし、PI 制御系の出力とする。系は状態方程式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, v, \mathbf{a}), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_i \quad (1)$$

$$y = h(\mathbf{x}, u, v, \mathbf{b}) + \varepsilon \quad (2)$$

により記述されるものとする。 $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$ は状態変数で、 $'T'$ は転置を表わす。 y は系の出力、 ε は観測雑音、 $\mathbf{x}_i$ は初期状態である。 $1 \times m_a$, $1 \times m_b$ 次元のパラメータ $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ は $\hat{u}$ の変化や系の特性の変化を特徴付けるパラメータであり、それにより平衡点が定まるとする。そこでこの $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ を平衡点パラメータと名付ける。また関数 $\mathbf{f}(\cdot), h(\cdot)$ は各変数の非線形な関数とする。経験的事実より、雑音 ε は平均 0, 分散 σ_ε^2 の正規性定常過程で、スペクトル分解

$$\varepsilon(t) = \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{i\omega t} d\zeta_\varepsilon(\omega) \quad (3)$$

ができる場合が多い。ここで $\zeta_\varepsilon(\omega)$ は直交測度¹⁾であり

$$|\omega| \leq \omega_c \quad (4)$$

に帯域制限されているとする。この際 $\varepsilon(t)$ の自己相関関数はスペクトル測度¹⁾ $S_\varepsilon(\omega)$ を用いて

$$E\{\varepsilon^*(\tau) \cdot \varepsilon(t+\tau)\} = \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{i\omega t} dS_\varepsilon(\omega) \quad (5)$$

$$E\{|d\zeta_\varepsilon(\omega)|^2\} = dS_\varepsilon(\omega) \quad (6)$$

とスペクトル分解できる。ここで右肩の $*$ は複素共役を、 $E\{\cdot\}$ は平均値を表わす。

つぎにこの系の出力 y は設定値 y_R となるように定値制御されるとして、そのために PI フィードバック制御系

$$\mathcal{L}\{v - v_I\} = R_c(s) \mathcal{L}\{y_R - y\} \quad (7)$$

$$R_c(s) = p + \frac{1}{T_{IS}} \quad (8)$$

が挿入されているとする。 $\mathcal{L}\{\cdot\}$ はラプラス変換を、 $v_I = v(0)$ は操作量の初期時刻における値を表わし、 $R_c(s)$ は PI 制御系の伝達関数である。

この論文で扱う問題は、ここで述べたような系で、 $\mathbf{a}$ や $\mathbf{b}$ が変化した場合に、 v および y 場合によっては U が計測できる場合に、平衡点が変化したことを有効に検出する手法を見出すことである。

Fig. 1 Block diagram of the discussed system

ここで扱う系は Fig. 1 のように図示できるが、このような形態の例は数多く存在する。一つの例は流体の流量や圧力を流量計や圧力計で計測し、値が設定値となるように制御弁で制御する場合である。この場合流入物体の物性や流入量が大きく変化した場合に、その変化が検出できれば、制御パラメータを最適に設定することもできるし、またプラントの各部に取り付けられたこの種の制御系によりプラントの異常を検出することもできる。もう一つの例は連続圧延される鋼の硬さの変化の検出である。圧延される鋼板は種々の条件のものが溶接されるなどしており、これらに伴って硬さが大きく変化するから、最適圧延のためには硬さの変化の検出は非常に有効である。

3. 線形近似

2. で与えた系は時刻 0 以後を考えるようになっていたが、初期時刻を $t_A (< 0)$ として、 $\mathbf{x}(t_A) = \mathbf{x}_A$ を初期条件として考えてもよい。この場合制御系を表わすラプラス変換も t_A を時刻 0 に変換して考えればよい。

区間 $[t_A, 0)$ を $\mathcal{D}_A$, $[0, \infty)$ を $\mathcal{D}_P$ と名付ける。 $\mathcal{D}_A$ での平衡点はパラメータを $\mathbf{a}_A, \mathbf{b}_A$ として状態 $\hat{\mathbf{x}}_A$, 入力 $\hat{v}_A$ で生ずるとする。時刻 0 で平衡点パラメータが $\mathbf{a}_P, \mathbf{b}_P$ となったため、平衡点は状態 $\hat{\mathbf{x}}_P$, 入力 $\hat{v}_P$ に移ったとすれば

$$\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_\xi, 0, \hat{v}_\xi, \mathbf{a}_\xi) = \mathbf{0} \quad (\xi = A \text{ or } P) \quad (9)$$

$$h(\hat{\mathbf{x}}_\xi, 0, \hat{v}_\xi, \mathbf{b}_\xi) = y_R \quad (10)$$

となる。 $\mathbf{0}$ は零ベクトルとする。

領域 $\mathcal{D}_P$ を考えると、ここでは状態方程式が

$$\frac{d(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_P)}{dt} = \mathbf{f}_{\mathbf{x},P}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_P) + \mathbf{f}_{u,P}u + \mathbf{f}_{v,P}(v - \hat{v}_P) \quad (11)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_I \quad (12)$$

$$y - y_R = \mathbf{h}_{\mathbf{x},P}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_P) + \mathbf{h}_{u,P}u + \mathbf{h}_{v,P}(v - \hat{v}_P) + \varepsilon \quad (13)$$

と線形近似できる。領域 $\mathcal{D}_A$ についても同様に線形近似できる。ここでたとえば $\mathbf{f}_{\mathbf{x},P}$ は (14) 式の意味である。

$$\mathbf{f}_{\mathbf{x},P} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x} = \mathbf{x}_P, u=0, v=\hat{v}_P, \mathbf{a}=\mathbf{a}_P} \quad (14)$$

領域 $\mathcal{D}_P$ の系は (11) と (13) 式をラプラス変換して、伝達関数 $R_{u,P}(s)$, $R_{v,P}(s)$ を用いて

$$\mathcal{L}\{y - y_R\} = R_{u,P} \mathcal{L}\{u\} + R_{v,P} \mathcal{L}\{v - \hat{v}_P\} + \mathbf{R}_{\mathbf{x},P}(\hat{\mathbf{x}}_I - \hat{\mathbf{x}}_P) + \mathcal{L}\{\varepsilon\} \quad (15)$$

と表わされる。(15) 式において右辺第 3 項は初期点 $t = 0$ での状態変数の平衡点のずれに基づく過渡項を表わしている。 $R_{u,P}$, $R_{v,P}$ および $\mathbf{R}_{\mathbf{x},P}$ はそれぞれ

$$R_{u,P} = \mathbf{h}_{x,P}(\mathbf{I}s - \mathbf{f}_{x,P})^{-1} \mathbf{f}_{u,P} + \mathbf{h}_{u,P} \quad (16)$$

$$R_{v,P} = \mathbf{h}_{x,P}(\mathbf{I}s - \mathbf{f}_{x,P})^{-1} \mathbf{f}_{v,P} + \mathbf{h}_{v,P} \quad (17)$$

$$\mathbf{R}_{x,P} = (\mathbf{I}s - \mathbf{f}_{x,P})^{-1} \quad (18)$$

で与えられる。

ここで系に対してさらにいくつかの仮定を設けることにする。(15)式で与えられる系は定位系すなわち有界な入力に対して有界な出力が発生することを仮定すれば、有界な値 d_u, d_v が存在して

$$\lim_{s \rightarrow 0} R_{u,P} = d_u \quad (19)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} R_{v,P} = d_v \quad (20)$$

であることが必要である。また系が安定であるとすれば

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \mathbf{R}_{x,P} = \mathbf{0} \quad (21)$$

である。(15)式の系に(7)式のPI制御系が作用したとすれば

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{y - y_R\} &= Q_{u,P} \mathcal{L}\{u\} + Q_{x,P}(\mathbf{x}_I - \hat{\mathbf{x}}_P) \\ &\quad + Q_{v,P}(\mathbf{v}_I - \hat{\mathbf{v}}_P) + Q_{\varepsilon,P} \mathcal{L}\{\varepsilon\} \end{aligned} \quad (22)$$

と表わされる。ここで

$$\begin{aligned} Q_{u,P} &= \frac{R_{u,P}}{1 + R_{v,P}R_c}, & Q_{x,P} &= \frac{\mathbf{R}_{x,P}}{1 + R_{v,P}R_c} \\ Q_{v,P} &= \frac{R_{v,P}}{s[1 + R_{v,P}R_c]}, & Q_{\varepsilon,P} &= \frac{1}{1 + R_{v,P}R_c} \end{aligned} \quad (23)$$

である。(22)式の第2項は状態変数の平衡点変化、そして第3項は制御出力の平衡点変化に伴う過渡現象項である。この場合系が安定すなわち特性方程式

$$T_I s + (1 + p T_I s) R_{v,P} = 0 \quad (24)$$

が s 平面の左半平面にのみ根をもつ場合について、 u のステップ変化 $\mathcal{L}\{u\} = 1/s$ に対する影響は(19)と(20)式を用いると

$$\lim_{s \rightarrow 0} s Q_{u,P} \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{T_I s R_{u,P}}{T_I s + (1 + p T_I s) R_{v,P}} = 0 \quad (25)$$

となるので(22)式の第1項は消滅する。同様に ε のステップ変化に対しても第4項は消滅する。また第2項についてはやはり(20)と(21)式より

$$\lim_{s \rightarrow 0} s Q_{x,P} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{T_I s \cdot s \cdot \mathbf{R}_{x,P}}{T_I s + (1 + p T_I s) R_{v,P}} = \mathbf{0} \quad (26)$$

となる。同様に $\lim_{s \rightarrow 0} s Q_{v,P} = 0$ となるので明らかに過渡項も消滅する。

4. 平衡点間の関係

平衡点の間の近似的な関係を平衡方程式(9)と(10)式より求めてみよう。 $\mathcal{D}_A$ の平衡点を $\mathcal{D}_P$ の平衡点の

まわりで展開して1次の項のみをとると近似的に

$$\mathbf{f}_{x,P}(\hat{\mathbf{x}}_A - \hat{\mathbf{x}}_P) + \mathbf{f}_{v,P}(\hat{\mathbf{v}}_A - \hat{\mathbf{v}}_P) + \mathbf{f}_{a,P}(\mathbf{a}_A - \mathbf{a}_P) = \mathbf{0} \quad (27)$$

$$\mathbf{h}_{x,P}(\hat{\mathbf{x}}_A - \hat{\mathbf{x}}_P) + \mathbf{h}_{v,P}(\hat{\mathbf{v}}_A - \hat{\mathbf{v}}_P) + \mathbf{h}_{b,P}(\mathbf{b}_A - \mathbf{b}_P) = \mathbf{0} \quad (28)$$

と表わされる。これから1次方程式

$$\mathbf{D}\mathbf{X} = \mathbf{d} \quad (29)$$

が得られる。ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{x,P}, \mathbf{f}_{v,P} \\ \mathbf{h}_{x,P}, \mathbf{h}_{v,P} \end{bmatrix}, & \mathbf{d} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{f}_{a,P}(\mathbf{a}_A - \mathbf{a}_P) \\ -\mathbf{h}_{b,P}(\mathbf{b}_A - \mathbf{b}_P) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_A - \hat{\mathbf{x}}_P \\ \hat{\mathbf{v}}_A - \hat{\mathbf{v}}_P \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (30)$$

とする。 $\mathbf{D}$ は $(n+1) \times (n+1)$ の行列で、 $\det \mathbf{D} \neq 0$ を仮定して(29)式を解くと

$$\hat{\mathbf{x}}_A - \hat{\mathbf{x}}_P = \mathbf{C}_a(\mathbf{a}_A - \mathbf{a}_P) + \mathbf{C}_b(\mathbf{b}_A - \mathbf{b}_P) \quad (31)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_A - \hat{\mathbf{v}}_P = \mathbf{g}_a(\mathbf{a}_A - \mathbf{a}_P) + \mathbf{g}_b(\mathbf{b}_A - \mathbf{b}_P) \quad (32)$$

となる。 $\mathbf{C}_a, \mathbf{C}_b, \mathbf{g}_a, \mathbf{g}_b$ は $\mathbf{D}$ と $\mathbf{d}$ より定まる。(31)と(32)式はきわめて粗い近似だが、平衡点の変化がパラメータ $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ の変化により引き起こされていることを示している。ところで、 $\mathcal{D}_A$ の期間は十分に長く、過渡項は消滅していると考えられる場合には

$$\mathbf{x}_I = \hat{\mathbf{x}}_A, \quad \mathbf{v}_I = \hat{\mathbf{v}}_A \quad (33)$$

すなわち、 $\mathcal{D}_P$ に移る寸前には状態も入力も平衡点にあると近似できるものとしよう。こう考えると(31)と(32)式を用いて(22)式の第2項と第3項は平衡点パラメータ $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の変化により生ずるものと考えることができであろう。すなわち平衡点パラメータの変化で生ずる過渡的な変化を δ_y とすれば

$$\mathcal{L}\{\delta_y\} = Q_{a,P}(\mathbf{a}_A - \mathbf{a}_P) + Q_{b,P}(\mathbf{b}_A - \mathbf{b}_P) \quad (34)$$

と表わされる。ここで

$$\begin{aligned} Q_{a,P} &= Q_{x,P} \mathbf{C}_a + Q_{v,P} \mathbf{g}_a \\ Q_{b,P} &= Q_{x,P} \mathbf{C}_b + Q_{v,P} \mathbf{g}_b \end{aligned} \quad (35)$$

である。

もちろん平衡点パラメータ $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ が時刻0で変化しない場合、すなわち

$$\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_P, \quad \mathbf{b}_A = \mathbf{b}_P \quad (36)$$

の場合には、平衡点にも変化がない。すなわち

$$\hat{\mathbf{x}}_A = \hat{\mathbf{x}}_P, \quad \mathbf{v}_A = \mathbf{v}_P \quad (37)$$

の場合には、

$$Q_{u,P} = Q_{u,A}, \quad Q_{\varepsilon,A} = Q_{\varepsilon,P} \quad (38)$$

であり(22)式は

$$\mathcal{L}\{y - y_R\} = Q_{u,P} \mathcal{L}\{u\} + Q_{\varepsilon,P} \mathcal{L}\{\varepsilon\} \quad (39)$$

と表わされる。本論文で与えた問題は(39)式右辺の変化と(22)式の右辺の変化の大きさの差異をどのように見出すかという点に解法の糸口をもっている。

5. 積分要素の出力

問題の解を具体的に得るための鍵は制御系の中の積分要素の出力 w に含まれている。 $w_I = w(0)$ とすると

$$\mathcal{L}\{w - w_I\} = \mathcal{L}\{y - y_R\}/s \quad (40)$$

となる。 w が平衡点パラメータの変化により δw 変化するとすれば(34)式を用いて

$$\mathcal{L}\{\delta w\} = Q_{a,p}(a_A - a_P)/s + Q_{b,p}(b_A - b_P)/s \quad (41)$$

と表わされる。この際時間が十分経過した後には

$$\lim_{s \rightarrow 0} s Q_{a,p}/s = T_I g_a, \quad \lim_{s \rightarrow 0} s Q_{b,p}/s = T_I g_b \quad (42)$$

となり、これらは一般に0でない。すなわち、平衡点パラメータの変化は

$$\delta w = T_I \{g_a(a_A - a_P) + g_b(b_A - b_P)\} \quad (43)$$

程度の変化を生ずることになる。もしパラメータが変化しない場合に生ずる w の変化の限界がわかっている場合には、この限界より(43)式の $|\delta w|$ の値が大きくなれば、パラメータが変化したと結論付けても良いだろう。パラメータ変化がない場合に生ずる w の変化が評価できる二つの場合について述べることにする。

6. u の統計的性質がわかっている場合

入力 u は平均値0の正規性定常過程で、 ε と同じくスペクトル分解

$$u(t) = \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{i\omega t} d\xi_u(\omega) \quad (44)$$

ができるとし、 $\xi_u(\omega)$ は直交測度で、(4)式を満たす帯域制限信号であり、自己相関関数はスペクトル測度 $S_u(\omega)$ で(5)式のようにスペクトル分解でき、 ε と無相関とする。この場合には(39)式より

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= E\{|w - w_I|^2\} \\ &= \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left\{ \left| \frac{Q_{u,p}(i\omega)}{i\omega} \right|^2 dS_u(\omega) \right. \\ &\quad \left. + \left| \frac{Q_{\varepsilon,p}(i\omega)}{i\omega} \right|^2 dS_\varepsilon(\omega) \right\} \end{aligned} \quad (45)$$

と表わされる。 $\lim_{s \rightarrow 0} Q_{u,p}/s = d_u T_I/d_v$, $\lim_{s \rightarrow 0} Q_{\varepsilon,p}/s = T_I/d_v$ であるので(45)式の被積分関数は $s=0$ で有界(除去可能の特異点)である。 u と ε が正規なので(39)式より、 $w - w_I$ は正規性となり、危険率を $\alpha (0 < \alpha < 1)$ として

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{prob}\{|w - w_I| \geq \beta \sigma_w\} \\ &= 2 \int_{\beta \sigma_w}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_w} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_w^2}} dx \end{aligned} \quad (46)$$

と表わされる。 β はたとえば $\alpha=0.01$ のとき $\beta=2.58$ である。すなわち平衡点パラメータが変化していないと仮定すれば

$$|w - w_I| \geq \beta \sigma_w \quad (47)$$

は確率 α でしか生ずることはない。 σ_w が計算できれば平衡点パラメータの変化による積分要素の変化 δw が

$$|\delta w| \gg \beta \sigma_w \quad (48)$$

を満たすなら(47)式より平衡点変化が検出できる。

7. U が計測できる場合

$\hat{u}$ が変化していないと仮定すれば、 $\hat{u}$ は計測値 U より相加平均などにより推定できる。この推定のサンプリングについては後に述べる。したがって u が観測できる。この場合に w の値をパラメータが変化していないと考えて推定した値を $\tilde{w}$ とする。すなわち

$$\mathcal{L}\{\tilde{w} - w_I\} = Q_{u,p}/s \cdot \mathcal{L}\{u\} \quad (49)$$

となる。つぎに(39)、(40)および(49)式より

$$\mathcal{L}\{w - \tilde{w}\} = Q_{\varepsilon,p}/s \cdot \mathcal{L}\{\varepsilon\} \quad (50)$$

したがって ε に対する仮定により

$$\tilde{\sigma}_w^2 = E\{|w - \tilde{w}|^2\} = \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| \frac{Q_{\varepsilon,p}(i\omega)}{i\omega} \right|^2 dS_\varepsilon(\omega) \quad (51)$$

で表わされる。積分は(45)式のところで述べたと同じ理由で有界である。 $w - \tilde{w}$ は平均値0の正規性信号だから危険率 α で

$$|w - \tilde{w}| \geq \beta \tilde{\sigma}_w \quad (52)$$

が生ずるとすれば、

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{prob}\{|w - \tilde{w}| \geq \beta \tilde{\sigma}_w\} \\ &= \int_{\beta \tilde{\sigma}_w}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \tilde{\sigma}_w} e^{-\frac{x^2}{2\tilde{\sigma}_w^2}} dx \end{aligned} \quad (53)$$

となる。6. で述べたと同じ理由で

$$|\delta w| \gg \tilde{\sigma}_w \quad (54)$$

の場合には(52)式を用いて平衡点パラメータの変化を検出することができる。

8. 伝達関数が不明の場合

6., 7. においては σ_w^2 および $\tilde{\sigma}_w^2$ と $\tilde{w}$ の計算は伝達関数が既知であるとして議論したが、実際には不明ないしは近似値のみしかわからない場合がほとんどである。不明の場合には、 $\mathcal{D}_A$ の期間が同定を実施するのに必要な長さをもつならば、その近似値を得ることができる。(39)式で $Q_{u,p}$ と $Q_{\varepsilon,p}$ の近似値 $Q'_{u,p}$, $Q'_{\varepsilon,p}$ がわかったとすれば、

$$\Delta Q_u = Q_{u,p} - Q'_{u,p}, \quad \Delta Q_\varepsilon = Q_{\varepsilon,p} - Q'_{\varepsilon,p} \quad (55)$$

とするとき既知の定数 $\theta (> 0)$ により

$$|\Delta Q_u| \leq \theta |Q'_{u,p}|, \quad |\Delta Q_\varepsilon| \leq \theta |Q'_{\varepsilon,p}| \quad (56)$$

となれば、

$$\sigma_w'^2 = (1+\theta) \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left\{ \frac{Q'_{u,P}(i\omega)}{i\omega} \right\}^2 dS_u(\omega) + \left| \frac{Q'_{\varepsilon,P}(i\omega)}{i\omega} \right|^2 dS_\varepsilon(\omega) \quad (57)$$

とすれば,

$$\sigma_w'^2 \leq \sigma_w'^2 \quad (58)$$

である. 当然 $\text{prob}\{|w-w_I| \geq \beta\sigma_w\} \geq \text{prob}\{|w-w_I| \geq \beta\sigma_w'\}$ だから

$$|w-w_I| \geq \beta\sigma_w' \quad (59)$$

の生ずる確率は α 以下となる.

同じく U が計測できる場合には

$$\tilde{\sigma}_w'^2 = \theta \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| \frac{Q'_{u,P}(i\omega)}{i\omega} \right|^2 dS_u(\omega) + (1+\theta) \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| \frac{Q'_{\varepsilon,P}(i\omega)}{i\omega} \right|^2 dS_\varepsilon(\omega) \quad (60)$$

として, (52) 式の代りに

$$|w-\tilde{w}'| \geq \beta\tilde{\sigma}_w' \quad (61)$$

を判別に用いればよい. $\tilde{w}'$ は (49) 式で $Q_{u,P}$ の代りに $Q'_{u,P}$ を代入して得られたものである.

9. 例

実際にここで述べた方法を実施する場合には計算機の助けを借りなければならない. この論文では信号をすべて (4) 式の範囲に帯域制限されているとして議論してきたので, サンプル周期 T_s を

$$T_s \leq \pi/\omega_c \quad (62)$$

のように選んでおけば, T_s ごとのサンプル値を用いて議論しても前節までに得られたアナログ系の結果がそのまま成立すると考えてよい.

圧延のプロセスをモデル化してみる²⁾. ミルに入る寸前の板厚を U とし, 出口の板厚を y とする. ミルのスプリングの設定値を v とする. つぎにスプリングの弾性係数を M とし, 鋼板の硬さを Q とする. スプリングは鋼板により押し上げられた変化分 $y-v$ に比例した圧延力 $f=M(y-v)$ を生ずる. また鋼板は厚さが U から y に圧縮されたとき $f=Q(U^2-y^2)$ のよう

Fig. 2 Results of detection sequences of the process of rolling mill

な 2 次式で抗力が発生し, これが圧延力と釣り合うとする. そこで

$$y = \{-M + \sqrt{M^2 + 4Q(Mv + QU^2)}\} / 2Q \quad (63)$$

を得る. ここで M は装置により一定であるが, 硬さ Q は圧延の回数, 厚さ, 温度などの種々の条件で変化する. また条件の異なる板の溶接などのため, 圧延の途中で硬さが急変することもある. またこの板厚を設定値 y_R に保つために PI フィードバック制御系が挿入されていて (7) と (8) 式の形をもつとする. すなわちこの例は系が $R_{u,P}(=A)$, $R_{v,P}(=B)$, $R_{x,P}$ などが定数の場合である. この非線形系で, 硬さが急変する場合に, その変化の検出を提案手法により実施することを試みてみよう. ここでは仮想的な圧延機を考えて, $M=28$ ton/mm, $y_R=6$ mm として $\hat{u}, Q$ を Table 1 のように与えた. 時間の単位は秒である.

PI 制御系としては $R_c=0.05+1/2.5s$ を使い, u として標準偏差 $\sigma_u=0.2$ の正規性白色雑音を用いた場合の変化が Fig. 2 である. この際のシミュレーションでは制御系の積分の刻み幅およびサンプル周期 T_s は共に 1 秒である. また平衡点および特性パラメータは Table 1 のようになる. まず U が計測できない場合, u は $\sigma_u=0.2$ で正規性白色であるとするれば, 平衡点変化検出後 10 秒後に (計算開始のときは -5 秒目に検出されたとして), その前 5 秒間の w の平均値を計算し, そのまわりに $2.58\sigma_w$ の帯を設けると, 約 11, 41, 71 秒目に平衡点変化が検出されているのがわかる.

つぎに特性パラメータが不明の場合, 変化検出後 5 秒目より同定を実施し²⁾, パラメータ A, B の推定値 $\hat{A}, \hat{B}$ を描いたものが Fig. 3 である. この推定パラメータを用い $\theta=0.5$ として $\sigma_w'^2$ を計算し, やはり $2.58\sigma_w'$ の帯を描いたものを Fig. 2 に示した. この例では検出の効果は A, B が既知の場合とほとんど変わらない, このことは逆に平衡点変化の検出の効果

Table 1 The equilibrium parameters and the variances for the simulation

t (sec)	0~10	10~40	40~70	70~100
A	0.615	0.692	1.023	0.909
B	0.539	0.539	0.318	0.318
$\hat{u}$ (mm)	8.	9.	9.	8.
Q (ton/mm ²)	2.	2.	5.	5.
σ_w (mm)	0.180	0.203	0.510	0.452

Fig. 3 Identification of the process of rolling mill

を加えると非常に有効な同定が実施できることも示している。

U が計測できる場合にやはり上記のようにして推定した $\bar{A}, \bar{B}$ を用いて $\hat{w}'$ を作り、そのまわりに $2.58 \hat{\sigma}_{w'}$ の帯を描いたものが Fig. 2 に示してある。この場合には $\hat{u}$ の変化の検出は U の計測値だけから判明するので、システムパラメータの変動が明確に検出できることになる。

10. ま と め

PI フィードバック定値制御系の入った系で、入力平均値の大きな変化、システムパラメータの変化による平衡点のずれを制御系の積分要素の出力変化により検出する手法を提案し、外乱の統計的性質のわかると

きと計測できる場合を論じ、鉄鋼業での圧延プロセスに適用し、シミュレーションによりその妥当性を示した。

最後にこの手法の適用の範囲について考えておく。外乱入力やシステムパラメータが瞬間的に大きく変化し再び元に戻るような場合には、それによる制御変数の設定値の偏差は PI 制御系の P 成分によりただちに操作量となって対象系に作用し、それにより偏差は打ち消され、I 成分の出力はほとんど変化しないであろう。しかし外乱の平均値やシステムパラメータが大きく変化し、しかもその後変化前と異なる値を継続すれば、系と PI 制御系の伝達特性に従って I 成分が大きく変化する。すなわちここで提案した手法は主として後者のような場合に適用できるものである。しかし、実際にはわれわれの最終目標である線形化モデルによる非線形システムの同定、制御系の適応化やシステムの設備診断などにおいては、最初のような場合はほとんど考慮の必要がないので、提案手法の有効性があると考えられるのである。

参 考 文 献

- 1) 伊藤：確率論，岩波書店（1953）
- 2) 立花他：工業プラントにおける同定，三菱電機技報，51-2, p. 139 (1977)