M 系列信号の新たな遅延法とその相関器への応用[†]

西村 行雄*・米澤 洋*

A New Delay Method of M-Sequence and It's Application for Correlating Apparatus

Yukio NISHIMURA* and Yoh YONEZAWA*

It is well known that impulse response of a linear system subject to an M-sequence input can be approximately obtained by correlating the input with the output.

A new delay method of M-sequence is proposed, showing that the j -th delayed versions are given by $m_{k-j} = \mathbf{y}_j^T \mathbf{x}_k$ when the basic sequences are defined by $m_k = \mathbf{y}_0^T \mathbf{x}_k$. Here $\mathbf{x}$ and $\mathbf{y}$ are the state vectors of basic and adjoint shift registers, respectively. The subscripts 0, k and j are the sampling numbers. Then the error of approximation is evaluated theoretically, investigating the relation between the crosscorrelation and the impulse response. And it is shown that no steady state error exists in the measurement of impulse response.

On these principles, a portable correlating apparatus which is simple in the construction is trially built. Measurement and recording of the correlation are made automatically by this apparatus. The experimental results on the analogue simulated system are in good agreement with the theoretical prediction.

1. ま え が き

システムの動特性をインパルス応答の形で測定する方法に関しては、すでに多くの研究がなされている。なかでも、試験信号としてM系列信号を用いる相関法には種々の利点があるため¹⁾、この方面の研究は顕著である。これらの研究の多くは、測定方式または測定条件と測定誤差との関連性を取り扱っており^{2)~6)}、測定に使用するハードウェアとしては、ディジタル計算機または大規模な専用装置の使用を前提としている。

相関法に基づくインパルス応答測定装置を構成する

ためには、(1)試験信号発生器、(2)信号遅延装置、(3)相関器(乗算および積分器)および(4)記録装置が必要である。この4要素のうち、特に(2)~(4)の要素が装置全体を大規模かつ高価とする原因であり、これらの事情は先駆的な研究^{7),8)}においても同様である。また、相関法とは別の原理に基づく動特性測定装置として、遅延線を用いるインパルス応答直視装置が試作されている⁹⁾。この装置は原理上かなり複雑な構成となっており、また時定数の大きな系の測定には不向きと思われる。もし廉価な可搬形の測定器が出現すれば、現場での動特性測定に非常な効力を発揮するものと思われる。

本研究では、まず新たに考案した遅延信号発生法¹⁰⁾を述べる。この遅延法によれば、従来困難であった遅延時間の変更がきわめて簡単な回路で可能となる。つぎに、インパルス応答の近似値として相互相関関数を用いる場合の近似誤差について考察を加え、一般的な誤差評価式を導出する。この場合、従来より問題とされていた測定値の定常誤差が簡単に解消できることも示す。さらに、試作測定器の構成原理および試作器による測定結果を述べる。本測定器は小形軽量であり、測定結果の記録などすべて自動的に行われる。また測定のために必要な装置は、試作器の他は市販のXYレコーダのみでよい。

2. M 系列信号の遅延法

本章で用いるスカラー変数、ベクトルおよび行列の要素は、すべて0または1の2値より成るものとし、加減法を排他 OR で乗法を AND で定義する。

いま、 $n \times n$ 行列 $\mathbf{A}$ および n 次元ベクトルを $\mathbf{x} = \text{col.}(x^1, x^2, \dots, x^n)$ として、つぎのサンプル値系を考える。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{x}_k \quad (1)$$

ただし、 $\mathbf{x}_0 \neq \mathbf{0}$ とし $k=0, \tau, 2\tau, \dots$ はサンプル時刻を、 τ はサンプル周期を表わすものとする。このとき

[†] 第16回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭52・8)

* 広島大学工学部 広島市千田町 3-8-2

* Faculty of Engineering, Hiroshima University, Hiroshima

(Received October 3, 1979)

Fig. 1 Schematics of the signals m_k and m_{k-j} generator by proposed method

(1) 式の特性方程式

$$|zI - A| = 0 \quad (2)$$

ただし、 I は A と同次元の単位行列

が z の既約原始多項式となるとき、 x_k の任意の要素 $x_k^i (1 \leq i \leq n)$ は周期 $T = (2^n - 1)\tau (= N\tau)$ の M 系列信号となる¹¹⁾。さらに信号 w_k を次式で定義する。

$$w_k \triangleq c'x_k \quad (3)$$

ただし、 $c = \text{col.}(c^1, c^2, \dots, c^n)$ 、 $c \neq 0$ および $(\cdot)'$ は $(\cdot)$ の転置を表す。このとき、 w_k は x_k^i をある時間 $j\tau$ だけ遅延させた信号 x_{k-j}^i と一致する。しかしながら指定された遅延 $j\tau$ を生成する係数 c を決定するためには、(2) 式に基づきかなり煩わしい計算を行う必要がある^{11), 12)}。つぎに、この煩雑さを避けるとともに、指定された遅延 $j\tau$ に対する係数 c を自動的に設定できるように考案した新たな遅延法を述べる。

いま、系(1)式の随伴系を

$$y_{k+1} = By_k \quad (4)$$

ただし、 $B = (A^{-1})'$ 、 $y_0 \neq 0$

とすると、

$$y_{k+1}'x_{k+1} = y_k'B'A x_k = y_k'x_k \quad (5)$$

すなわち、 y と x の内積は時刻 k によらず一定となる。いま基準 M 系列信号 m_k を

$$m_k \triangleq y_0'x_k \quad (6)$$

で定義すると、 m_k を j だけ遅延させた信号は

$$m_{k-j} = y_0'x_{k-j} \quad (7)$$

で与えられる。(7) 式右辺に(1)および(4)式の関係を用いると

$$\begin{aligned} m_{k-j} &= y_0'(A^{-1})^j x_k \\ &= (B^j y_0)' x_k = y_j' x_k \end{aligned} \quad (8)$$

すなわち、随伴系を j だけ進めて得られる y_j を((3) 式の係数 c として) 利用することにより m_{k-j} を得ることができる。

本方法に基づく遅延装置の構成原理を Fig. 1 に示す。本原理に従えば、随伴系にシフトパルスを投入するだけで容易に遅延時間を変更できる。また、特に $y_0 = e_i$ (ただし、 e_i は i 番目の要素が 1 の単位ベクトル) とした場合、(6) 式より $m_k = x_k^i$ となり、Fig. 1 中の m_k 生成部の乗算器は不用となる。

3. 測定原理および測定誤差

従来より、相関法によるインパルス応答測定誤差の解析では、使用する M 系列信号の周期 T (これは相関器の積分時間に等しいものとする) は測定対象のインパルス応答 $g(t)$ の整定時間 T_s に比べて十分大きいこと、すなわち

$$T = N\tau \gg T_s \quad (9)$$

を仮定し、 T に依存する誤差を無視したうえで主としてクロック周期 τ と測定誤差の関連性が議論されている^{4), 6)}。しかしながら、整定時間の異なる測定対象に対して常に(9)式を満足させるためには、 N を可変とする必要があり、ひいては装置を複雑高価なものにする。本章では N を固定し、したがって必ずしも(9)式が成立しない場合 (たとえば $T \approx T_s$ の場合) について、インパルス応答測定誤差と $g(t)$ 、 T および τ との関係を一般的に考察する。さらに、測定値の定常誤差について従来より種々議論されているが^{2), 5)}、この問題が、原理的に簡潔な形で解決されたとはいいいにくい。本章では、この問題の解決策についても明らかにする (操業中の系などの場合については 4.5 節で述べる)。

いまクロック周期 τ の M 系列信号 m_k から作られる二つの信号 $x(t)$ および $\hat{x}(t)$ をつぎのように定義する。

$$x(t) = am_k \quad (k\tau \leq t < (k+1)\tau) \quad (10)$$

$$\hat{x}(t) = \frac{2x(t) - a}{a} \quad (11)$$

ただし、 $x(t)$ は測定対象に印加される試験信号で、 a は入力トランスジューサゲインに対応する定数である。このとき、 x と $\hat{x}$ との相互相関関数 $\phi_{x\hat{x}}(\xi)$ は、

$$\begin{aligned} \phi_{x\hat{x}}(\xi) &= \frac{1}{T} \int_c^{c+T} x(t)\hat{x}(t-\xi)dt \\ &= \begin{cases} A \left(1 - \frac{|\xi - iT|}{\tau}\right) & |\xi - iT| \leq \tau \\ 0 & |\xi - iT| > \tau \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

ただし、 c は任意定数で、 $i=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ および

$$A = \frac{N+1}{2N} a \quad (13)$$

である。(12) 式より、 $x(t)$ に対する測定対象の出力

を $y(t)$ とすれば、 $y(t)$ と $\hat{x}(t)$ との相互相関関数には定常誤差が生じないことが容易に予想される(注1)。 $y(t)$ と $\hat{x}(t)$ との相互相関関数 $\phi_{y\hat{x}}(\xi)$ は、測定対象のインパルス応答 $g(t)$ を用いて

$$\phi_{y\hat{x}}(\xi) = \int_0^{\infty} g(\eta) \phi_{x\hat{x}}(\xi - \eta) d\eta \quad (14)$$

で与えられる。(14)式に(12)式の関係代入することにより

$$\phi_{y\hat{x}}(j\tau) = A \sum_{i=0}^{\infty} \int_{-\tau}^{\tau} g(j\tau + iT + s) \left(1 - \frac{|s|}{\tau}\right) ds \quad (15)$$

を得る。ただし、 $j=0, 1, 2, \dots, n-1$ であり、 $j=i=0$ の場合の積分下限は0とする。(15)式の積分を実行するに先立ち、二つの仮定を設ける。

【仮定1】 $s \leq \tau$ に対し

$$g(\xi + s) \approx g(\xi) + g'(\xi)s + \frac{1}{2}g''(\xi)s^2 \quad (16)$$

ただし g' および g'' は g の1次および2次導関数を表わす。

【仮定2】 測定対象は定位系で、 $g(t)$ に対し

$$g(t) \approx 0 \quad t \geq 2T \quad (17.a)$$

$$g''(t)\tau^2 \approx 0 \quad t \geq T \quad (17.b)$$

上記の仮定のもとに(15)式を計算すれば、

$$\phi_{y\hat{x}}(j\tau) = \tau A \left[g(j\tau) + g(j\tau + T) + \frac{1}{12}g''(j\tau)\tau^2 \right] \quad (j \neq 0) \quad (18)$$

$$\phi_{y\hat{x}}(0) = \tau A \left[\frac{1}{2}g(0) + g(T) + \frac{1}{6}g'(0)\tau + \frac{1}{24}g''(0)\tau^2 \right] \quad (19)$$

を得る。これより、 g の推定値 $\hat{g}$ および推定誤差 $e (=g - \hat{g})$ は、 $j \neq 0$ および $j=0$ に対しそれぞれ

$$\hat{g}(j\tau) = \frac{1}{\tau A} \phi_{y\hat{x}}(j\tau) \quad (20.a)$$

$$e(j\tau) = g(j\tau + T) + \frac{1}{12}g''(j\tau)\tau^2 \quad (20.b)$$

$$\hat{g}(0) = \frac{2}{\tau A} \phi_{y\hat{x}}(0) \quad (21.a)$$

$$e(0) = 2g(T) + \frac{1}{3}g'(0)\tau + \frac{1}{12}g''(0)\tau^2 \quad (21.b)$$

となる。これより $g(0)$ の推定誤差 $e(0)$ の分散は、 $e(j\tau) (j \neq 0)$ の分散より一般に大となることが予想さ

れる。定位系では、パラメータ τ に関し $|g'(0)\tau| > |g''(0)\tau^2|$ が成立する場合が多く、このときには(21)式の代わりに(16)式および(18)式の関係より $g'(0)$ を消去した

$$\hat{g}(0) = \frac{1}{\tau A} \left\{ 3\phi_{y\hat{x}}(0) - \frac{1}{2}\phi_{y\hat{x}}(1) \right\} \quad (21.a')$$

$$e(0) = \left\{ 3g(T) - \frac{1}{8}g''(0)\tau^2 \right\} - \frac{1}{2} \left\{ g(\tau + T) + \frac{1}{12}g''(\tau)\tau^2 \right\} \quad (21.b')$$

を使用するほうが誤差が小さくなる (Fig. 3, 4 参照)。

(20.a)式よりインパルス応答推定値は相互相関関数に比例していることおよび、(20.b)式および【仮定2】より

$$\lim_{j \rightarrow \infty} e(j\tau) = 0 \quad (22)$$

すなわち定常誤差は生じないことがわかる。つぎに測定誤差を定量化するため、相対誤差 ε を次式で定義する。

$$\varepsilon = \left\{ \frac{\int_{-\tau}^{\tau} e^2(t) dt}{\int_{-\tau}^{\tau} g^2(t) dt} \right\}^{1/2} \times 100 \quad (\%) \quad (23)$$

ただし $e(t)$ は(20.b)式で $j\tau = t$ と置換したものである。具体例として、1次遅れ系のインパルス応答

$$g(t) = \frac{1}{T_p} \exp\left(-\frac{t}{T_p}\right) \quad (24)$$

および2次振動系のインパルス応答

$$g(t) = \frac{\omega_p}{\sqrt{1-\zeta^2}} \exp(-\zeta\omega_p t) \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_p t) \quad (25)$$

について、(23)式を計算すると

$$\varepsilon \leq \left\{ \exp(-N\zeta\omega_p\tau) + \frac{1}{12}(\omega_p\tau)^2 \right\} \times 100 \quad (26)$$

となる。ただし、1次遅れ系の場合は $\zeta=1$ および $\omega_p=1/T_p$ とする。Fig. 2 は(26)式を図示したもので

Fig. 2 Relative error at the estimation of impulse response from the crosscorrelation

(注1) 古田らは人力信号に $\hat{x}$ を用い、 y と x との相関関数に定常誤差が生じないことを示唆している¹⁴⁾。また、あらかじめ入力レベルを変更しておく方法も試みられている²⁾。後者は原理的に複雑であり、またこのいずれの方法も本論文の方法に比べて S/N 比が劣化する(付録1参照)。

Fig. 3 Results of digital simulation ($N=31, \tau=0.5$) Fig. 4 Results of digital simulation ($N=31, \tau=0.5$)

ある。同図より、たとえば $\zeta=0.5, \omega_p=1$ の 2 次振動系のインパルス応答を相対誤差 5% 以下で測定するためには、 $N=31$ の M 系列信号を用いる場合には、クロック周期を $0.2 < \tau < 0.75$ の範囲で、また $N=15$ の場合は $0.5 < \tau < 0.7$ の範囲で選定すればよいことがわかる。また同図中の○印および●印はデジタルシミュレーションより求めた相対誤差で、○印は 1 次遅れ系の場合、●印は $\zeta=0.5$ の 2 次振動系の場合でいずれも $N=31$ の M 系列信号を用いている（ただし (23) 式積分の代わりに (20) 式の 2 乗和を採用している）。シミュレーション結果は、(26) 式による計算値とよく一致している。また Fig. 3 および Fig. 4 は、シミュレーションにおけるインパルス応答推定結果の一部を示したものである。図中の○印は (21. a)' 式による $g(0)$ の推定値 $\hat{g}(0)$ である。両図より定常誤差は生じないことおよび (21. a)' 式の妥当性がわかる。

4. 試作装置

装置試作に当り、経済的であることおよび現場での測定が容易に行えることを目的とし、つぎの方針を採用した。

- 記録装置には市販の XY レコーダを流用する。
- 遅延および相関器は各 1 個とし、一測定インターバルにはインパルス応答の 1 点だけを測定する。
- (b) のため、遅延時間を逐次変更して多数回の測定をする必要があるが、この煩雑さは遅延時間の設定および測定結果の記録を自動化することにより避ける。
- 測定の手軽さを考慮し、本装置には記録以外

のすべての機能を内蔵する。

以下に装置各部について簡単に説明する。

4.1 電源およびクロックパルス発生部

本装置に必要な直流電源としては、アナログ演算部の $\pm 15V$ および論理演算部の $+5V$ 電源で、いずれも IC レギュレータを用いて作製した。クロックパルスは電源周波数同調形無安定回路により発生させた 60 Hz のパルスを、10 進カウンタおよびディジタルスイッチにより通倍し、パルス周期を 0.1 秒より 9.9 秒まで 0.1 秒間隔で可変できるように構成した。

4.2 基準 M 系列信号および遅延 M 系列信号発生部

これらの信号は 5 ビットのシフトレジスタにより発生させることとした。すなわち (1) 式の係数行列 A として、

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

を選ぶと、(4) 式より行列 B は

$$B = (A^{-1})' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

となる。また、随伴系の初期値は、

$$y_0' = (1, 0, 0, 0, 0) \quad (29)$$

とした。したがって

$$m_k = y_0' x_k = x_k^1 \quad (30)$$

である。また (8) 式の演算は AND ゲートおよび排

(a) The circuit (SR: shift register)

(b) Control pulses

Fig. 5 M-sequence and its delayed sequence generator

Fig. 6 Correlator and recorder control circuits

他 OR ゲートで実行した。Fig. 5(a) および (b) に本要素の構成および制御パルスのタイムチャートを示す。なお本回路で得られる遅延時間は、クロック周期 τ の整数倍であるが、 m_{k-j} 用のシフトレジスタのシフトパルスの位相を m_k 用のものより遅らすことにより任意の遅延時間を得ることもできる¹³⁾。また回路構成に必要な素子数に関し、本方式と従来のシフトレジスタによる遅延方式とを比較し付録 2 に示す。

4.3 相関器および記録制御部

相関器および記録制御回路を Fig. 6(a) に、制御パルスのタイムチャートを同図(b)に示す。システム出力 $y(t)$ は遅延信号 m_{k-j} が 1 または 0 に応じ、1 または -1 が乗せられ、ポテンショメータを通じて積分器に供給される。積分時間は制御パルス P_4 によって T に固定されている。演算待ち時間を省くため、積分器出力はトラック・ホールド回路でトラックしておき、積分終了と同時にホールドを行う(パルス P_5)。積分器はリセット(所要時間 7 ミリ秒)後ただちに下記の演算インターバルに入る(パルス P_4)。XY レコーダの Y 軸にはホールドされている演算結果を、X 軸には計数器および D-A 変換器により得た遅延時間に比例する電圧を与え、制御信号 P_6 で記録を実行する。なお、 $S_1 \sim S_4$ は FET によるアナログスイッチで、 S_5 および S_6 は電磁リレーである。また、上記の回路の他に積分器の飽和回数計数回路が付加されている。これは適切な相関器ゲインの設定を容易にするため設けられたが、その詳細は省略する。

4.4 装置の構成

Fig. 7 に試作装置のブロック図を、Fig. 8 にその外観を示す。装置寸法は $W \times D \times H = 32 \times 20 \times 20 \text{ cm}^3$ で重量は 5.5 kg である。なお、本遅延方式によるデジタル形多チャンネル相関器の構成例を付録 3 に示

Fig. 7 Block diagram of correlating apparatus

Fig. 8 Front view of the apparatus

Fig. 9 Construction of impulse response measuring system

す。

4.5 測定法

Fig. 9 に測定系の構成を示す。測定対象は定常入力 r (一定) のもとに稼動中の場合が多い。このような場合の測定結果にも定常誤差成分が生じないためには、図示のように出力 y_s より定常入力 r に依存した定常出力成分 y_r を除去してやる必要がある。このことを一般的にいえば、対象の入力 x_s は高低二つのレベルをもつが、低レベル入力に対する定常出力成分を y_s より除去することにより、測定値の定常誤差をなくすることができる。なお、特性が動作点に依存するような場合(非線形性がある場合)には、あらかじめ定常入力 r を $x(t)$ の平均値 $(= (N+1)a/(2N))$ だけ減じておく必要がある。また、本装置で測定されるのはインパルス応答に比例した相関関数(時間平均はしていない)である。したがって、インパルス応答のゲインまで知りたい場合には、推定式(20)および(21)式に用いる A の値として

$$A = \frac{N+1}{2N} a \cdot K \cdot N \tau = \frac{(N+1)}{2} a \cdot K \cdot \tau \quad (31)$$

Fig. 10 Results of experiment (without noise, $\tau=0.5$ sec, $Ar=1$)

Fig. 11 Results of experiment (with input noise $S/N=5$, $\tau=0.5$ sec, $Ar=1$)

ただし、 K は測定器ゲイン
を用いる必要がある。

5. 測定例

アナログ計算機で2次振動系

$$G(s) = \frac{\omega_p^2}{s^2 + 2\zeta\omega_p s + \omega_p^2} \quad (\zeta=0.5, \omega_p=1) \quad (32)$$

を模擬し、M系列信号のクロック周期 $\tau=0.5$ および $Ar=1$ となるように、装置ゲインを調整して実験を行った。Fig. 10 は連続6回の記録結果であるが、図より打点のばらつきはほとんど認められず再現性が良いこと、および測定バイアスが生じないことがわかる。Fig. 11 は、対象の入力側にシステム雑音の影響として $S/N=5$ (振幅比) のM系列雑音 ($N_d=127$, $\tau_d=0.15$) を加え、前記同様6回の記録結果である。本装置による測定は無人でよく、このように結果がばらつく場合などの長時間測定 (Fig. 11 では1点の測定に $31\tau=15.5$ 秒を要し、全測定には約48分を要す) にはきわめて便利である。

6. あとがき

本研究で得られた結論を要約する。

- (1) M系列信号の新たな遅延法を提案した。これは随伴シフトレジスタを応用したものである。
- (2) 緩やかな仮定 ((16), (17) 式) のもとに、相互相関関数とインパルス応答との一般的な関係式 ((20), (21) 式) を導出した。また測定値の定常誤差成分を除去する簡易な方法を示した。
- (3) 前記(1), (2)に基づき、可搬形インパルス応答自動測定器を試作した。
- (4) インパルス応答実測例により、試作器の有効性を明らかにした。

終りに、卒業研究で本装置作製にご協力いただいた諸氏に感謝の意を表します。なお、ディジタルシミュレーションには広島大学計算センターの計算機を利用したことを付記する。

参考文献

- 1) 佐藤, 井戸川: m 系列信号の二, 三の性質とその応用, 計測自動制御学会論文集, 2-2, 121/131 (1966)
- 2) 古田, 伊沢: プロセス動特性の一測定法, 計測と制御, 3-9, 665/674 (1964)
- 3) H. A. Barker: Reference Phase of Pseudorandom Signals, Proc. IEE, 116-3, 429/435 (1969)
- 4) 柏木, 灘吉: M 系列信号を用いる2次系の動特性測定, 計測自動制御学会論文集, 7-3, 205/210 (1971)
- 5) 小柳, 愛田, 河田, 泉: m 系列信号を用いる同定の雑音対策, 計測自動制御学会論文集, 12-5, 524/529 (1976)
- 6) 南出, 渡辺: 相互相関を用いた M 系列信号による動特性測定法について, 計測自動制御学会論文集, 13-2, 130/135 (1977)
- 7) A. D. G. Hazlerigg: Application of Crosscorrelating Equipment to Linear-System Identification, Proc. IEE, 112-12, 2385/2399 (1965)
- 8) 古田, 前田: インパルス応答表示器の試作, 計測自動制御学会論文集, 2-3, 220/224 (1966)
- 9) 前川: 動特性測定装置, 電気学会論文誌, 93-C-3, 49/55 (1973)
- 10) 西村: M 系列信号の一般的遅延法とそのインパルス応答自動測定装置への応用, 第16回 SICE 学術講演会予稿集, 309/310 (1977)
- 11) 野口: 情報工学基礎論 I, 277/352, 丸善 (1976)
- 12) W. D. T. Davies: System Identification for Self-Adaptive Control, 72/78, John Wiley (1970)
- 13) 西村, 山根, 内山: M 系列信号を用いた動特性測定装置の試作, 第18回自動制御連合講演会前刷, 115/116 (1974)
- 14) 伊沢, 古田, 大野, 井藤, 秋山: Binary Random Signal による熱交換器の動特性試験, 計測自動制御学会論文集, 2-2, 101/112 (1966)

《付 録》

〈付録 1〉 観測雑音が付加した場合の測定誤差

入力を x , 出力を y , 出力の観測値を $z=y+n$ (n は正規性白色雑音), および x に対応する遅延信号を $\tilde{x}$ とする。Table 1 は、定常誤差を除去するように考えられた各方法での信号を示し、上から順に本論文のもの、文献 14 で示唆されているもの、および文献 2 などで使用されているものを示す。いま各方法に対

Table 1

Method	Signal	
	x	$\tilde{x}$
1	{0, 2}	{-1, 1}
2	{-1, 1}	{0, 2}
3	{-(1- ρ), (1+ ρ)}	{-(1- ρ), (1+ ρ)}
Where $\rho=(\sqrt{N+1}-1)/N$		

し添字 i ($i=1, 2, 3$) を用い、測定誤差の分散 S_i^2 を $S_i^2 \triangleq E[\{\phi_{xi} - \phi_{yi}\}^2]$ (A.1) で定義する。また計算に便利ように、雑音 n の分散に対応して

$$\tau^2 \sigma^2 \triangleq E\left[\left\{\int_c^{c+\tau} n(t) dt\right\}^2\right] \quad (\text{A.2})$$

を定義する。ただし $E[\cdot]$ は $[\cdot]$ の期待値を示し、 c は任意の定数である。このとき、

$$\begin{aligned} S_1^2 &= E\left[\left\{\frac{1}{T} \int_c^{c+T} n(t) \bar{x}(t) dt\right\}^2\right] \\ &= \frac{N\tau^2 \sigma^2}{T^2} = \frac{N}{N^2} \cdot \sigma^2 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

同様にして

$$S_2^2 = \frac{1}{T^2} \cdot \left(\frac{N+1}{2} \cdot 4\tau^2 \sigma^2\right) = \frac{2(N+1)}{N^2} \cdot \sigma^2 \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} S_3^2 &= \frac{1}{T^2} \left\{ \frac{N-1}{2} (1-\rho)^2 + \frac{N+1}{2} (1+\rho)^2 \right\} \cdot \tau^2 \sigma^2 \\ &= \frac{N+1}{N^2} \cdot \sigma^2 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

以上より、測定誤差の分散は本論文で用いている方法1が最も小さく、方法2の分散は方法3の2倍であることがわかる。

〈付録2〉シフトレジスタによる遅延方式との比較
遅延回路を構成する場合に必要な素子数を比較する。Fig. A-1 は、従来のシフトレジスタを利用する場合の回路構成を示したものである。すなわち、 n

bit の基本レジスタに $(N-n)$ bit のシフトレジスタを接続した場合、第 j 番目の内容は遅延信号 m_{k-j} となる。これを自動的に選択するため n bit のカウンタを設け、これによって指示された遅延信号をマルチプレクサにより選出する。マルチプレクサはデコーダを兼ねた N 個の AND ゲートと考えられる。したがって、Fig. A-1 の回路構成には、基本レジスタを除外して、 $(N-n)$ bit のレジスタ、 n bit のカウンタおよび N 個の AND ゲートの計 $2N$ 個 (1 bit メモリーも1素子と数える) が必要である。一方、本論文の Fig. 5 の回路構成に従えば、 n bit の随伴レジスタ、 n 個の AND ゲートおよび n 個の ExOR ゲートの計 $3n$ 個となる。 $N=2^n-1$ であるから、本論文の方式によれば、必要素子数が極端に少なくて済むことがわかる。

〈付録3〉相関器の多チャンネル化構想

本論文では装置の経済性のため、一測定インターバルにインパルス応答の1点だけを測定することとした。インパルス応答のすべての点 $g(j\tau)$ ($j=0, 1, \dots, N-1$) を測定するためには、一般に多チャンネルの相関器が必要となる。Fig. A-2 は、本論文で提案した遅延方式に基づくデジタル形多チャンネル相関器の構成原理を示したものである。すなわち、多チャンネル化に際しては、メモリおよびその制御部のみを増設するだけでよい。

Fig. A-1 Conventional method

Fig. A-2 Multi-channel correlator