トロリーの最大速度に注目したクレーンの最適運転法[†]

美多 勉*・金井 隆*

Optimal Control of the Crane System Using the Maximum Speed of the Trolley

Tsutomu MITA* and Takashi KANAI*

In the control of a crane system (for example, an ore unloader), the following requirements must be satisfied.

- (1) The traversing time of the trolley must be reduced as much as possible.
- (2) The swing of the grab must be stopped at the end point.

For these requirements, we divide the traversing interval into three parts, that is, the accelerating interval, the interval of constant speed and the decelerating interval.

In the interval of constant speed, the trolley runs at the maximum speed under a condition that the grab has no swing, and in the other intervals, the traversing time is minimized by the minimum principle.

Assuming that the rope length is constant, we show a table by which an optimal switching time can be achieved. The utility of the proposed scheme is demonstrated by using a model of the crane system.

Alsop et al. proposed a similar control scheme, but the traversing time was not optimized.

1. はじめに

港湾や倉庫における荷役機械設備の中核をなすクレーンは、トロリーの水平面内の移動とトロリーから垂らしたロープの上下で荷役する Fig. 1 の形式のものが基本となっている。そして新規、現用を問わずその運行の迅速化が望まれている。

さて迅速化の観点からクレーンを考えるならば、許される最大速度 ($\dot{X}_m$ とする) でトロリーを移動させれば良いように思えるが、これではロープ系の振れは止まらないし、加速度の点を考えればこのような速度

[Trolley]	
X ;	Position
$\dot{X}$;	Velocity
$\dot{X}_m$;	Maximum speed
$\ddot{X}$;	Acceleration
a_m ;	Maximum acceleration
D ;	Coefficient of the dumping
M ;	Mass of the trolley
u ;	Control voltage
k_s ;	Gain constant
[Rope system]	
l ;	Rope length
m ;	Load mass
θ ;	Swing angle
$\dot{\theta}$;	Angular velocity
$\ddot{\theta}$;	Angular acceleration
ω ;	Angular frequency of free swinging
	($\omega = \sqrt{g/l}$, g ; Gravity constant)

Fig. 1 Crane system

パターン自身も実現不可能である。よって Fig. 2 のように $\dot{X}_m$ での等速横行の前後に加減速区間をつけ、この加減速区間の両端で振れが止まり、かつ最大加速度制限 (a_m とする) のもとでこの間の時間を最小にする制御を行うことにする。このようにすれば、加減速区間で移動する距離に比して出発地点から目標地点までの距離が長いようなクレーン(注1)については、以下の特徴をもつ運転が行える。

- 1) 全横行時間が短い。
- 2) 走行中のロープの振れが少ない。

Fig. 2 3 Modes of the traversing interval

(注1) 港湾用のクレーンではこのタイプのものが多いと考えられる。

[†] 第21回自動制御連合講演会で発表(昭53・11)

* 千葉大学工学部 千葉市弥生町 1-33

* Faculty of Engineering, Chiba University, Chiba

(Received January 16, 1979)

3) 目標地点到達時のロープの振れがない。

本論文では、この加減速区間をロープ長一定という条件のもとに最短時間制御問題として扱った結果を報告する。またクレーンの模型を製作し実際に制御を行ったので、その結果も併せて報告する。

なお、クレーンに関する文献は多数あり、北森¹⁾は横行距離まで含めた最短時間制御を考えているが、速度が瞬時に切り換わるという仮定を用いており、これを満たすことに無理があるようで、理論的結論を実験的にかなり修正せねばならなかった。また Alsop ら²⁾や山岸³⁾は本論文と同じようなパターンを用いて振れ止め制御ができる事を示しているが、最短時間制御までは考慮していない。なお振れ止めを連続出力フィードバックによる安定化問題として扱っているものもあり、川崎の実験報告⁴⁾などがある。

2. クレーンのダイナミクス

問題を定式化する前に考えている Fig. 1 のクレーンのダイナミクスを解析する。基本的仮定として荷物 m は集中質量とみなし、ロープ長 l は一定とし振れ摩擦は無視する。なおトロリー質量 M は変速機構や原動機の慣性を含み、トロリーの横行まさつ係数 D は原動機の逆起電力定数を含むものとする。以上の仮定のもとに Fig. 1 より運動エネルギー関数 $\mathcal{T}$ 、損失エネルギー関数 $\mathcal{D}$ 、位置エネルギー関数 $\mathcal{V}$ を求めると、

$$\begin{aligned} \mathcal{T} &= \frac{1}{2} M \dot{X}^2 + \frac{1}{2} m \left[\left(\frac{d}{dt} (X - l \sin \theta) \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{d}{dt} (l \cos \theta) \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} (M+m) \dot{X}^2 + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 - m l \dot{X} \dot{\theta} \cos \theta \quad (1) \end{aligned}$$

$$\mathcal{D} = \frac{1}{2} D \dot{X}^2 \quad (2)$$

$$\mathcal{V} = m g l (1 - \cos \theta) \quad (3)$$

となり、 X 方向に外力 $k_s u$ があるので、ラグランジュの運動方程式より

$$(M+m) \ddot{X} + D \dot{X} + m l \ddot{\theta} \sin \theta = m l \ddot{\theta} \cos \theta + k_s u \quad (4)$$

$$m l \ddot{\theta} + m g l \sin \theta = m l \ddot{X} \cos \theta \quad (5)$$

を得る。さらに $\theta \approx 0$ のまわりで線形近似すると

$$M \ddot{X} + D \dot{X} = -m(\ddot{X} - l \ddot{\theta}) + k_s u \quad (6)$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = \frac{\ddot{X}}{l} \quad (7)$$

となる。以下(6)式をトロリー系、(7)式をロープ系と呼ぶ。さらに(7)式より(6)式の右辺第1項は、

$$d = -m(\ddot{X} - l \ddot{\theta}) = -m g \theta \quad (8)$$

となり、トロリー系は

$$M \ddot{X} + D \dot{X} = d + k_s u \quad (6)'$$

とおける。ここで d はロープ系からトロリー系へのテンションバックである。これを外乱と考え、測定可能な $\dot{X}$ に速度サーボをかけ、その微分値 $\ddot{X}$ が自由になると仮定すると、(6)、(7)式は、

$$\dot{X} = u_a, \quad \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = \frac{u_a}{l} \quad (9)$$

になる。ただし u_a は新たな入力変数である。 $\dot{X}$ に注目しているので、これと $\theta, \dot{\theta}$ を状態変数にとると次式となる。

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -g/l & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1/l \end{pmatrix} u_a \quad (10)$$

この式を以下

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b} u_a \quad (10)'$$

で表わすことにする。なおこの系は可制御である。また u_a は最大加速度 α_m により制限され、

$$|u_a| \leq \alpha_m \quad (11)$$

を満たすものとする。

3. 最短時間制御

ここではとくに Fig. 2 において「加速区間 (accelerating interval)」とした部分を中心に扱うものとし、この初期時刻を 0、最終時刻を t_f とし最短時間制御を考えると、評価関数は次式となる。

$$J = t_f = \int_0^{t_f} 1 dt \quad (12)$$

またこの両端で $\mathbf{x}(t)$ の境界条件をつぎのように与える。

$$\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} \dot{X}(0) \\ \theta(0) \\ \dot{\theta}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}(t_f) = \begin{pmatrix} \dot{X}(t_f) \\ \theta(t_f) \\ \dot{\theta}(t_f) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{X}_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$\mathbf{x}(0)$ は「止まっている」状態を表わしており、また $\mathbf{x}(t_f)$ は速度のみが $\dot{X}_m$ に移り、振れが加速区間の終端で一度止まることを要求している。こうしておくことにより、続く等速区間は振れなしで等速横行できる。

以上により問題は「(10)式のダイナミクスと(11)式の制約のもとに(13)式を満たし、かつ t_f を最小とするような最適制御『 $u_a^0(t)$ 』を求めよ」となる。

3.1 最小原理の適用

まず(10)式、(11)式、および評価関数(12)式を使い、ポントリアギンの方法により最適制御であるための一

Fig. 3 Bang-bang control

つの必要条件を求めることにする。

まず x に対する補助変数 λ を導入する。 λ はつぎのハミルトン形式を満足する。

$$\dot{\lambda} = -\partial H / \partial x \quad (14)$$

ここに

$$H = 1 + \lambda^T (Ax + bu_a) \quad (15)$$

である。両式より $\dot{\lambda} = -A^T \lambda$, すなわち,

$$\begin{pmatrix} \dot{\lambda}_1 \\ \dot{\lambda}_2 \\ \dot{\lambda}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g/l \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix}$$

を得、これを解いて次式を得る。

$$\lambda = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2' \omega \sin(\omega t - c_3) \\ c_2' \cos(\omega t - c_3) \end{pmatrix} \quad (16)$$

ただし $\omega = \sqrt{g/l}$, また c_1, c_2', c_3 は積分定数したがって H は, $-c_2'/l = c_2$ において次式となる。

$$H = 1 + c_1 u_a + c_2' \omega \theta \sin(\omega t - c_3) - \omega^2 \theta c_2' \cos(\omega t - c_3) - u_a c_2 \cos(\omega t - c_3) \quad (17)$$

u_a が最適制御であるための必要条件は, H が最小値をとる事であるから, (11)式を考慮し,

$$u_a(t) = -a_m \operatorname{sign} \{c_1 - c_2 \cos(\omega t - c_3)\} \quad (18)$$

である。これより $u_a(t)$ は Fig. 3 に示すように周期的な Bang-Bang 形であることがわかる(注2)。 ω はロープ系の自由振動の角周波数であるので, Fig. 3 では切換えのタイミングが角度の次元でとれるように横軸を ωt でとっている。

3.2 $\theta - \dot{\theta}/\omega$ 平面軌跡

$u_a^0(t)$ を求めるに先立ち, ロープ系の $\theta - \dot{\theta}/\omega$ 平面の相軌跡を示しておく²⁾。

ロープの振れは(9)式より, 次式で記述される。

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \theta + \frac{u_a}{l} \quad (9)'$$

(注2) 3.3 節で, $u_a^0(t)$ は $t_f/2$ を対称点とする偶関数であり, $\zeta' = \zeta$ であることを述べる。

Fig. 4 One example of a time trajectory of the rope system

$\omega = \sqrt{g/l}$ とおくと, u_a が一定値をとっている間は, $\theta_0 = u_a/g$ において次式が解となる。

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 + R' \sin(\omega t + \alpha_0) \\ \dot{\theta} = R' \omega \cos(\omega t + \alpha_0) \end{cases} \quad (19)$$

したがって相軌跡は θ_0 を中心として左まわりする円(の一部)となり, さらに中心 θ_0 から軌跡を見込む角度は ωt に等しい。 u_a がある一定値 u_{a1} からつぎの一定値 u_{a2} に瞬時に切り換わる場合, 対応する相軌跡円の中心は, $\theta_{01} = u_{a1}/g$ から $\theta_{02} = u_{a2}/g$ に切り換わる。ところで θ も u_a も有限の値であるから(9)'式より $\dot{\theta}$ も有限となる。よって $\dot{\theta}$ と θ は連続でなくてはならず, 相軌跡は中心が θ_{01} と θ_{02} であるような二つの円弧をつなぎ合せたものとなる。特に $\theta = \dot{\theta} = u_a = 0$ では軌跡は原点に停留しており, ここで $u_{a1} \neq 0$ を与えた場合, 軌跡はその時点から原点出発となる。また軌跡が原点にきた時 $u_a = 0$ (定速または停止)とすれば, その後振れは残留しない。

ここで u_a を Fig. 4(a) のように与えたとすると, $\theta = \dot{\theta} = 0$ を初期値とする相軌跡は同図(b)となる。この例では振れは止まっている。

3.3 最適相軌跡と u_a^0 を与える図

$u_a(t)$ は Fig. 3 において η, ζ, ζ' の大きさや, η の出る回数(部分的減速回数) n がわかれば唯一に定まる。ところで, 可制御な1入力の線形定係数システムの最短時間制御問題で, $x(t_f) = 0$ とする場合では解は唯一である事が知られている⁶⁾。ここで扱っているのは $x(0) = 0$ を $x(t_f) \neq 0$ に移す問題であるが, $y = x$

$-x(t_f)$ とおけば $y(0) \neq 0$ を $y(t_f) = 0$ に移す問題に変換できる (x と y のダイナミクスは変わらない) ので, この性質は成立し解は唯一である. よって最適制御 u_{α}^0 はつぎようになる.

$$\{u_{\alpha}^0\} = \{(18) \text{式を満たす制御}\}$$

$$\cap \{(13) \text{式を満たす制御}\}$$

さて(13)式で振れに関する部分は相軌跡が原点出発, 原点到達となる事を示している. また, u_{α} が $\pm \alpha_m$ の2値しかとらない事から軌跡円の中心は $\pm \alpha_m/g$ の2点しかとり得ず, しかも u_{α} は $\omega t = 2\pi$ の周期性を満たさねばならない. 以上を考慮すると, $\zeta' = \zeta$ の対称制御となり⁷⁾, $\dot{X}(t_f) \geq 0$ の範囲について最適軌跡を描くと Fig. 5 のようになる. ただし図中の K_m は $\alpha_m, \dot{X}_m, l$ より定まる, 後で述べる定数である.

Fig. 5 に示した各軌跡は $\dot{X}(t_f)$ がみな違うわけだが, この中で $\dot{X}(t_f) = \dot{X}_m$ となるものが解であり, それは唯一の解であるから各軌跡ごとに $\dot{X}(t_f)$ が計算できれば良い. そこで Fig. 5 から角度についての関係を求めると次式が得られる.

Fig. 5 Several examples of the optimal trajectory

Fig. 6 Chart of the optimal switching time ($K_m = \dot{X}_m \omega / \alpha_m$)

$$\eta = 2 \arctan \frac{\sin \zeta}{2n - \cos \zeta} \quad (n \text{ は自然数}) \quad (20)$$

これは $n=2$ までは Fig. 5 から初等幾何学的に簡単に解析できる. $n \geq 3$ については数値計算により確認した.

(20)式によれば各軌跡に対応する $\dot{X}(t_f) = \dot{X}_m$ が計算でき

$$\dot{X}_m = \frac{\alpha_m}{\omega} \{2\zeta - (2n-1)\eta + 2(n-1)\pi\} \quad (21)$$

となる. (20), (21)式から $u_{\alpha}^0(t)$ を求める図を作ると Fig. 6 となる. Fig. 6 から $u_{\alpha}^0(t)$ を求める手順はつぎのとおりである.

- i) $\dot{X}_m, \alpha_m$ (いずれもクレーン固有の値) とロープ長 l を使って, 次式で K_m を計算する.

$$K_m = \dot{X}_m \sqrt{g/l} / \alpha_m = \dot{X}_m \omega / \alpha_m \quad (22)$$

- ii) Fig. 6 のたて軸に K_m をとり, ここから水平線を引き, 白地を $+\alpha_m$, 黒地を $-\alpha_m$ とする.
- iii) 切換えのタイミングは横軸から読み取る. これで $u_{\alpha}^0(\omega t)$ が求まるので, ω で変換して $u_{\alpha}^0(t)$ とする.

例として $\dot{X}_m = 15$ (m/s), $\alpha_m = 3$ (m/s²), $l = 3$ (m) ($\omega = 1.8$ (rad/s)) の場合を示せば, $K_m = 9$ であるので, 水平線は Fig. 6 中に引いたものとなる. これから約 1.09, 1.32, 4.56, 4.79 (sec) で切り換え, 約 5.88 (sec) で加速区間を終了すれば良いことがわかる. 対応する相軌跡が Fig. 5 中にある.

なお実用的なクレーンでは K_m が 4π を越えることはあまりないと思われ, Fig. 6 より n は 2 以下である場合がほとんど考えられる.

以上の解析により加速区間の最短時間制御が求まった. この後の等速区間に続く減速区間については Fig. 6 の白黒を反転したものが対応し, 同じタイミングで $\pm \alpha_m$ を入れ換えれば良い事がわかる. また加速区間

と減速区間の移動距離は等しいので、加速区間で移動した距離を記憶し、目標地点からその距離を減算した位置で減速区間に移れば良い。なお加速区間で移動する距離は $\dot{X}_m \cdot t_f/2 = \alpha_m K_m \cdot t_f/2\omega$ (m) となる。

4. 模型実験

以上の方法によってクレーンが運転できることを、模型を使って実験したので以下に示す。

4.1 速度サーボと補償器

前章までの理論はトロリーの加速度 $\ddot{X}$ を u_a として自由にできると仮定したが、 $\ddot{X}$ は Bang-Bang 形であるので、その積分値 $\dot{X}$ はランプ関数である。よって u_a を積分した関数 $\dot{X}_r$ を目標入力として $\ddot{X}$ に対して1型のサーボ系を構成すれば、この仮定を近似的に満たすことができる(注3)。またこのようにするとロープ系からのテンションバック d ((8)式参照)は外乱として抑圧できる。

ここで $G_0(s)$ を制御対象であるトロリー系 ((6)'式で u から $\dot{X}$ まで) の伝達関数、 $1/s$ を型補正の積分器、 $G_c(s)$ を安定化補償器とする。以下 $G_c(s)$ をオブザーバ理論を使い設計する。まず $(1/s) \cdot G_0(s)$ を最小実現して(23)式で表わす (Fig. 7 参照)。

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A'\xi + b'u_p: A'(2 \times 2), b'(2 \times 1) \\ \phi = c'\xi: c'(1 \times 2) \end{cases} \quad (23)$$

つぎにレギュレータとしての極 ($A' - b'f$ の固有値) を μ_1, μ_2 とするベクトル $f(1 \times 2)$ を算出する。さらに(23)式に対する最小次元オブザーバ

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \hat{A}\omega + k\phi + mb'u_p \\ \hat{\xi} = d\omega + h\phi \end{cases} \quad (24)$$

を構成する各係数を算出する。ただしオブザーバの極 $\hat{A}$ は γ_1 とし、また d, h, m は、

$$\hat{A}m = mA' - kc', \quad I_2 = dm + hc'$$

を満たすものとする。

以上により Fig. 7 のような系を構成すると閉ループの極が γ_1, μ_1, μ_2 であるサーボ系となる事が知られている⁵⁾。なおこの方法による場合 $G_c(s)$ は次式で与

Fig. 7 Speed servo using observer

(注3) ランプ関数 $\dot{X}_r$ と $\dot{X}$ との傾きが一致すれば、 u_a と $\ddot{X}$ は一致する。

Fig. 8 Model of the crane system

Table 1 Parameters of the model

M	4.34 (kg)
D	16.7 (Ns/m)
k_s	130 (N/V)
k_{TG}	6.06 (Vs/m)

えられる。

$$G_c(s) = \frac{fh(s - \hat{A}) + fdk}{(s - \hat{A}) + f d m b'} \quad (25)$$

4.2 実験に使った補償器

製作した模型の構成を Fig. 8 に、測定したパラメータを Table 1 に示す。 $\dot{X}$ は変換係数 $k_{TG} = 6.06$ (Vs/m) のタコジェネレータで測定されている。この k_{TG} と Table 1 のパラメータから $G_0(s)$ は、

$$G_0(s) = \frac{k_s k_{TG}}{sM + D} = \frac{k_s k_{TG}/M}{s + D/M} = \frac{181}{s + 3.85}$$

となる。前節の手順に従い、極を $\mu_1 = -5.4, \mu_2 = -54000, \gamma_1 = -700$ とすると $G_c(s)$ は次式となる。

$$G_c(s) = \frac{2.09 \times 10^5 \times (s + 5.39)}{s + 5.47 \times 10^4}$$

なお極指定の仕方によっては、 $G_c(s)$ のゼロ点がオーバーシュートの原因となる形(注4)で現れる事がある。ところがこの問題では μ_1 と μ_2 との比を大きくとると、このゼロ点と μ_1 がキャンセルする事がわかったので、 μ_1, μ_2 を上記のようにとった。したがって閉ループの代表極は γ_1 で与えられている事になる。

製作すべき $G_c(s)$ と $1/s$ を一緒にして周波数特性を描くと、PI 補償器である事がわかる。PI 補償器は極 μ_2 を切り捨て、OP アンプ回路で構成した。

4.3 最適制御の実験

本論文で $u_a^0(t)$ を決めるパラメータにとった K_m は本来はクレーンの能力や仕様で決まるものであるが、ここでは模型実験のため $\dot{X}_m$ と α_m を適当に制限して K_m を変えて行った。

コントローラには12ビットのマイクロ

(注4) 閉ループの全極 (γ_1, μ_1, μ_2) がゼロ点より十分左半面にある配置をいう。また、この場合の極-ゼロ点消去は、前向きゲインが ∞ のときに起きる不可観測性の極-ゼロ点消去である。

Fig. 9 Result of the experiment ($K_m=5.0$) Fig. 10 Result of the experiment ($K_m=9.0$)

ンピュータ(注5)を用い、 $u_a^0(t)$ の発生とデジタル積分(3~5ms サイクル, 0次ホールド)により速度サーボの目標信号を出力させている。プログラムは $K_m \leq 4\pi$ に対応できるものを作製して使用した。

実験は K_m を 2.0~10.0 の範囲でいろいろに変えて行った。良好な結果を得たが、ここでは K_m が 5.0 と 9.0 の2例を示す。 $\dot{X}_m, \alpha_m$ はつぎのように定めた。

$$K_m=5.0; \dot{X}_m=1.0 \text{ (m/s)}, \alpha_m=0.63 \text{ (m/s}^2\text{)},$$

$$K_m=9.0; \dot{X}_m=0.66 \text{ (m/s)}, \alpha_m=0.23 \text{ (m/s}^2\text{)},$$

またロープ長 l はいずれも 1 (m) とし、荷物としては $m=2.1$ (kg) の鉄塊を使った。なお全横行距離が 2~2.5 (m) になるように適当に定速区間を入れている。

結果を Fig. 9, 10 に示す。これは $\dot{X}, \theta$ の2者を適当な尺度で、また u_a についてはその符号のみをペンレコーダで記録したものである。いずれの場合も残留振れは $\pm 0.2^\circ$ 以下であった。

5. ま と め

以上述べたように、クレーンの加減速区間を、その両端で振れの止まる最短時間制御と考えロープ長一定の場合についてその解を示した。この解はいろいろなクレーンに対応できるように、切替のタイミングを与える図の形式で示している。なお代表的な場合についてロープの振れの相軌跡を示した。

またこの結果を用いて模型のクレーンを実際に運転し、振れの止まる事を確認した。

本制御法ではトロリー系は閉ループを組んでいるが、ロープ系はパターン制御であるため外乱に弱い欠点がある。これについては、制御の終端にレギュレータモードを追加する事が考えられ研究中である。

有意義なご意見をいただいた、千葉大学 川瀬太郎教授、東京工業大学 長谷川健介教授、古田勝久助教授に感謝いたします。またお手伝いいただいた当研究室の青山秀隆、柴宮芳和、吉田広志君に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 北森俊行：クレーンの最適運転法，第3回 SICE 学術講演会予稿集，347/348 (1964)
- 2) C.F. Alsop, G.A. Forster and F.R. Holmes: Ore Unloader Automation — A Feasibility Study, IFAC 東京大会論文集, VII-22/VII-35 (1966)
- 3) 山岸俊雄：クレーンの振止め制御，第16回自動制御連合講演会前刷，353/354 (1973)
- 4) 川崎寛司：クレーンにおけるつり荷の振れ止め制御について，日本機械学会誌，72-605, 128/133 (1969)
- 5) 伊藤，木村，細江：線形制御系の設計理論，計測自動制御学会 (1978)
- 6) M. Athans and P.L. Falb: Optimal Control, McGraw-Hill (1966)
- 7) 美多，金井，須藤：走行クレーンの二，三の最短時間制御解の比較，第8回制御理論シンポジウム資料，173/176 (1979)

(注 5) 東芝 TLCS12A シリーズを使用