改良形 GMDH による河川水質の非線形定常モデルの作成[†]

田 村 坦 之*・近 藤 正*

Nonlinear Steady State Modeling for River Quality by a Revised GMDH

Hiroyuki TAMURA* and Tadashi KONDO*

This paper deals with the nonlinear statistical modeling of steady state river quality. The methodology used for modeling is a revised GMDH (Group Method of Data Handling) of generating optimal intermediate polynomials. By using the measured data of river quality such as BOD and DO concentrations in the Bormida river, Italy, we intend to construct two kinds of nonlinear steady state models, and they are compared with the Rinaldi's linear physical model. In the steady state model I, we intend to discover a suitable structure of the Bormida river by using no a priori information of the system structure. It is shown that the revised GMDH model gives much better prediction for DO concentration compared with the physical model. In the steady state model II, we intend to approximate the river quality in the Bormida river as a polynomial of the input variables. It is shown that it is difficult to approximate the DO part of the model as a polynomial of the input variables, because the system structure for the DO concentration is very complex.

1. ま え が き

河川水質の汚染は、一般に生物化学的反応、熱的挙動、沈殿、再曝気など複雑な現象を伴うため、これらをすべて考慮した物理モデルの構造は複雑なものになる^{1)~3)}。本研究では、モデルの構造をあらかじめ設定することなく、改良形 GMDH により、測定データのみに非線形モデルを作成を試みる。

まずはじめに、河川水質の物理モデルを用いて水質の空間的変化を求める Rinaldi らの方法^{1), 2)}について

簡単にふれる。つぎに、情報量規準 AIC を用いて中間表現式の自己選択を行う改良形 GMDH のアルゴリズム⁴⁾を用いて、イタリアのボーミダ川で測定された水質データ^{1), 2)}を解析し、ボーミダ川の GMDH モデルの作成を行う。作成されたモデルにより水質の空間的变化を予測し、Rinaldi らが得た結果と比較する。

2. 河川水質の定常モデルの作成

河川水質の指標として BOD と DO を考えると、これらの動的挙動は、一般化された Streeter-Phelps のモデル

$$\frac{\partial b}{\partial t} + v \frac{\partial b}{\partial l} = - \left(k_1(T) + \frac{k_3(v)}{A} \right) b \quad (1. a)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial l} = -k_1(T)b + \frac{k_2(T, Q)}{H(Q)}(c_s(T) - c) + \frac{k_4}{A} \quad (1. b)$$

によって表わすことができる。ただし、 b は BOD 濃度 (mg/l), c は DO 濃度 (mg/l), c_s は DO 飽和濃度 (mg/l), k_1 は BOD 除去速度係数 (1/日), k_2 は DO 発生速度係数 (m/日), k_3 は BOD 沈降速度係数 (m²/日), k_4 は光合成による DO 発生速度係数 ((mg/l)・(m²/日)), t は時間 (日), l は距離 (km), T は水温 (°C), A は河川の断面積 (m²), Q は河川流量 (10³ m³/日), $v (=Q/A)$ は平均流速 (km/日), H は河川の平均深さ (m) を表わす。ここで、簡単化のため、河川の断面積 A の一様性を仮定し、定常状態 ($\partial b/\partial t = \partial c/\partial t = 0$) を考えると、BOD, DO 濃度の空間的变化を表わす定常モデルは、

$$\frac{db}{dl} = -K_1(T, Q)b \quad (2. a)$$

$$\frac{dc}{dl} = -K_2(T, Q)b + K_3(T, Q)(c_s - c) + K_4(Q) \quad (2. b)$$

によって表わすことができる。ただし、

$$K_1(T, Q) = k_1(T)/v(Q) + k_3(v(Q))/Q \quad (3. a)$$

† 第 4 回システムシンポジウムで発表 (昭 53・7)

* 大阪大学工学部 吹田市大字山田上

* Faculty of Engineering, Osaka University, Suita
(Received January 22, 1979)

Fig. 1 The variables measured in a river

$$K_2(T, Q) = k_1(T)/v(Q) \quad (3. b)$$

$$K_3(T, Q) = k_2(T, Q)/H(Q)v(Q) \quad (3. c)$$

$$K_4(Q) = k_4/Q \quad (3. d)$$

としている。(2)式の解は、

$$b(l, K_1, b_0) = b_0 e^{-K_1 l} \quad (4. a)$$

$$c(l, K_1, K_2, K_3, K_4, b_0, c_0) = c_0 + K_4/K_3 - [c_0 + (K_4/K_3) - c_0]e^{-K_3 l} + [K_2 b_0/(K_1 - K_3)][e^{-K_1 l} - e^{-K_3 l}] \quad (4. b)$$

で与えられる。ただし、 b_0 と c_0 は排出源付近でのBODとDO濃度を表わす。また、対象領域の内部には排出源が存在しない場合を取り扱う。

定常状態として n 種類の異なった状態が測定されているものとする。各定常状態は流量および水温、(Q^i , T^i), ($i=1, 2, \dots, n$)によって特徴づけられている。BOD濃度とDO濃度は、Fig. 1に示すように、各定常状態において、排出源付近と河川にそった r 箇所の地点で測定するものとする。測定データとして、

$$(b_0^i, c_0^i), \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (5. a)$$

$$(b_j^i, c_j^i), \quad (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, r) \quad (5. b)$$

を得る。

2.1 物理モデルのパラメータ推定^{1), 2)}

ここでは、河川水質の空間的变化を表わす物理モデル(2. a), (2. b)式に含まれているパラメータの推定に関するRinaldiらの方法を簡単に述べる。

(2. a), (2. b)式に含まれている K_h ($h=1, 2, 3, 4$)の構造は既知で、

$$K_h = K_h(\theta_h, T, Q), \quad (h=1, 2, 3, 4)$$

とする。ここで、 θ_h は K_h に含まれる複数のパラメータを表わす。測定データ(5. a), (5. b)を用いて、つぎの評価規準を最小にするようにパラメータ θ_h ($h=1, 2, 3, 4$)を推定する。

$$J = \sum_{i=1}^n J^i \quad (6. a)$$

ただし、

$$J^i = \sum_{j=1}^r [\lambda \varepsilon_b^{ji} + (1-\lambda) \varepsilon_c^{ji}], \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (6. b)$$

$$\varepsilon_b^{ji} = [b(l_j, K_1^i, b_0^i) - b_j^i]^2 \quad (6. c)$$

$$\varepsilon_c^{ji} = [c(l_j, K_1^i, \dots, K_4^i, b_0^i, c_0^i) - c_j^i]^2 \quad (6. d)$$

ここで、 ε_b^{ji} は i 番目の定常状態の j 番目の測定点におけるBOD濃度の測定値と、(4. a)式による推定値との2乗誤差を表わす。同様に、 ε_c^{ji} はDO濃度の測定値と(4. b)式による推定値との2乗誤差を表わす。 λ はBOD濃度に対する重みを表わす。(6. a)式を直接最小にするように θ_h ($h=1, 2, 3, 4$)を推定することは、 θ_h ($h=1, 2, 3, 4$)の次元が高いため非常に困難である。そこで、Rinaldiらはつぎに示す手順を用いている。まず、各定常状態で測定されたデータを用いて、 J^i ($i=1, 2, \dots, n$)を最小にするようにパラメータ K_h^i ($h=1, 2, 3, 4; i=1, 2, \dots, n$)を推定する。つぎに、推定した K_h^i を用いて、

$$J' = \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^4 (K_h(\theta_h, T^i, Q^i) - K_h^i)^2 \quad (7)$$

を最小にするように θ_h ($h=1, 2, 3, 4$)を推定する。この推定方法の詳細については参考文献^{1), 2)}を参照されたい。

2.2 改良形GMDHによる定常モデルの作成

ここでは、情報量規準AICを用いて中間表現式の自己選択を行う改良形GMDHのアルゴリズム⁴⁾を用いて、河川水質の定常モデルの作成を行う。この改良形GMDHでは、部分表現式を構成する代わりに、各選択層でもとの入力変数 x と出力変数 ϕ との間の直接的な関係を表わす中間表現式を構成し、この中間表現式から完全表現式を構成している。さらに、AICを各選択層における最適な中間表現式の自己選択と、自己選択された中間表現式の評価に用いている。改良形GMDHを用いて、つぎに示す2種類の定常モデルを作成する。

A. 定常モデル I

(2. a), (2. b)式に対応した定常モデルを作成する。出力変数として、 $b(j+1)$, $c(j+1)$ の2変数、入力変数として、 $b(j)$, $c(j)$, Q^{-1} , $Q^{-0.5}$, T の5変数を考える。ここで、流量 Q に関する入力変数としては、BOD, DO濃度の距離的な変化率が、流量の増加により減少するという物理的な考察から流量の逆数(Q^{-1} および $Q^{-0.5}$)を考慮に入れている。また、BOD, DO濃度は河川にそってほぼ等間隔で測定する場合を考えている。GMDHで作成する定常モデルは

$$b(j+1) = f_1(b(j), c(j), Q^{-1}, Q^{-0.5}, T) \quad (8. a)$$

$$c(j+1) = f_2(b(j), c(j), Q^{-1}, Q^{-0.5}, T) \quad (8. b)$$

で表わされる。さらに、(8. a), (8. b)式はつぎのように変形できる。

$$\frac{b(j+1)-b(j)}{\Delta l} = \frac{1}{\Delta l} \{f_1(b(j), c(j), Q^{-1}, Q^{-0.5}, T) - b(j)\} \quad (9. a)$$

$$\frac{c(j+1)-c(j)}{\Delta l} = \frac{1}{\Delta l} \{f_2(b(j), c(j), Q^{-1}, Q^{-0.5}, T) - c(j)\} \quad (9. b)$$

(9. a), (9. b) 式の左辺を近似的にそれぞれ db/dl , dc/dl に置き換えると, (2. a), (2. b) 式に対応した定常モデルが作成できる。

B. 定常モデル II

(4. a), (4. b) 式に対応した定常モデルを作成する。出力変数として, $b(l), c(l)$ の 2 変数, 入力変数として, $b_0, c_0, l, l^{-1}, Q^{0.5}, Q^{-0.5}, T$ の 7 変数を考える。(4. a), (4. b) 式は上記の入力変数による多項式としては表現することができないため, GMDH により作

成したモデルは, 非物理モデルの意味しかもたない。GMDH で作成する定常モデルは,

$$b(l) = g_1(b_0, c_0, l, l^{-1}, Q^{0.5}, Q^{-0.5}, T) \quad (10. a)$$

$$c(l) = g_2(b_0, c_0, l, l^{-1}, Q^{0.5}, Q^{-0.5}, T) \quad (10. b)$$

で表わされる。この定常モデル II を作成する際には, BOD, DO 濃度を等間隔で測定する必要はない。

3. ボーミダ川の河川水質の定常モデル

ここでは, Fig. 2 に示すイタリアのボーミダ川で測定された水質データ^{1), 2)}を用いて, 改良形 GMDH により河川水質の定常モデルの作成を行い, Rinaldi らによって推定されたモデルによって得られた予測結果と, 改良形 GMDH のモデルによって得られた予測結果との比較を行う。

ボーミダ川では, Table 1 に示すように BOD 濃度, DO 濃度, 流量, 水温の 4 変数が測定されている。BOD 濃度, DO 濃度は, Table 1 の上段, 下段にそれぞれ示されており, ボーミダ川にそって 10~15 km ごとに配置された 6 か所の測定点で測定され ($r=5$),

1 日の平均濃度が記録されている。ただし, 4 番目の測定点におけるデータは, 実測値ではなく直線補間による計算値である。温度は 6 測定点の平均温度が記録されているが, 測定時刻が各定常状態で異なり, 測定データとしては重要な意味をもたない。このため, 以下では温度の影響を無視して考える。定常状態は 15 種類測定されている

Table 1 The data used for modeling and model validation^{1), 2)}

Station number Distance (km)	0	1	2	3	(4)	5	Flow rate (10 ³ m ³ /day)	Water temperature (°C)	
	4.20	14.00	25.00	40.00	(54.00)	68.00		Average	Range
Steady state									
1	200.0 0.0	118.0 4.5	64.0 5.5	38.0 6.5	24.0 7.8	10.0 9.0	55	17.5	4.2
2	120.0 3.0	92.0 5.5	72.0 9.0	58.0 9.5	41.0 9.5	24.0 9.5	60	9.0	5.1
3	162.0 1.0	126.0 3.0	110.0 5.0	66.0 6.5	53.0 8.5	40.0 10.5	125	0.5	5.0
4	105.0 2.0	84.0 5.0	70.0 5.5	44.0 6.0	41.0 6.8	38.0 7.5	100	19.0	3.0
5	125.0 1.5	78.0 3.5	46.0 4.5	18.0 5.5	16.0 6.3	14.0 7.0	75	18.0	3.2
6	125.0 2.0	86.0 5.0	70.0 6.0	46.0 6.0	33.0 6.3	20.0 6.5	80	17.0	3.3
7	68.0 2.0	56.0 6.0	50.0 7.0	34.0 9.5	29.0 10.8	24.0 12.0	225	5.0	2.5
8	145.0 0.0	72.0 1.2	68.0 2.2	30.0 3.6	23.0 4.7	16.0 5.8	100	25.0	3.7
9	200.0 0.0	104.0 4.0	98.0 6.0	60.0 6.0	59.0 6.5	58.0 7.0	55	10.0	8.9
10	90.0 4.0	70.0 4.0	68.0 8.0	58.0 9.0	40.0 9.0	22.0 9.0	200	1.8	3.5
11	80.0 6.0	60.0 8.0	50.0 10.0	36.0 10.5	30.0 10.8	24.0 11.0	250	3.5	2.4
12	135.0 0.5	100.0 4.0	85.0 5.0	62.0 6.0	56.0 7.0	50.0 8.0	125	11.8	2.4
13	70.0 3.0	60.0 6.0	44.0 7.0	46.0 7.5	34.0 7.8	22.0 8.0	200	16.0	2.5
14	85.0 3.0	70.0 6.0	55.0 7.0	40.0 9.0	30.0 9.3	20.0 9.5	200	11.5	5.5
15	80.0 2.5	40.0 5.0	30.0 7.0	20.0 8.5	16.0 8.8	12.0 9.0	150	16.0	6.0

Fig. 2 The Bormida river and locations of measurement stations^{1), 2)}

($n=15$). 13 種類の定常状態の測定データを用いてモデリングを行い, 残り 2 種類の定常状態の測定データを用いて, 得られたモデルの良さを評価する.

3.1 物理モデルのパラメータの推定結果^{1), 2)}

2 章で述べた方法によりパラメータ推定を行う. パラメータ推定には定常状態 1~13 の測定データを用いる. K_h ($h=1, 2, 3, 4$) の構造として,

$$K_h(\theta_h, Q) = \theta_{h1} Q \theta_{h2} \quad (11)$$

を仮定すると,

$$K_1 \cong K_2, \quad K_4 \cong 0 \quad (12)$$

という結果が得られる. これは, ボーミダ川の BOD, DO 濃度が Streeter-Phelps のモデルで表わされることを示している. そして, θ_1, θ_3 を推定することにより,

$$\frac{db}{dt} = -0.2Q^{-0.43}b \quad (13. a)$$

$$\frac{dc}{dt} = -0.2Q^{-0.43}b + 16.4Q^{-0.8}(c_s - c) \quad (13. b)$$

が求まる.

3.2 改良形 GMDH による同定結果

A. 定常モデル I

入力変数としては, $b(j), c(j), Q^{-1}, Q^{-0.5}$ の 4 変数を考える. GMDH で用いるパラメータは

$$p=2, \quad L_1=10, \quad m_1=6$$

とする. ただし, p は第 1 層の中間表現式の最大次数, L_1 は中間表現式の最大項数, m_1 は各選択層での中間表現式の選択個数を表す.

1) 同定された BOD モデル

Table 2 に同定された BOD モデルを示す. ここで, *印は, その変数がモデルに含まれなかったことを示す. 4 番目のモデルは, 15 種類すべての測定データを用いて得られたモデルである. 表より, モデリングに用いる測定データが変化すると, モデルの構造も少し変化していることがわかる. 改良形 GMDH では, 測定データのみを用いて予測誤差を最小にするようにモデル構造を決定しているため, モデル構造がモデリングに用いた測定データの統計的性質に依存することは避けられない. しかしながら, 測定データを十分多く取ることにより, モデル構造の測定データへの依存性

Table 2 Structure of the BOD model I

Model	Prediction points	Constant	b	b^2	$bQ^{-0.5}$	$b^2Q^{-0.5}$
1	4, 5	-5.84	0.960	-0.00040	*	-0.011
2	9, 10	-2.38	1.027	-0.00070	-2.06	*
3	14, 15	-4.22	0.920	0.00004	*	-0.013
4	0	-3.82	0.900	0.00008	*	-0.013

を小さくできるものと思われる. 3 番目のモデル

$$b(j+1) = -4.22 + 0.920b(j) + 0.000037b(j)^2 - 0.0133Q^{-0.5}b(j)^2 \quad (14)$$

は, 定常状態 1~13 の測定データを用いて得たモデルである. このモデルはつぎのように変形できる.

$$\begin{aligned} & \frac{b(j+1) - b(j)}{\Delta t} \\ &= \frac{1}{\Delta t} \{-4.22 - 0.080b(j) + 0.000037b(j)^2 \\ & \quad - 0.0133Q^{-0.5}b(j)^2\} \end{aligned} \quad (15)$$

ここで, $\Delta t \approx 10$ km より, (15) 式は近似的に

$$\begin{aligned} \frac{db}{dt} &= -0.422 - 0.0080b + 0.0000037b^2 \\ & \quad - 0.00133Q^{-0.5}b^2 \end{aligned} \quad (16)$$

となる. 物理モデル (13. a) 式と比較すると BOD 濃度の 2 乗の項が現われており, 構造が複雑になっている. (16) 式の有効性を調べるために, 定常状態 14, 15 に対する予測精度を評価し, 物理モデル (13. a) 式による予測精度との比較を行った結果, ほぼ同程度の予測精度を得た. 予測値の求め方としては, $j=0$ に対して BOD 濃度の測定値 (b_0) を用い, $j=1 \sim 4$ に対しては (14) 式を逐次的に解くことによって求めた.

2) 同定された DO モデル

Table 3 に同定された DO モデルを示す. ここで, *印は, その変数がモデルに含まれなかったことを示す. 4 番目のモデルは, 15 種類すべての測定データを用いて得られたモデルである. 表より, モデリングに用いる測定データが変化すると, モデルの構造も変化していることがわかる. 特に流量 Q に関する項がかなり変化している. これは, 流量 Q がわずかに 10 種類の変化しか測定されておらず, モデルに含まれる項数に比べて, 流量 Q に関するデータ数が少なく, 入力変

Table 3 Structure of the DO model I

Model	Prediction points	Constant	c	b^2	$b^2Q^{-0.5}$	$b^2Q^{-1.0}$
1	4, 5	2.39	0.895	0.00003	*	*
2	9, 10	7.75	0.993	-0.00020	0.0024	*
3	14, 15	6.72	0.431	-0.00020	0.0022	*
4	0	10.3	0.553	-0.00008	*	0.0080

Model	$Q^{-0.5}$	$Q^{-1.0}$	$cQ^{-0.5}$	$cQ^{-1.0}$
1	*	*	-1.19	*
2	-54.2	*	-10.4	78.6
3	-46.1	*	3.91	*
4	-118.	382.	*	18.3

Fig. 3(a) Measured and computed values of DO for 14-th steady state by model I-3 (b) Measured and computed values of DO for 15-th steady state by model I-3

数として十分な情報を含んでいないためと思われる。

3番目のモデル,

$$c(j+1) = 6.72 + 0.431c(j) - 0.000203b(j)^2 + 0.00222Q^{-0.5}b(j)^2 - 46.1Q^{-0.5} + 3.91Q^{-0.5}c(j) \quad (17)$$

は、定常状態 1~13 の測定データを用いて得たモデルである。このモデルはつぎのように変形できる。

$$\frac{c(j+1) - c(j)}{\Delta l} = \frac{1}{\Delta l} \{ 6.72 - 0.569c(j) - 0.000203b(j)^2 + 0.00222Q^{-0.5}b(j)^2 - 46.1Q^{-0.5} + 3.91Q^{-0.5}c(j) \} \quad (18)$$

ここで、 $\Delta l \approx 10$ km より、(18)式は近似的に、

$$\frac{dc}{dl} = 0.672 - 0.0569c - 0.000203b^2 + 0.000222Q^{-0.5}b^2 - 4.61Q^{-0.5} + 0.391Q^{-0.5}c \quad (19.a)$$

となる。(19.a)式において現われた BOD 濃度の 2 乗の項 b^2 , $Q^{-0.5}b^2$ は、BOD モデル(16)式にも含まれている。また、 $Q^{-0.5}$, $Q^{-0.5}c$ の 2 項は、物理モデル(13.b)式に含まれている項 $Q^{-0.8}$, $Q^{-0.8}c$ に類似している。(19.a)式は、

$$\frac{dc}{dl} = -(0.0000203 - 0.000222Q^{-0.5})b^2 + (0.0569 - 0.391Q^{-0.5})(11.8 - c) \quad (19.b)$$

と変形でき、右辺第 2 項の $(0.0569 - 0.391Q^{-0.5})$ は、本研究で用いた流量 Q の範囲内で正の値をとり、DO 濃度の係数は負となり物理モデルの特徴と一致する。さらに(19.b)式より、DO 飽和濃度 c_s はだいたい 12 mg/l であることがわかる。(19.b)式は、物理モデル(13.b)式と比較して、流量 Q に関する構造が異

なるが、かなり類似している構造であることがわかる。(19)式の有効性を調べるために、定常状態 14, 15 に対する予測精度を評価し、物理モデル(13.b)式による予測精度との比較を行ってみる。予測値の求め方としては、 $j=0$ に対して BOD 濃度、DO 濃度の測定値 (b_0, c_0) を用い、 $j=1 \sim 4$ に対しては(14), (17)式を逐次的に解くことによって求める。Fig. 3(a), (b) に定常状態 14, 15 に対する予測結果を示す。Fig. 3(a) より、改良形 GMDH によって同定されたモデル(17)式では、定常状態 14, 15 に対して、物理モデル(13.b)式よりかなり良い予測精度を得ている。また、Fig. 3(b) より、モデル(17)式では定常状態 15 に対して、物理モデル(13.b)式とはほぼ同程度の予測精度を得ていることがわかる。

以上の結果から、数少ないデータを用いて、改良形 GMDH により同定された定常モデル I は、予測式として十分有効であると思われる。さらに、定常モデル I の構造は、物理モデルの構造よりも若干複雑であるが、かなり類似している部分がある。これは、構造が複雑でまったく未知であるシステムの物理的意味をもつモデルの作成を行う場合に、中間表現式を用いる改良形 GMDH を用いて、入出力データを解析することにより、システム構造に関する重要な情報を入手できる可能性を示している。

B. 定常モデル II

入力変数としては、 $b_0, c_0, l, l^{-1}, Q^{0.5}, Q^{-0.5}$ の 6 変数を考える。GMDH で用いるパラメータは

$$p=2, \quad L_1=10, \quad m_1=6$$

とする。

1) 同定された BOD モデル

定常状態 1~13 の測定データを用いてモデリングを行い、つぎのモデルを得た。

$$b(l) = 28.9 - 0.0268b_0l - 0.0217l^2 + 1.523l + 0.000261b_0l^2 + 10.2b_0Q^{-0.5}l^{-1} + 0.0004b_0^2Q^{0.5} + 0.871b_0c_0Q^{-0.5} - 0.000042b_0^2c_0Q^{0.5} \quad (20)$$

(20)式は、定常モデル I の(14)式と比べて、モデルの構造がかなり複雑になっていることがわかる。(20)式の有効性を調べるために、定常状態 14, 15 に対する予測精度を評価し、物理モデル(13.a)式による予測精度との比較を行った結果、ほぼ同程度の予測精度を得た。

2) 同定された DO モデル

定常状態 1~13 の測定データを用いてモデリングを行い、つぎのモデルを得た。

$$\begin{aligned}
 c(l) = & -34.8 + 1.74Q^{0.5} - 11.6l^{-1} \\
 & - 0.00104l^2 + 189Q^{-0.5} \\
 & + 9.26c_0Q^{-0.5} + 0.0106Q^{0.5}l \\
 & - 0.000436b_0c_0l + 0.000004b_0l^2 \\
 & + 0.000003b_0^2c_0l \quad (21)
 \end{aligned}$$

(21)式も、定常モデル I の (17)式と比べて、モデルの構造がかなり複雑になっていることがわかる。(21)式の有効性を調べるために、定常状態 14, 15 に対する予測精度を評価し、物理モデル (13. b) 式による予測精度との比較を行ってみる。Fig. 4(a), (b) に定常状態 14, 15 に対する予測結果を示す。図より、モデル (21) 式では、定常状態 15 に対して、かなり予測精度が悪いことがわかる。これは物理モデル (4. b) 式の構造が非常に複雑であるため、定常モデル II のように、入力変数の多項式としてはシステムを十分に表現できないためと思われる。

以上の結果から、微分方程式で表わされるシステムに対して、定常モデル II のように、システムを微分方程式の解の形で同定する方法では、DO 濃度のような複雑な構造をしたシステムは、多項式で十分表現できないことがわかる。つまり、複雑な構造をしたシステムは、定常モデル I の方法を用いて同定する必要がある。

4. む す び

イタリアのボーミダ川で測定された河川水質データに改良形 GMDH を適用し、水質の空間的变化を表わす定常モデルを作成した。Rinaldi らによって同定された物理モデルと予測精度の比較を行い、つぎのことが明らかになった。

(a) 改良形 GMDH により作成した定常モデル I を用いると、BOD 濃度に対してはほぼ同程度の予測精度、また、DO 濃度に対しては物理モデルよりも良い予測精度を得ることができた。

(b) 改良形 GMDH により作成したモデルでは、DO 濃度に対して定常モデル I のほうが定常モデル II よりも良い予測精度が得られる。これは、定常モデル II の同定方法では、DO 濃度に対して複雑な構造をしたシステムを多項式で十分表現できないためと思われる。

(c) 改良形 GMDH では、測定データのみを用いてモデル構造を決定しているため、モデル構造が測定データ固有の統計的性質に依存する傾向がある。特に、ボーミダ川の測定データでは、流量 Q に関してデータ数が少ないため、モデルの中の流量 Q に関する項

Fig. 4(a) Measured and computed values of DO for 14-th steady state by model I (b) Measured and computed values of DO for 15-th steady state by model II

が、使用した測定データにかなり依存している。さらに、温度 T が測定データとして不備であるため、その影響を無視してモデル化を行っている。この点も、モデル構造の測定データに対する依存性を大きくしている原因になっている。

(d) 改良形 GMDH によって同定された定常モデル I には、BOD, DO の両方のモデルに BOD 濃度の 2 乗の項が現われている。その他の部分では、物理モデルに含まれている項とかなり類似した項が存在する。

(e) 物理モデルを用いる方法では、パラメータ推定にかなり複雑な計算を必要とするが、改良形 GMDH では複雑な計算を必要としない。

本論文において特に強調したい点は、河川水質の実測データに中間表現式を用いた改良形 GMDH⁴⁾ を適用して、物理モデルと類似の構造をもった非線形モデルが作成できた点である。この結果は、今後、物理的な構造が未知なシステムにこの改良形 GMDH を適用することによって、物理的な構造に関するある程度の示唆を得ることができる可能性を示している。

参 考 文 献

- 1) S. Rinaldi, P. Romano and R. Soncini-Sessa: Parameter Estimation of a Streeter-Phelps Type Water Pollution Model, Proc. 4th IFAC Sympo. on Identification and System Parameter Estimation, Tbilisi, U.S.S.R. (1976)
- 2) S. Rinaldi, R. Soncini-Sessa, H. Stehfest and H. Tamura: Modeling and Control of River Quality, 147/157, McGraw-Hill, New York (1979)
- 3) M.B. Beck: A Comparative Case Study of Dynamic Models for DO-BOD Algae Interaction in a Freshwater River, International Institute for Applied Systems Analysis, RR-78-19 (December 1978)
- 4) 近藤 正, 田村坦之: 情報量規準 AIC を用いて中間表現式を自己選択する改良形 GMDH, 計測自動制御学会論文集, 15-4, 466/471 (1979)