ジブ形クレーンの制御に関する理論的考察[†]

山 崎 信 二*・伊 藤 隆 文*・久 村 富 持*

Theoretical Consideration on a Control of Jib-Crane

Shinji YAMAZAKI*, Takafumi ITOH* and Tomiji HISAMURA*

This paper investigates a control problem of a jib-crane to transfer a load from an initial position to an objective position:

- 1) suppressing a swing at the final time, and
- 2) making the traveling time as short as possible, under assumptions that:
 - a) the length of the rope is kept constant, and that
 - b) a control pattern is bang-bang type with two or four switchings.

A θ (angle of elevation)-control problem is investigated first and then, the results are extended to a θ - φ (angles of elevation and rotation)-control problem.

The control strategies can be realized by a use of microcomputer. A computer simulation and an experimental study using a crane simulator and micro-computer are included to illustrate the control strategies.

1. は し が き

クレーンは工場、建築現場、港湾などの荷役に不可欠のものであり、その安全運転が強く求められている。しかし、実際にはクレーンの運転は操縦者の経験や勘に負うところが多く、その自動化が達成されれば、安全性や作業効率向上の点からも得るところが大きい。これまで、支点が直線上を移動する天井走行形クレーンに関しては多くの研究^{1), 2)}がなされてきたが、支柱(ブーム)の起伏角、旋回角を変化させて荷役を行うジブ形クレーンの制御に関しては、対象が非線形になることもあって、筆者らの知る限りでは、旋回角方向のみの制御例³⁾が報告されているに過ぎない。

本文は、以上のような背景をもとに、ジブ形クレーンの自動化のための基礎として、

- (i) 目標位置における荷の振れ止めを行い(残存荷揺れ 0)、
- (ii) 初期位置上方から目標位置上方になるべく短時間に荷を移す

ための、(1)起伏角(θ)方向のみ、(2)旋回角(φ)起伏角(θ)両方向、の制御方を考察し、(2)を(1)に帰着させる一制御方法を提案する。なお、問題を簡単にするために、ここではロープ長(l)は一定と仮定しており、したがって初期位置の鉛直上方から目標位置の鉛直上方に、上記の要求を満足させるように荷を移すこと(注1)を考える。また、制御装置の規模としては、マイクロ・コンピュータ程度の演算記憶装置の利用を意図しており、その範囲の制御方策に限定する。終りに、この制御方策を用いたジブ形クレーンのコンピュータ・シミュレーションの結果、ならびに、マイクロ・コンピュータ TLCS 12 A を組み込んだ試作シミュレータによる実験結果を述べ、その有効性を示す。

2. ジブ形クレーンのモデルと問題の定式化

Fig. 1 のジブ形クレーンのモデルにおいて、以下の記号を定義する。

ブーム B の長さ; R ,	荷 M の位置; (x, y, z)
ブーム B の旋回角; φ ,	φ 方向の制御入力; u_φ
ブーム B の起伏角; θ ,	θ 方向の制御入力; u_θ
ロープの長さ; l ,	重力の加速度; g
ロープと z 軸のなす角; β ,	

ここで、仮定

(注1) 実際には、①初期位置鉛直上方にブーム先端を静止させて荷をロープに吊した後ロープを長さ l まで巻き上げ、②つぎに l 一定のままブーム先端をこの制御方策に沿って目標位置上方まで移動させ、ブームと荷を静止させる。③最後にロープをのばして荷を目標位置に下すことに対応する。

† 第17回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭53・8)

* 早稲田大学理工学部 東京都新宿区大久保 3-4-1

* Faculty of Science and Engineering, Waseda University, Shinjuku-ku, Tokyo

(Received September 26, 1978)

Fig. 1 Model of jib-crane

- (A. 1) ロープ長 l は一定とする,
 (A. 2) 荷 M は質点と考える,
 (A. 3) ロープならびに荷をかけるフックの質量は無視する,
 (A. 4) 制御 u_φ, u_θ は十分なトルクを有し, 旋回角速度 $\dot{\varphi}$, 起伏角速度 $\dot{\theta}$ は $|\dot{\varphi}| \leq \dot{\varphi}_{\max}$, $|\dot{\theta}| \leq \dot{\theta}_{\max}$ ($\dot{\varphi}_{\max}$, $\dot{\theta}_{\max}$ は定数) の範囲で, 突変させることも含めて可変とする.

(A. 5) $|\dot{z}| \ll g$ かつ, β は小をおけば, これらのもとでこの系は次式で記述される (ただし, $x=x_1$, $\dot{x}=x_2$, $y=y_1$, $\dot{y}=y_2$, t' は時間).

$$\frac{d}{dt'} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \\ \varphi \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ (g/l)(-x_1 + R \sin \theta \cos \varphi) \\ y_2 \\ (g/l)(-y_1 + R \sin \theta \sin \varphi) \\ \dot{\varphi}_{\max} u_\varphi \\ \dot{\theta}_{\max} u_\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$|u_\varphi| \leq 1, \quad |u_\theta| \leq 1 \quad (2)$$

また, 荷の初期位置, 目標位置の (x, y) 座標を, それぞれ (x_0, y_0) , (x_1, y_1) とすれば, これらに対応して (φ_0, θ_0) , (φ_1, θ_1) が定まり, 問題は, 系(1), (2)において状態 $\mathbf{X} \triangleq (x_1, x_2, y_1, y_2, \varphi, \theta)'$ を

$$\mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} R \sin \theta_0 \cos \varphi_0 \\ 0 \\ R \sin \theta_0 \sin \varphi_0 \\ 0 \\ \varphi_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \text{ から,} \quad \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} R \sin \theta_1 \cos \varphi_1 \\ 0 \\ R \sin \theta_1 \sin \varphi_1 \\ 0 \\ \varphi_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \sim, \quad (3)$$

なるべく短い時間で移す制御方策を, 比較的簡単なハードウェアで実現可能という制約のもとに求めることである. なお, $\omega \triangleq \sqrt{g/l}$ とおき, 時間 t' を $\omega t' = t$ で規格化すれば, (1)式はつぎの(1')式に帰着される. 以下ではこの規格化した時間 t のもとに, 系(1'), (2), (3)を考察する.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \\ \varphi \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 + R \sin \theta \cos \varphi \\ y_2 \\ -y_1 + R \sin \theta \sin \varphi \\ k_\varphi u_\varphi \\ k_\theta u_\theta \end{bmatrix} \quad (1')$$

ただし, $k_\varphi \triangleq \dot{\varphi}_{\max}/\omega$, $k_\theta \triangleq \dot{\theta}_{\max}/\omega$

3. 起伏角 (θ 方向) のみの制御 (θ -制御)

1章で述べたように, 旋回角 (φ 方向) のみの制御問題はすでに文献 3) に報告されているので, 本章ではまず起伏角 (θ 方向) のみの制御問題 (以下では θ -制御と略記する) を考察し, 次いで次章で起伏角, 旋回角 (θ - φ 両方向) の同時制御問題を取り扱う. θ -制御では, $\varphi_0 = \varphi_1$, $\theta_0 \neq \theta_1$ であるから, $\varphi_0 = \varphi_1 = 0$ ($y(t) \equiv 0$) においても一般性は失わない. したがって, (1'), (2), (3)式は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 + R \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_\theta u_\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$|u_\theta| \leq 1 \quad (5)$$

$$\mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} R \sin \theta_0 \\ 0 \\ \theta_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} R \sin \theta_1 \\ 0 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$(0 \leq \theta \leq \pi/2)$$

に簡単化される.

3.1 θ -制御のパターン選定

非線形系(4)~(6)に対する最短時間制御問題を解析的に解くことは困難であり, また, 大形コンピュータ利用の数値計算例によれば, 解 u_θ は多数の切換回数をも有するバング・バング制御になる⁴⁾. このような最適制御方策は, 計算時間, 計算容量の点でも所期の目的にそわず, また, 多数の切換えは機器保全の点からも望ましくないもので, ここでは u_θ を最終時刻で振れ止めが可能で, かつ, 最少の切換回数を有する Fig. 2 の制御パターンに限定する (これらの性質に関しては 3.4 参照).

3.2 振れ止め条件と準最適解

$u_\theta = \text{const.}$ に対する(4)~(6)式の解は

Fig. 2 Control pattern of θ -control

$$\begin{aligned} x_1(t) = & \left\{ x_1(0) - \frac{R}{1-u_\theta^2 k_\theta^2} \sin \theta(0) \right\} \cos t \\ & + \left\{ x_2(0) - \frac{R u_\theta k_\theta}{1-u_\theta^2 k_\theta^2} \cos \theta(0) \right\} \sin t \\ & + \frac{R}{1-u_\theta^2 k_\theta^2} \sin \theta(t) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} x_2(t) = & - \left\{ x_1(0) - \frac{R}{1-u_\theta^2 k_\theta^2} \sin \theta(0) \right\} \sin t \\ & + \left\{ x_2(0) - \frac{R u_\theta k_\theta}{1-u_\theta^2 k_\theta^2} \cos \theta(0) \right\} \cos t \\ & + \frac{R u_\theta k_\theta}{1-u_\theta^2 k_\theta^2} \cos \theta(t) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\theta(t) = \theta(0) + k_\theta t \quad (9)$$

ただし, $x_1(0), x_2(0), \theta(0)$ は各区間の初期状態値と表わされるから, $t_1 \triangleq \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$, $k \triangleq k_\theta \operatorname{sgn}(\theta_1 - \theta_0)$ とおけば, t_1 における振れ止め条件は, Fig. 2 のパターンに対応して (7)~(9) 式を順次適用することにより

$$\begin{cases} x_1(t_1) = R \sin \theta_1 & (10) \\ x_2(t_1) = 0 & (11) \\ \theta(t_1) = \theta_0 + k(\tau_1 + \tau_3) = \theta_1 & (12) \end{cases}$$

から求められる。(12)式を用いて

$$\tau_1 + \tau_3 = (\theta_1 - \theta_0)/k = |(\theta_1 - \theta_0)/k_\theta| \triangleq s \quad (13)$$

とおき, (10), (11) 式の左辺の具体的な式から τ_3 を消去して整理すれば, τ_1 の関数 X, Y, D, E を係数とする τ_2 の式(14), (15)を得る。

$$\begin{cases} X \cos \tau_2 + Y \sin \tau_2 = D & (14) \\ Y \cos \tau_2 - X \sin \tau_2 = E & (15) \end{cases}$$

ただし,

$$\begin{cases} X = -k \sin \theta_0 \cos s - \cos \theta_0 \sin s \\ \quad + k \sin(\theta_0 + k\tau_1) \cos(s - \tau_1) \\ \quad + \cos(\theta_0 + k\tau_1) \sin(s - \tau_1) \\ Y = k \sin \theta_0 \sin s - \cos \theta_0 \cos s \\ \quad - k \sin(\theta_0 + k\tau_1) \sin(s - \tau_1) \\ \quad + \cos(\theta_0 + k\tau_1) \cos(s - \tau_1) \\ D = k \sin(\theta_0 + k\tau_1) \cos(s - \tau_1) \\ \quad + \cos(\theta_0 + k\tau_1) \sin(s - \tau_1) \\ \quad - k \sin \theta_1 \\ E = \cos(\theta_0 + k\tau_1) \cos(s - \tau_1) \\ \quad - k \sin(\theta_0 + k\tau_1) \sin(s - \tau_1) \\ \quad - \cos \theta_1 \end{cases} \quad (16)$$

ここで, $X^2 + Y^2 \neq 0$ (3.3 節参照) であるから

$$\sin \tau_2 = \frac{DY - EX}{X^2 + Y^2}, \quad \cos \tau_2 = \frac{DX + EY}{X^2 + Y^2} \quad (17)$$

となり, さらに(17)式より τ_2 を消去すれば, τ_1 のみに関する式 $D^2 + E^2 = X^2 + Y^2$, すなわち,

$$\begin{aligned} f(\tau_1) = & F - \alpha_1 \sin \{(1+k)\tau_1\} - \alpha_2 \cos \{(1+k)\tau_1\} \\ & - \beta_1 \sin \{(1-k)\tau_1\} - \beta_2 \cos \{(1-k)\tau_1\} \\ = & 0 \end{aligned} \quad (18)$$

ただし,

$$\begin{cases} \alpha_1 = (k-1)[(k+1) \sin \theta_0 \cos \theta_0 \\ \quad - k \sin \theta_1 \cos(s - \theta_0) \\ \quad + \cos \theta_1 \sin(s - \theta_0)] \\ \alpha_2 = (k-1)[k \sin^2 \theta_0 - \cos^2 \theta_0 \\ \quad + k \sin \theta_1 \sin(s - \theta_0) \\ \quad + \cos \theta_1 \cos(s - \theta_0)] \\ \beta_1 = (k+1)[-(k-1) \sin \theta_0 \cos \theta_0 \\ \quad + k \sin \theta_1 \cos(s + \theta_0) \\ \quad - \cos \theta_1 \sin(s + \theta_0)] \\ \beta_2 = (k+1)[k \sin^2 \theta_0 + \cos^2 \theta_0 \\ \quad - k \sin \theta_1 \sin(s + \theta_0) \\ \quad - \cos \theta_1 \cos(s + \theta_0)] \\ F = (k \sin \theta_0)^2 + \cos^2 \theta_0 - (k \sin \theta_1)^2 \\ \quad - \cos^2 \theta_1 \end{cases} \quad (19)$$

を得る。(18)式は Fig. 2 の制御パターンで残存荷揺れが 0 になるための必要十分条件であり, (18)式より τ_1 を求めれば, (13)式から τ_3 が, また, (17)式から τ_2 が計算できる。(13)式より $(\tau_1 + \tau_3)$ は θ_0 と θ_1 から定まる定数 s であるので, (18)式の有限個の根(3.3 節参照)に対応する τ_2 のうちで最小のものをを用いれば, Fig. 2 の準最短時間解 (τ_1, τ_2, τ_3) が決定される。

3.3 準最適解の存在と性質

3.2 節の方法で求める Fig. 2 の形の制御パターンの解の存在に関して, 以下の命題を得る。

$$\text{【命題 1】 } X^2 + Y^2 = 0 \iff \tau_1 = 0 \quad (20)$$

(証明) $\Leftarrow$; (16)式より明らか。

$\Rightarrow$; $Z = -X + jY$ ($j = \sqrt{-1}$) とおけば

$$Z = [k \sin \theta_0 - j \cos \theta_0] e^{js}$$

$+ [-k \sin(\theta_0 + k\tau_1) + j \cos(\theta_0 + k\tau_1)] e^{j(s - \tau_1)}$
 $|e^{js}| = |e^{j(s - \tau_1)}| = 1, |A+B|=0 \rightarrow |A|=|B|$ であるから, $X^2 + Y^2 = 0 \rightarrow X=Y=0 \rightarrow |Z|=0$ より $\cos^2 \theta_0 = \cos^2(\theta_0 + k\tau_1)$. $0 \leq \theta \leq \pi/2$ では $\cos^2 \theta$ は単調であるから $\tau_1 = 0$ を得る。■

$$\text{【命題 2】 } D^2 + E^2 = 0 \iff \tau_1 = s \quad (21)$$

(証明) 上と同様であるので略。

【命題 3】 $f(\tau_1) = 0$ は区間 $(0, s)$ に少なくとも 1 個の根をもち, その数は有限個で, それぞれ孤立点である。

(証明) $f(\tau_1) \triangleq (D^2 + E^2) - (X^2 + Y^2) = 0$ と命題 1, 2 から, $f(0) > 0$, $f(s) < 0$. 一方, $f(\tau_1)$ は解析関数であることより明らか. ■

(τ_1, τ_2, τ_3) は時間幅であるから, 非負の実数でなければならないが, 命題 3 から $s > \tau_1 > 0$ を満足する $f(\tau_1) = 0$ の根の存在が証明された. したがって, $\tau_3 = s - \tau_1$ もまた正実なものが存在する. τ_2 は (17) 式から決定されるが, $\tau_2 + 2n\pi$ (n は整数) も (17) 式を満足するから, τ_2 もまた非負のものが存在する. 以上より, 最小の τ_2 は $0 \leq \tau_2 < 2\pi$ に限定でき, (13) 式からこの最小の τ_2 を用いればよいことがわかる.

一方, (4)~(6) 式の真の最短時間解 J^* と本方法の解 J との間には, つぎの命題 4 が成立する.

[命題 4] $|(\theta_1 - \theta_0)/k| < J^* \leq J < |(\theta_1 - \theta_0)/k| + 2\pi$ (22)

(証明) 最適解といえども, ブーム B を θ_0 から θ_1 まで移動させねばならないから, 制御時間 J^* は $|(\theta_1 - \theta_0)/k| < J^*$. また, $\tau_1 + \tau_3 \triangleq s = |(\theta_1 - \theta_0)/k|$ かつ, $0 \leq \tau_2 < 2\pi$, $J^* \leq J = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$ より明らか. ■

3.4 検討

Fig. 2 の 2 回切換えをもつ制御パターンを用いて, 任意の θ_0 から θ_1 への残存荷揺れを 0 にする制御が可能であることを 3.3 節で示したが, もっと簡単なパターン (Fig. 3) でもこの制御が可能であろうか. 切換回数 1 回の制御パターンとして Fig. 3(a), (b) の制御を考えると, $u_\theta = 0$ の場合, 質点は単振動をするからエネルギーは保存され, (a) の場合 $t = \tau_1 + \tau_2$ で振れが 0 ならば $t = \tau_1$ でも 0 であり, また, (b) では $t = 0$ で静止していれば $0 \leq t < \tau_1$ でも振れは 0 である. したがって, (a), (b) の制御パターンは切換えなしのパターン (c) と等価である. (c) で残存荷揺れ 0 であるためには, (7), (8) 式から

Fig. 3 Control pattern with one switching

$$\begin{cases} \frac{k^2}{1-k^2} \sin \theta_1 = \frac{k^2}{1-k^2} \sin \theta_0 \cos \tau_1 \\ \quad + \frac{k}{1-k^2} \cos \theta_0 \sin \tau_1 \\ \frac{k}{1-k^2} \cos \theta_1 = \frac{k}{1-k^2} \cos \theta_0 \cos \tau_1 \\ \quad - \frac{k^2}{1-k^2} \sin \theta_0 \sin \tau_1 \end{cases} \quad (23)$$

が必要となり, (23) 式から τ_1 を消去すると

$$\cos^2 \theta_0 = \cos^2 \theta_1 \quad (24)$$

を得る. しかし, $\theta_0 \neq \theta_1$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$ のとき, $\cos^2 \theta$ の単調性から (24) 式は成立せず, パターン (c) による残存荷揺れ 0 のための制御は一般には不可能である. したがって, Fig. 2 の制御パターンは, 残存荷揺れを 0 とするために必要にして十分な切換えをもつものであることがわかる.

4. 起伏角, 旋回角 (θ - φ) の同時制御

本章では, $\varphi_0 \neq \varphi_1$, $\theta_0 \neq \theta_1$ である一般の場合を取り扱う. 文献 3) の旋回角 (φ) の制御と 3 章の起伏角 (θ) の制御を順次適用すれば, 残存荷揺れが 0 になるように目標位置まで荷を移動できるが, なるべく短時間という点からは θ - φ の同時制御が望ましい. しかし, 最適制御理論の適用によって, 一般的にこの最短時間制御問題を解くことは, 3 章の場合以上に困難であるので, ここではこの問題を 3 章の θ -制御問題に帰着させて解く一つの制御方策を提案する.

4.1 θ - φ 同時制御問題の θ -制御問題への帰着

Fig. 4 のように, 初期位置 (x_0, y_0) と目標位置 (x_1, y_1) の 2 点を通り xy 面に垂直な平面 V と, ブーム B の先端の可到達集合である半径 R の半球 S を考える. O を S の中心, O' を O から V に下した垂線と V の交点, $d \triangleq \overline{OO'}$ とおき, 以後 $d \neq 0$ の場合を取り扱う. V と S の交わりは, Fig. 4 に示すように中心 O' , 半径 $\rho = (\sqrt{R^2 - d^2})$ の半円 W である. 質点が最初 $(x_0,$

Fig. 4 Reduction of (θ, φ) -control to $\theta(\varphi)$ -control

y_0) において静止しているとき、ブーム B の先端がこの半円 W に拘束されて運動するとすれば、質点もまた V 外に振り出されることはない。したがって、ブーム先端と O' とを結ぶ仮想のブーム b (長さ ρ) を考え、仮想ブーム b の起伏角 ψ , V と xy 面との交わりに ξ 軸をとれば、 V 面内の質点の運動は、(1) 式の第2式と同様な導出により、

$$\ddot{\xi} + \xi = \rho \sin \psi \quad (25)$$

で与えられる (以下、 $\cdot$ は規格化時間に関する微分)。ここで、仮想ブーム b の起伏角 ψ を

$$\dot{\psi} = \dot{\psi}_{\max} u_{\psi}, \quad |u_{\psi}| \leq 1 \quad (26)$$

に従って u_{ψ} で制御するものとすれば、これは3章の θ -制御 (この場合は ψ -制御) 問題と同一であり、ただ ψ の範囲 $-\pi/2 \leq \psi \leq \pi/2$ のみが異なる。したがって、仮想ブーム b の ψ -制御方策を3章の利用によって求め、つぎにこの結果を真のブーム B の運動に変換すればよい。このとき、仮想ブーム b の制御 u_{ψ} は Fig. 2 の方形波状制御パターンであるが、真のブーム B の制御 u_{θ} , u_{ϕ} はこの変換によって必ずしも方形波状でなく、アナログ的に変化することに注意を要する。

4.2 仮想ブームの ψ -制御

V 面内における3章の θ -制御方策 ($0 \leq \psi \leq \pi/2$ あるいは $-\pi/2 \leq \psi \leq 0$ の場合に適用可能) の利用に際し、 ϕ_0, ϕ_1 の大きさによる場合分けをして、 $-\pi/2 \leq \psi \leq \pi/2$ の変動にも適用可能なように以下の工夫をする。

- $$\left\{ \begin{array}{ll} \text{(a)} & \phi_0 \cdot \phi_1 > 0 \text{ の場合} \\ \text{(b)} & \phi_0 \cdot \phi_1 < 0 \text{ かつ } |\phi_0| < |\phi_1| \text{ の場合} \\ \text{(c)} & \phi_0 \cdot \phi_1 < 0 \text{ かつ } |\phi_0| > |\phi_1| \text{ の場合} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(Fig. 5 a)} \\ \text{(Fig. 5 b)} \end{array}$$

(a) の場合には、3章の θ -制御の方法をそのまま適用して u_{ψ} を決定できる。しかし、(b), (c) の場合に

Fig. 5 ψ -control

Fig. 6 Method 1

Fig. 7 Method 2 (Case b))

は ϕ_0, ϕ_1 が異符号であるため、 θ -制御の方法はそのまま適用はできないので、ここでは以下の二つの方法を採用する。

[方法1] (θ -制御の2回適用); この方法は、($\phi_0 \rightarrow \phi_1$) の制御を、($\phi_0 \rightarrow 0$), ($0 \rightarrow \phi_1$) の二つの制御問題に分割して、それぞれに3章の θ -制御を適用するものであり、(b), (c) の区別は不要である。制御パターンは Fig. 6 になる。

[方法2] (デッド・ビート利用); (b) について説明する。この方法は、まず $\psi = \phi_0$ から仮想ブーム b を一定角速度 $\dot{\psi}_{\max}$ で $\psi = 0$ まで運転し、そこで停止する (Fig. 5 a 参照)。その後、質点はその停止時の位置と速度 ($\xi_m, \dot{\xi}_m$) に応じて単振動を行うから、質点が ($-\xi_m, \dot{\xi}_m$) に達したとき再び仮想ブーム b を角速度 $\dot{\psi}_{\max}$ で $\psi = 0$ から $\psi = -\phi_0$ まで移動させれば、 $\psi = -\phi_0$ になった瞬間には、質点は仮想ブーム先端の真下で静止する。つぎに、($-\phi_0 \rightarrow \phi_1$) に3章の θ -制御を適用する。このとき、制御パターンは Fig. 7 となる。(c) の場合には、この順序を逆にすればよい。

4.3 デッド・ビート区間の解析

(b) の場合について説明すれば、方法2のデッド・ビート区間においては、

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_0; \text{仮想ブームが } (\phi_0 \rightarrow 0) \text{ あるいは } (0 \rightarrow -\phi_0) \\ \text{まで角速度 } \dot{\psi}_{\max} \text{ で移動する時間} \\ \tau_m; \text{質点が } (\xi_m, \dot{\xi}_m) \text{ から } (-\xi_m, \dot{\xi}_m) \text{ まで単振動} \\ \text{をする時間の } 1/2 \end{array} \right.$$

とおくとき、制御パターンは時刻 $t = \tau_0 + \tau_m$ について時間的に対称であり、明らかに

$$\tau_0 = |\phi_0| / \dot{\psi}_{\max} \quad (27)$$

である。一方、(7), (8) 式を V 面に利用すれば、

$$\begin{cases} \xi_m = \xi_0 \cos \tau_0 - \rho(\cos \tau_0 \sin \phi_0 \\ \quad + k_\phi \sin \tau_0 \cos \phi_0)/(1 - k_\phi^2) \\ \xi_m = -\xi_0 \sin \tau_0 + \rho(k_\phi - k_\phi \cos \tau_0 \cos \phi_0 \\ \quad + \sin \tau_0 \sin \phi_0)/(1 - k_\phi^2) \end{cases} \quad (28)$$

ただし,

$$\xi_0 = \rho \sin \phi_0, \quad k_\phi = \dot{\phi}_{\max}$$

であるから, 単振動 $(\xi_m, \dot{\xi}_m) \rightarrow (0, \dot{\xi}(\tau_0 + \tau_m))$ の式

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\xi}(\tau_0 + \tau_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau_m & \sin \tau_m \\ -\sin \tau_m & \cos \tau_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_m \\ \dot{\xi}_m \end{bmatrix} \quad (29)$$

より,

$$\tau_m = \begin{cases} \tan^{-1}(-\xi_m/\dot{\xi}_m); & \xi_m \cdot \dot{\xi}_m < 0 \text{ のとき} \\ \tan^{-1}(-\xi_m/\dot{\xi}_m) + \pi; & \xi_m \cdot \dot{\xi}_m > 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (30)$$

を得る.

4.4 $u_\phi \rightarrow (u_\phi, u_\theta)$ への変換

Fig. 4 に示すように, α, d, ρ, ϕ と (φ, θ) の初期値, 目標値の間には

$$\alpha = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sin \theta_0 - \sin \theta_1 \cos(\phi_1 - \phi_0)}{\sin \theta_1 \sin(\phi_1 - \phi_0)} \right\} \quad (31)$$

$$d = R \sin \theta_0 \cos \alpha \quad (32)$$

$$\rho = \sqrt{R^2 - d^2} \quad (33)$$

$$\phi = \sin^{-1} \{ R \sin \theta \sin(\varphi - \varphi_0 - \alpha) / \rho \} \quad (34)$$

なる関係が存在する. これらより

$$\varphi = \tan^{-1}(\rho \sin \phi / d) + \varphi_0 + \alpha \quad (35)$$

$$\dot{\varphi} = \rho \cos \phi \cdot \cos^2(\varphi - \varphi_0 - \alpha) \cdot \dot{\phi} / d \quad (36)$$

$$\theta = \cos^{-1}(\rho \cos \phi / R) \quad (37)$$

$$\dot{\theta} = (\rho \sin \phi \cdot \dot{\phi}) / (R \sin \theta) \quad (38)$$

が導かれ, 上記の方法で u_ϕ が求まれば, $\dot{\phi} = k_\phi u_\phi$ より各時刻の $\dot{\phi}$ が決定できるから, (36), (38)式より $u_\phi = \dot{\phi} / k_\phi$, $u_\theta = \dot{\theta} / k_\theta$ として φ ならび θ 方向の制御 u_φ , u_θ がそれぞれ決定される. (36), (38)式から明らかなように, u_ϕ が Fig. 2 の方形波状であっても, u_φ, u_θ はそうではない. また, (36), (38)式より, $\dot{\phi}_{\max}$ は $\dot{\phi}_{\max} \leq (\rho/d)\dot{\phi}_{\max}$, $\dot{\theta}_{\max} \leq (\rho/R)\dot{\phi}_{\max}$ を満足する最小の $\dot{\phi}_{\max}$ を用いなければならない.

5. コンピュータ・シミュレーション

3, 4 章に述べた制御方策の有効性を検証するために, 大形コンピュータによるシミュレーションを行った. パラメータは $R=0.530$, $k_\phi=0.0288$, $(\varphi_0, \theta_0)=(0, 2\pi/5)$, $(\phi_1, \theta_1)=(\pi/3, \pi/4)$ で, このとき $(\phi_0, \phi_1)=(-1.135, 0.264)$ であるから 4.2 節の(c)の場合に属し, $\alpha=0.773$, $d=0.361$, $\rho=0.388$ である. 4 章の

Table 1 Results of computer simulation

	Method No. 1		Method No. 2	
	θ -control 1	θ -control 2	θ -control	Dead beat control
Number of roots for $f(\tau_1)=0$	13	3	9	
$\min \tau_2$ (max τ_2)	1.58 (5.46)	1.68(4.84)	0.68(4.56)	
τ_1	38.63(34.74)	1.43(4.61)	28.69(24.62)	
τ_3	0.82(4.71)	7.75(4.57)	1.57(5.64)	
τ_0				9.19
τ_m				0.12
Total control time J (Normalized)	max 58.94		max 53.43	
	min 51.89		min 49.55	
$(\psi_1-\psi_0)/k_\psi$ Least bound	48.63

Fig. 8 Behaviors of states and controls
 $R=0.530$, $k_\phi=0.0288$

方法 1, 方法 2 の場合の計算結果を Table 1 に, また, 方法 2 の場合の $u_\phi(\dot{\phi}), \dot{\theta}, \phi, x, \dot{x}, y, \dot{y}$ を Fig. 8 に示す. Table 1 で () 内の数値は $f(\tau_1)=0$ の根のうちで最大の τ_2 (∴ 最大の制御時間) を与える値に対応するもので, 他の根を用いた場合はこの最大, 最小値の間の値をとる. これより, この例においては, 最大の τ_2 を用いた場合は最小の τ_2 を用いた場合に対し, 方法 1 で 13.6%, 方法 2 で 7.8% の制御時間 J の劣化があることがわかる. また, 最下行の $(\phi_1 - \phi_0)/k_\phi$ は, 3 章の命題 4, (22) 式の最左項であり, この制御方法による全制御時間 J の下限を表わしている.

Fig. 8 より, $t=t_1(49.55)$ で残存荷揺れが 0 になっ

ている (ブーム先端の真下で $\dot{x}=\dot{y}=0$) ことが立証される. なお, (18)式の解法には, ニュートン法を用いた.

6. マイクロ・コンピュータによる 制御方策実現の検討

マイクロ・コンピュータ程度の演算記憶能力による制御方策の実現可能性を検証するために, ブーム長 $R=0.53$ [m], θ, φ, l 可変のジブ・クレーン模型を試作し, マイクロ・コンピュータ TLCS 12 A (東芝) による制御実験を行った (Photo. 1). 試作シミュレータの詳細は別報にゆずり, ここでは制御演算に重点をおいて述べる. 1語は 12 ビットであり, 本実験では実数の内部表現に 3語を割り当てた. これは他の機器との精度比較のうえでも十分なものである. 制御方策実現に必要なソフトウェアは, 四則演算, 三角関数, 平方根, 逆三角関数, テレタイプによる入出力などの汎用サブルーチンに約 0.7 K 語, (18)式の解法に約 0.9 K 語, A/D 変換に約 30 語, さらに θ - φ 同時制御の際の ϕ_0, ϕ_1 による場合分け, $\phi \rightarrow (\varphi, \theta)$ 逆変換などに約 1.3 K 語の計約 3 K 語を要した. なお, 制御方策実現に要する演算時間は約 1 秒である.

特に超越方程式(18)の解法と最小値 w_2 の選定については, 複雑な式を取り扱うニュートン法を避け,

Photo. 1 Simulator of jib-crane

$f(0)f(s) < 0$ に基づく 2 値決算法を用いて演算の簡略化を行い, 12 回の反復によって $2^{-12} \cdot s$ の精度を得た. 得られる根は収束計算の初期値に依存するが, 制御時間の最小値との差は, Table 1 からこの例の方法 2 の場合 10% 以下に過ぎない.

試作シミュレータを用いた実験においては, 現在, 振れの観測を視覚に頼っているが, $|\theta| < \text{約 } 70^\circ$ の範囲では仮定 (A.4) が十分満足され, $l=39$ cm, 錘 (荷) 103 g で種々の X_0, X_1 について実験した結果, 残存荷揺れを最悪の場合で振れ幅 2 cm 以内, 端点条件によっては数 mm に抑えることができた. 駆動装置のサーボモータをよりトルクの大い油圧装置に置き換えれば, さらに広い θ の範囲で, 良好な残存荷揺れ抑止効果が得られるものと思われる.

7. ま と め

ロープ長を一定と仮定したジブ形クレーンにおいて, 残存荷揺れを抑止し, できるだけ短時間に初期位置から目標位置上方に荷を移すための制御方策を求めた. その際, 装置の簡易化や保全を考慮して, 基本制御パターンを 2 回の切換えを有するものに限定した. その結果, この制御方策をマイクロ・コンピュータ程度の比較的簡単な演算装置で実現することが可能になり, 計算機実験ならびに TLCS 12 A 利用の試作シミュレータ実験によってその有効性が検証できた. 本研究は, 比較的簡単なモデルに基づく基礎的なものであり, つぎの問題として, 制御時間中の最大荷揺れの制限やロープ長可変の制御問題など, より実際的な問題への拡張が考えられよう.

参 考 文 献

- 1) 川崎: クレーンにおける荷の振れ止め制御について, 日本機械学会誌, 72-605, 830/835 (1969)
- 2) 井口: クレーンの制御に関する研究 (第 1 報, クレーンの手動制御), 日本機械学会論文集, 39-320, 1225/1234 (1973)
- 3) 土屋, 伊藤: 旋回クレーンの荷物の振れ止め制御, 計測と制御, 13-10, 797/805 (1974)
- 4) 伊藤: 昭和 51 年度早稲田大学理工学部卒業論文 (1976)

(注 2) 3 章の θ -制御は, $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ の場合にも, そのまま拡張可能であることが, 後に証明されている.