雑音に埋もれた信号のオンライン早期検出に 対する一方法[†]

砂 原 善 文*・大 住 晃*・安 達 良 規*

An On-Line Method for Early Decision-Making of Signals in Random Noise

Yoshifumi SUNAHARA*, Akira OHSUMI* and Yoshinori ADACHI*

The purpose of this paper is to present a new approach to an early decision-making for detecting the signal in random noise by focussing our attention on the initial time estimate when the signal to be detected is applied.

The problem is mathematically stated within the framework of Itô stochastic calculus. The key notion of early decision-making presented here is an application of the multiple hypothesis testing which leads us to compute the likelihood-ratio function. Aspects of the procedure and numerical experiments are also shown by processing real data.

1. 緒言および問題の記述

Fig. 1 に示したような 1 周期信号波形

$$s(t) = -A \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t - \phi\right), \quad \phi: \text{未知不確定位相} \quad (1)$$

を不規則観測データから抽出する信号検定問題に対して、著者らはすでにひとつの信号検出法を確立した^{1), 2)}。その方法は、時々刻々取得した観測データから対数尤度比関数を計算し、その見本過程が Fig. 1 に示すように信号波形の通過完了時において最大ピークを示すという事実に着目することによって、信号の存在を決定していた。しかしこの方法では、信号の通過完了時において初めて信号波形の存在が確認されることになり、それより早期に信号検出を遂行したいという要請に対しては効果的ではない。そこで本論文では、信号 $s(t)$ の位相 ϕ を未知不確定位相とするよりも、その初期時刻が未知であるとし、従来の方法より早期に信号の存在を検出するためのアルゴリズムを確立する。

[†] 第 7 回制御理論シンポジウムで発表 (昭 53・5)

* 京都工芸繊維大学工学部 京都市左京区松ヶ崎御所海道町

* Faculty of Polytechnic Sciences, Kyoto Institute of Technology, Kyoto

(Received July 2, 1979)

Fig. 1 Representative sample run of the modified log-likelihood ratio function stated in Ref. 1

まず(1)式に代わって、信号を

$$s(t, \tau_0) = \begin{cases} -A \sin \frac{2\pi}{T_0}(t - \tau_0(\omega)), & t \in [\tau_0(\omega), \tau_0(\omega) + T_0] \\ 0, & t \notin [\tau_0(\omega), \tau_0(\omega) + T_0] \end{cases} \quad (2. a)$$

$$(2. b)$$

と表現することにする。ただし、 $\tau_0(\omega)$ は検出されるべき信号の未知不確定初期時刻であり、振幅 A および周期 T_0 は既知、また ω は見本空間 Ω の生成点である。

さて、 $y(t)$ をスカラー観測過程、 $\eta(t)$ を

$$d\eta(t) = B\eta(t)dt + dv(t), \quad \eta(0) = 0 \quad (3)$$

によって創成されるスカラー雑音過程とする。ただし、 $v(t)$ は分散 R をもつ Brown 運動過程であり、 B および R は既知であるものとする。このとき、

$$H^1: y(t) = s(t, \tau_0) + \eta(t) \quad (\text{信号あり}) \quad (4. a)$$

$$H^0: y(t) = \eta(t) \quad (\text{信号なし}) \quad (4. b)$$

という仮説を設定し、取得された観測データ $Y_0^t = \{y(\tau), 0 \leq \tau \leq t\}$ に基づいて、仮説 H^1, H^0 のいずれを受容するかを決定することになれば、従来決定が下されていた信号波形の通過完了時刻 ($\tau_0(\omega) + T_0$) より早く決定する問題として捉えることができる。

(4. a), (4. b) 式で記述される仮説検定問題に対しては、よく知られているように、 $\Lambda_0(t) \triangleq p\{Y_0^t | H^1\} / p\{Y_0^t | H^0\}$ によって定義される尤度比関数の計算に

帰着されるのであるが、 $\tau_0(\omega)$ という未知不確定パラメータの存在により仮説 H^1 は複合仮説となり、この $\Lambda_0(t)$ の計算には通常未知パラメータ $\tau_0(\omega)$ の確率密度関数を必要とする³⁾。しかしながら、(2)式のような信号波形の存在に対しては、何ら先験的情報がないのが普通であるから、このままでは $\Lambda_0(t)$ の計算は実行できない。そこで本論文では、次章において述べるように、複合仮説 (H^1, H^0) を多値単純仮説に変換して問題を解決することにする。

2. 尤度比関数と閾値

2.1 尤度比関数

$\{t_i; i=0, 1, \dots\}$ を $0=t_0 < t_1 < t_2 < \dots$ という離散時刻とし、各区間 $[t_i, t_{i+1}]$ は信号波形の周期 T_0 に比べて十分に小さいものとする。このとき、現在時刻 t が、 $t_k < t \leq t_{k+1}$ であるとき、仮説 (H^1, H^0) に代わって、

$$H_i: y(\tau) = s_i(\tau) + \eta(\tau) \quad (i=0, 1, \dots, k) \quad (5. a)$$

$$H_{-1}: y(\tau) = \eta(\tau) \quad (5. b)$$

を設定する。ただし、 $0 \leq \tau \leq t$ であり、

$$s_i(\tau) = \begin{cases} -A \sin \frac{2\pi}{T_0}(\tau - t_i), & \tau \in [t_i, t_i + T_0] \\ 0, & \tau \notin [t_i, t_i + T_0] \end{cases} \quad (6. a)$$

$$(6. b)$$

である。仮説 H_{-1} は時間区間 $[0, t]$ には信号は存在しないという仮説であり、また H_i は時刻 $\tau_0(\omega) = t_i$ から信号が存在するという仮説である。このように、未知パラメータ $\tau_0(\omega)$ を含んだ複合仮説検定問題 (H^1, H^0) を単純仮説検定問題 (H_i, H_{-1}) に変換することによって、未知不確定初期時刻 $\tau_0(\omega)$ の推定をつぎのように実行することにする。

(5. a), (5. b) 式によって記述される仮説検定に対する尤度比関数を

$$\Lambda(t, t_i) \triangleq \frac{p\{Y_0^t | H_i\}}{p\{Y_0^t | H_{-1}\}} \quad (i=0, 1, \dots, k) \quad (7)$$

と定義すれば、これは (3) 式を用いて (5. a), (5. b) 式を

$$H_i: dy(\tau) = [\tilde{s}_i(\tau) + B y(\tau)] d\tau + dv(\tau) \quad (8. a)$$

$$H_{-1}: dy(\tau) = B y(\tau) d\tau + dv(\tau) \quad (8. b)$$

のように改めることによって、

$$\begin{cases} d\Lambda(t, t_i) = \Lambda(t, t_i) \tilde{s}_i(t) R^{-1} \{dy(t) - B y(t) dt\} \\ \Lambda(t_i, t_i) = 1 \end{cases} \quad (9)$$

の解として得られる。ここに

$$\tilde{s}_i(t) \triangleq \dot{s}_i(t) - B s_i(t) \quad (10)$$

であり、(9)式の導出は文献2の定理1の証明と同様にできるので省略する。(9)式より対数尤度比関数は

$$\begin{aligned} \ln \Lambda(t, t_i) = & \int_{t_i}^t \tilde{s}_i(\sigma) R^{-1} dy(\sigma) \\ & - \int_{t_i}^t \tilde{s}_i(\sigma) R^{-1} \left[B y(\sigma) + \frac{1}{2} \tilde{s}_i(\sigma) \right] d\sigma \end{aligned} \quad (11)$$

となる²⁾。Fig. 2 は対数尤度比関数 $\{\ln \Lambda(t, t_i); i=0, 1, \dots, k\}$ の計算法を概念的に示したものである。観測データ Y_0^t を取得しながら (11) 式を用いて $\{\ln \Lambda(t, t_i)\}$ を計算し、これらを予め設定された閾値 ρ_0 と比較する。(i) もし ρ_0 を越える $\ln \Lambda(t, t_i)$ がなければ、仮説 H_{-1} を受容し、現在時刻 t までに信号は存在しないと決定し、さらに新しい観測データを取得して同じ手順を繰り返す。(ii) もし ρ_0 を越える $\ln \Lambda(t, t_i)$ が存在すれば、その時点において (これを以後決定時刻 t_b と呼ぶ) 仮説 H_i を受容し、信号は $\tau_0(\omega) = t_i$ から存在すると決定する。ただし上の手順において、 ρ_0 を越える $\ln \Lambda(t, t_i)$ が複数個存在すれば、最大尤度原理に基づいて、それらの中の最大の $\ln \Lambda(t, t_i)$ を与える仮説を受容するものとする。

Fig. 2 System for detecting signal with unknown initial time

ここで述べた方法では、時間 t の経過とともに仮説 H_i の個数も増加するが、検定すべき信号波形の周期 T_0 が既知であることに留意すれば、実際上の計算では時間区間 $[t-T_0, t]$ 内に含まれる $\{t_i\}$ に対する $\ln A(t, t_i)$ のみを計算すればよいことになる。本節で述べた方法により、一応信号の存在確認と信号の初期時刻の推定は達成できるが、信号の早期検出という立場からは何ら手段は講じられていない。本論文では、早期信号検出を実行するために閾値 ρ_0 の設定に着目することにした。

2.2 閾値の設定

対数尤度比関数 $\ln A(t, t_i)$ の平均過程は、 $\tau_0(\omega)=t_i$ という仮説 H_i のもとでは

$$\begin{aligned} \lambda_i(t, t_i) &\triangleq \mathcal{E}[\ln A(t, t_i) | H_i] \\ &= \frac{1}{2} \int_{t_i}^t \tilde{s}_i^2(\sigma) R^{-1} d\sigma \end{aligned} \quad (12)$$

となり、また一方、仮説 H_{-1} のもとでは、

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_i(t, t_i) &\triangleq \mathcal{E}[\ln A(t, t_i) | H_{-1}] \\ &= -\frac{1}{2} \int_{t_i}^t \tilde{s}_i^2(\sigma) R^{-1} d\sigma \end{aligned} \quad (13)$$

となる。ここに $\mathcal{E}\{\cdot\}$ は * の条件付期待値演算子である。 λ_i および $\bar{\lambda}_i$ を図示すれば Fig. 3 のようになる。すなわち、対数尤度比関数 $\ln A(t, t_i)$ の平均過程は、仮説 H_i のもとでは単調増加し、また H_{-1} のもとでは単調減少することから、信号の有無によって顕著に異なった様相を呈する。この特性に着目して、閾値 ρ_0 をつぎのように設定することにする。このとき、もし時刻 t_i から信号が存在するものとすれば、 δ_0 時間経過した時刻にその存在を確認したいという目的のために、閾値を

$$\rho_0(\delta_0) = \lambda_i(t_i + \delta_0, t_i) \quad (14)$$

と設定すれば、従来 $(t_i + T_0)$ 時刻において信号検出を実現していた (Fig. 1) のを、それよりも $(T_0 - \delta_0)$

Fig. 3 Concept of determination of the threshold for the early decision-making

Fig. 4 Threshold $\rho_0(\delta_0)$ vs. δ_0/T_0 ($B = -0.008$, $T_0 = 2$)

時間早い信号検出実現の可能性が期待できることになる。このように設定した閾値は明らかに δ_0 の関数となるので、以後 $\rho_0(\delta_0)$ と表記することにする。

(12), (14) 式より

$$\rho_0(\delta_0) = \frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_i + \delta_0} \tilde{s}_i^2(\sigma) R^{-1} d\sigma \quad (15. a)$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{A}{\sqrt{R}} \right)^2 \left[\left(\frac{\pi^2}{T_0^2} + \frac{B^2}{4} \right) \delta_0 + \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{T_0} - \frac{B^2 T_0}{4\pi} \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot \sin \frac{4\pi}{T_0} \delta_0 + \frac{B}{4} \left(\cos \frac{4\pi}{T_0} \delta_0 - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (15. b)$$

となり、 $A/\sqrt{R}$ (これは信号の S/N 比に相当する) をパラメータとして図示したのが Fig. 4 である。Fig. 4 よりわかることは、信号の検出時間を短縮したり、また S/N 比の低い悪条件のもとで信号検出を実行しようとするれば、閾値を小さくしなければならないということである。

さて、(15) 式で設定される閾値を用いて信号検出を実行しようとするれば、従来信号波形の通過完了時において決定をしていた信号検出よりも、より大きな危険率を伴うのは明白である。そこで以下では、仮説 H_{-1} が真であるときに、時刻 $t = t_i + \delta_0$ において H_i を受容する確率を第 1 種誤り確率 $P_F(\delta_0)$ と定義し、これを求めることにする。いま

$$\mu(t, t_i) \triangleq \ln A(t, t_i) \quad (16)$$

と定義すれば、これは (11) 式より

$$\begin{aligned} d\mu(t, t_i) &= \tilde{s}_i(t) R^{-1} \left\{ dy(t) - \left[By(t) + \frac{1}{2} \tilde{s}_i(t) \right] dt \right\} \\ \mu(t_i, t_i) &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

という確率微分方程式の解であるから、仮説 H_{-1} のもとでのその確率密度関数はつぎのように与えられる。

$$p\{t, \mu | H_{-1}\} = c_i \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\mu^2} (\mu - \bar{\lambda}_i)^2 \right\} \quad (18)$$

Fig. 5 False alarm probability P_F vs. δ_0/T_0 ($B=-0.008$, $T_0=2$)

ただし, $\sigma_\mu^2(t, t_i) \triangleq \text{var} [\mu(t, t_i)] \equiv 2\lambda_i(t, t_i)$, $c_i = 1/\sqrt{2\pi}\sigma_\mu$ である。したがって, 第1種誤り確率 $P_F(\delta_0)$ は, $t=t_i+\delta_0$ のとき $\bar{\lambda}_i(t_i+\delta_0, t_i) = -\lambda_i(t_i+\delta_0, t_i) = -\rho_0(\delta_0)$, $\sigma_\mu^2(t_i+\delta_0, t_i) = 2\lambda_i(t_i+\delta_0, t_i) = 2\rho_0(\delta_0)$ の関係に留意すれば(18)式より

$$P_F(\delta_0) = \int_{\rho_0(\delta_0)}^{\infty} p\{t_i+\delta_0, \mu | H_{-1}\} d\mu \\ = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{\rho_0(\delta_0)}) \quad (19)$$

となる。ここに, $\text{erfc}(z) \triangleq (2/\sqrt{\pi}) \int_z^{\infty} \exp\{-\xi^2\} d\xi$ という余誤差関数である。Fig. 5 は $P_F(\delta_0)$ を図示したものである。図より, δ_0/T_0 を小さくすればするほど, また S/N 比が小さくなればなるほど, 第1種誤り確率は高くなることがわかる。

Figs. 4, 5 より, 早期信号検出を目指そうとすれば, 閾値を下げればよいが, それに応じて危険率は高まるのがうかがわれる。もし信号検出に際して, $P_F(\delta_0)$ をある一定に保ちたいならば, Fig. 5 より与えられた $P_F(\delta_0)$ に対して δ_0/T_0 を求め, その δ_0/T_0 に対する閾値 $\rho_0(\delta_0)$ を Fig. 4 より求めればよい。

3. 信号検出とその検出法の評価

3.1 信号検出に対する決定則

信号波形の検出に対する決定則を2.1節において述べた2段階の手順により行う。

<信号検出に対する決定則> 時刻 t (ただし $t_k < t \leq t_{k+1}$ とする) ままでに取得された観測データ $Y_0' = \{y(\tau), 0 \leq \tau \leq t\}$ に基づいて, (11)式により対数尤度比関数 $\ln \Lambda(t, t_i)$ を, $i=0, 1, \dots, k$ なるすべての i について計算し,

(i) もし $\max_i \ln \Lambda(t, t_i) < \rho_0(\delta_0)$ ならば, 仮説 H_{-1} を受容する。

(ii) もし(i)において H_{-1} が棄却されるならば,

そのとき $\max_i \ln \Lambda(t, t_i)$ に対応する仮説 H_i を受容し, 信号は $\tau_0(\omega) = t_i$ から存在すると決定する。

決定時刻 $t=t_D$ において, たとえば仮説 H_i が真であると決定されたならば, その他の仮説 $\{H_\nu; \nu=0, 1, \dots; \nu \neq i\}$ はすべて棄却される。よって t_D を数学的に表記すれば, $t_D = \min\{t: \max_i \ln \Lambda(t, t_i) \geq \rho_0(\delta_0)\}$ となる。

3.2 信号検出の特性評価

3.1 節で述べた決定則によれば, 仮説 H_i が真であるとき, 時刻 $t=t_i+\delta_0$ において信号検出が期待できるが, 実際にはこの時刻よりずれて, $t=t_D \triangleq t_i+\delta$ において信号波形の存在が確認される。したがって, 決定を下した後の危険率を再吟味する必要が生じてくる。そこで, 実際決定を下した後の第1種誤り確率を P_{AF} として定義すれば, これは当然実際に信号検出に要した時間 $\delta (=t_D - t_i)$ の関数となり, (18) 式よりつぎのように評価される。

$$P_{AF}(\delta; \delta_0) = \int_{\rho_0(\delta_0)}^{\infty} p\{t_D, \mu | H_{-1}\} d\mu \\ = \frac{1}{2} \text{erfc} \left\{ \frac{\rho_0(\delta_0) + \lambda_i(t_i+\delta, t_i)}{2\sqrt{\lambda_i(t_i+\delta, t_i)}} \right\} \quad (20)$$

ここで, $\bar{\lambda}_i(t_D, t_i) \equiv -\lambda_i(t_D, t_i)$, $\sigma_\mu^2(t_D, t_i) \equiv 2\lambda_i(t_D, t_i)$ の関係を用いた。Fig. 6 は P_{AF} を S/N 比 $A/\sqrt{R}$ および δ_0/T_0 をパラメータとして図示したものである。この図によれば, $P_{AF}(\delta; \delta_0)$ は $\delta=\delta_0$ のとき最大となり, しかも(19), (20) 式より $P_{AF}(\delta_0; \delta_0) \equiv P_F(\delta_0)$ であることから, $P_{AF}(\delta; \delta_0) \leq P_F(\delta_0)$ の関係が得られる。このことから, Figs. 4, 5 を用いて $P_F(\delta_0)$ を一定に保つように閾値 $\rho_0(\delta_0)$ を設定しても, 實際上その危険率は, 常に $P_F(\delta_0)$ 以下におさえられることが保証されていることがわかる。

Fig. 6 Probability of actual false alarm $P_{AF}(\delta; \delta_0)$

4. シミュレーション例

4.1 デジタル・シミュレーション

デジタル・シミュレーションでは、信号の周期は $T_0=2$ とし、未知初期時刻 $\tau_0(\omega)$ を $\tau_0(\omega)=5$ に設定した。またその他のパラメータとして、 $A=0.2$, $B=-0.008$, $R=0.15$ とし、時間差分を $dt=0.05$ とした。Fig. 7(a) は計算機により創成して得られた観測過程の見本値である。手順はつぎのようである。

1) まず仮説 $\{H_i; i=0, 1, \dots\}$ を設定する。シミュレーションでは、仮説 H_i に対応する離散時刻 t_i は $\{t_i=i/10; i=0, 1, \dots\}$ とした。 $\tau_0(\omega)$ の真値は $\tau_0(\omega)=5$ と設定されているので、仮説 H_{50} が真の仮説となる。

2) つぎに、任意に δ_0 を設定し、この δ_0 に対応する閾値 $\rho_0(\delta_0)$ を Fig. 4 または (15) 式を用いて求める。シミュレーションでは、 $\delta_0=T_0/4$, $T_0/2$ および T_0 の3通りの場合を考察した。 $\rho_0(T_0/4)=0.33$, $\rho_0(T_0/2)=0.66$ また $\rho_0(T_0)=1.32$ となる。

3) 時刻 t までの観測データ Y_0^t を用いて、(11)式より与えられる対数尤度比関数 $\ln A(t, t_i)$ ($i=0, 1, \dots$) を計算し、3.1 節において述べた信号検出に対する決定則に基づいて仮説検定を実行する。

Fig. 7(b) は、 $\ln A(t, t_i)$ -過程を示したものであるが、ここでは四つの仮説 H_{15} , H_{45} , H_{50} および H_{55} に

Fig. 7 Simulation results of $\ln A(t, t_i)$ -runs ($A/\sqrt{R}=0.5$)

対応する見本過程 $\ln A(t, 1.5)$, $\ln A(t, 4.5)$, $\ln A(t, 5.0)$ および $\ln A(t, 5.5)$ のみを示した。図中の破線は、時刻 t における $\{\ln A(t, t_i)\}$ の中の最大の値を示したものである。破線を進めることにより、図から明らかに、 $t=5.1$ までは閾値、たとえば $\rho_0(T_0/4)$ を越える $\ln A(t, t_i)$ は存在しない。 $t=5.1$ になって初めて、 $\ln A(t, 5.0)$ が $\rho_0(T_0/4)$ を越えることから、 $t_D=5.1$ であり仮説 H_{50} が受容され、 $\tau_0(\omega)=5$ であると決定される。したがって、いま $\tau_0(\omega)$ の真値が5であったことから、本例においては真に正しく決定が下されたことになる。著者らの提案した従来の信号検出法^{1), 2)}によれば、信号の終端時刻において信号の存在が確認されていたから、決定を下すのに要した時間は $\delta=t_D-t_{50}=0.1$ ($\delta/T_0=0.05$) すなわち $0.95 T_0$ 時間早く信号検出が行われていることになる。

閾値 $\rho_0(T_0/4)$ とした時に下された決定に対して、第1種誤り確率 P_{AF} は Fig. 6 により約 18% である。閾値を $\rho_0(T_0/2)=0.66$ としても $\rho_0(T_0/4)=0.33$ に対して受容された仮説と同じ仮説 H_{50} が受容されるが、この場合には $t_D=5.85$ であり、 $\rho_0(T_0/4)$ の場合よりも大幅に決定時刻が遅れることが Fig. 7(b) よりわかる。

4.2 実データによるシミュレーション

Fig. 8(a) は (測定器により) 実際に記録された不規則雑音 $\eta(t)$ -過程の一部を示したものである。このデータは文献2にも使用されたものであるが、本論文でも提案した早期検出法が実データに対しても有効かどうかを検証するために再び使用された。この雑音過程の頻度分布および自己相関関数を求めることにより、 $\eta(t)$ は正規性有色雑音過程であり、(3)式によってモデリングできることが確認されている²⁾。しかし (3)式におけるパラメータ B および R の真値は未知であり、信号検出にあたってはこれらの推定値が必要となる。未知パラメータの同定を伴う信号検出法は文献2において述べたが、ここでもその方法を適用することにする。未知パラメータ $\{B, R\}$ の推定値を $\hat{B}(t) \triangleq \mathcal{E}\{B|Y_0^t\}$, $\hat{R}(t) \triangleq \mathcal{E}\{R|Y_0^t\}$ とし、(5. a), (5. b) 式によって記述される仮説 (H_i, H_{-1}) の代わりに

$$\hat{H}_i: y(\tau) = s_i(\tau) + \hat{\eta}(\tau) \quad (21. a)$$

$$\hat{H}_{-1}: y(\tau) = \hat{\eta}(\tau) \quad (21. b)$$

を考える。ただし $\hat{\eta}(\tau)$ は

$$d\hat{\eta}(\tau) = \hat{B}(\tau)\hat{\eta}(\tau)d\tau + d\hat{v}(\tau), \quad \hat{\eta}(0)=0 \quad (22)$$

によって記述される過程であり、 $\hat{v}(\tau)$ は $\hat{R}(\tau)$ という分散をもつ Brown 運動過程である。(21. a), (21. b) 式の両辺の時間増分をとり、(22)式を用い、さらに新しく

Fig. 8 Results of $\ln A(t, t_i)$ -runs for real observed data

$$d\tilde{y}(\tau) \triangleq dy(\tau) - \hat{B}(\tau)y(\tau)d\tau \quad (23)$$

なる $\tilde{y}(\tau)$ -過程を導入すれば, (21. a), (21. b) によって記述される仮説検定 $(\hat{H}_i, \hat{H}_{-1})$ はつぎの仮説検定

$$\hat{H}_i: d\tilde{y}(\tau) = s_i(\tau)d\tau + d\tilde{v}(\tau) \quad (24. a)$$

$$\hat{H}_{-1}: d\tilde{y}(\tau) = d\tilde{v}(\tau) \quad (24. b)$$

に等価変換できる。ただし

$$\hat{s}_i(\tau) \triangleq \hat{s}_i(\tau) - \hat{B}(\tau)s_i(\tau) \quad (25)$$

である。このように変換することによって, (11)式に対応する対数尤度比関数はつぎのようになる²⁾。

$$\ln A(t, t_i) = \int_{t_i}^t \hat{s}_i(\sigma) \hat{R}^{-1}(\sigma) d\tilde{y}(\sigma) - \int_{t_i}^t \hat{s}_i(\sigma) \hat{R}^{-1}(\sigma) \left[\hat{B}(\sigma)y(\sigma) + \frac{1}{2} \hat{s}_i(\sigma) \right] d\sigma \quad (26)$$

実験では, 信号 $s(t, \cdot)$ は Fig. 8(a) に示すように 4[min] から 6[min] の間に隠されており, $T_0=2$ [min], $A=0.06$ であり, また $\{t_i=i/10[\text{min}]; i=0, 1, \dots\}$ とした。未知パラメータ $\{B, R\}$ の推定には Bayes 推定値を用い²⁾, 閾値の設定にあたっては (15.

a) 式を考慮に入れて

$$\rho_0(\delta_0; t_i) = \frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_i+\delta_0} \hat{s}_i^2(\sigma) \hat{R}^{-1}(\sigma) d\sigma \quad (27)$$

とした。ここで閾値 $\rho_0(\delta_0; t_i)$ は, $\hat{R}(t)$ と $\hat{B}(t)$ が確率過程となるため, オンラインで計算しなければならず, また t_i に依存してくる。Fig. 8(b) は $\ln A(t, t_i)$ -過程の中の代表的な見本過程を示したものである。破線で示された $\max_i \ln A(t, t_i)$ の軌跡を辿ることによって, もし $\delta_0=T_0/4$ と設定するならば約 2.7 [min] 付近で閾値を越える対数尤度比関数が存在し, 信号検出は不首尾に終る。しかし $\delta_0=T_0/2$ と選べば, $\ln A(t, 4.1)$ がいち早く閾値 $\rho_0(T_0/2)$ を越えることから仮説 H_{41} が受容され (真の仮説は H_{40}), $\tau_0(\omega)=4.1$ [min] と決定される。またそのときの決定時刻は $t_D=4.3$ [min] であるから非常にうまく早期検出されていることがわかる。

5. 結 言

本論文において, オンライン処理を指向してその初期時刻が不確定である 1 周期正弦波信号に対する早期信号検出法を提案した。その手法の鍵となるのは, (4) 式で記述される 2 値複合仮説検定問題を (5) 式のように多値単純仮説検定問題に変換し, 信号の未知不確定初期時刻の同定と検出を同時に実行し, 信号存在の早期決定を閾値の設定法に帰着させたことである。ここに提案した早期信号検出法は, 著者らが提案した従来の方法^{1), 2)} に比して, 十分早期の信号検出が期待できる。しかも信号の初期時刻の同定も可能であり, 工学的にも交通制御システム, 通信システムなどの分野においても有用であると考えられる。なお本研究は, 昭和 54 年度文部省特定研究費の補助を得て行われたことを記し, 謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Y. Sunahara: On a Method of Signal Detection by Using the Nonlinear Estimation Theory, Proc. 3rd Symp. on Nonlinear Estimation Theory and Its Applications, San Diego, Calif., 216/223, Sep. (1973)
- 2) 砂原, 大住, 植上: 未知統計量をもつ有色雑音に埋もれた信号の検定, 計測自動制御学会論文集, 15-4, 478/485 (1979)
- 3) H. L. Van Trees: Detection, Estimation, Modulation Theory, Part I, John Wiley, New York (1968)