M 系列信号を用いる PI 調節器の一調整法[†]

愛 田 一 雄*・山 中 泉*

An Adjusting Scheme for PI Controller Using M-Sequence Signal

Kazuo AIDA* and Izumi YAMANAKA*

In this paper a method of optimum setting for the PI controller in a process control system is presented.

A stepwise disturbance to the control system will produce a pair of characteristic figures, i. e., the amount of overshoot and the amplitude damping ratio. They are used as performance indices of the optimum setting of the controller. A 20 percent overshoot will be optimum in the sense that it gives the smallest ISE among the responses with the same amplitude damping ratio. On the other hand a desirable value of the amplitude damping ratio will be 0.25 which is recommended by J. G. Ziegler and N. B. Nichols. In this paper it is shown that an amplitude damping ratio being 0.2~0.25 makes the quadratic performance index smallest for the controlled system of the first order lag system with delay.

The adjusting device is built as a trial. The impulse response of control system for the disturbance is identified by means of the correlation technique using the M-sequence signal. Two performance indices, the amount of overshoot and amplitude damping ratio, are evaluated from the impulse response. The proportional gain and the reset time of PI controller are simultaneously adjusted with the pulse motors in inverse proportion to the error of the amplitude damping ratio and the reciprocal of the overshoot respectively.

Simulation studies are carried out on an analogue computer and give satisfactory results.

1. ま え が き

近年、プロセス制御の分野にも最適制御を適用しようとする研究が行われるようになり、計算機の発達に伴って DDC も盛んに行われるようになった。しか

し、プロセス制御では制御動作の主流はまだ PI あるいは PID であり、アナログ方式の PI あるいは PID 調節器も依然として使われているのが現状であろう。

この PI あるいは PID 調節器の最適調整法は、Ziegler-Nichols の限界感度法¹⁾を初めとして多くの方法が提案されてきた。しかし、これら初期に提案されたものは、調節器のパラメータの最適調整値を与えるためには、プラントを正規に操業する前にあらかじめ人間の手でプラントの特性を求める作業を必要とした。この作業はオフラインで行う必要性から、そう頻繁に行うわけにもいかないので、プラントの特性が変化しても調節器のパラメータは最適値に調整されないまま制御されているようなことがあった。

このような欠点を補うために、自動的に調節器のパラメータを調整しようとする適応制御系が考えられた。北森²⁾は、限界感度法によるパラメータ調整法をオンラインで自動的に行う適応制御系を提案した。本方法は調整法を巧みに自動化しており、確かに優れた方法であろう。しかし、限界感度法固有の欠点であろうが、この調整法でパラメータを調整しても、実際に制御系の特性が希望どおりになっているという保証はない。また、前田³⁾は M 系列信号を使って制御系のインパルス応答を求め、パターン認識法によって制御対象のパラメータを推定し、与えた損失関数が最小になるように調節器のパラメータを調整する適応制御系を示した。この方法は制御系のインパルス応答を利用しているので、現在の調整で制御系がうまく動作しているかどうかはチェックできるが、調整をするのに統計的手法を導入しているため調整則がやや複雑になると、パターンの数に制限があるためパラメータ調整値は離散的にしか与えられない。

本研究は制御系のインディシャル応答の行き過ぎ量と振幅減衰比を評価指数とし、M 系列信号を使って相関手法で得られた制御系のインパルス応答から計算したインディシャル応答の行き過ぎ量と振幅減衰比が、あらかじめ定められたこれら評価指数の目標値に

[†] 第 21 回自動制御連合講演会で発表 (昭 53・10)

* 新潟大学工学部 長岡市学校町 1

* Faculty of Engineering, Niigata University, Nagaoka
(Received October 2, 1979)

できるだけ近づくように、PI 調節器のパラメータを調整しようとする方法について述べたものである。本方法によると、一つの評価指数を使って一つのパラメータを単独に調整するので、調整方法は非常に簡単である。また、制御対象の特性はとくに知る必要はなく、調整ループでは制御系の特性を表わしている評価指数値を直接フィードバックしているから、目標値からの偏差がなくなれば間違いなく意図した制御動作をしていることになる。

ただ、試験信号の振幅は制御系に存在する雑音レベルより大きくないと調整精度が得られないため、必要なときに調整期間を設けて調整し、試験信号は調整期間にだけ付加するものとする。

以下、2章で制御対象がむだ時間1次おくれ系あるいはむだ時間積分系と仮定したうえでの調整の原理、3章で相関器、演算器およびパルスモータで構成される調整装置について、そして4章でプラントを高次おくれ系でシミュレートして行った実験の結果を述べる。

2. 調整の原理

2.1 評価指数とパラメータの関係

Fig. 1 のように、プラントを PI 調節器を用いて制御する基本的な構成を考え、この PI 調節器のパラメータをステップ状外乱に対して最適調整することを目的とする。

プラントの特性は、普通つぎのような伝達関数で近似できることはよく知られている。

$$G_p(s) = \frac{e^{-Ls}}{Ts} \quad (1)$$

$$G_p(s) = \frac{ke^{-Ls}}{1+Ts} \quad (2)$$

$$G_p(s) = \frac{ke^{-Ls}}{1+T_1s+T_2s^2} \quad (3)$$

最適調整のための評価指数はいくつか考えられるが、ここでは限界感度法にも使われているインディシャル応答の振幅減衰比と行き過ぎ量に着目することにする。制御対象が与えられても、これら個々の評価指数値を与える調節器の比例感度 K_p と積分時間 T_i の組合せは一意には定まらないが、これら二つの評価指

Fig. 1 Block diagram of a process control system with PI controller

Fig. 2

Relation between overshoot and controller parameters in 0.25 amplitude damping ratio

数値の組合せの状態を与える調節器の二つのパラメータの組合せは一意に定まると考えられる。そこでまず、制御対象の特性が(2)式のようなむだ時間1次おくれ系で表わされるものとして、外乱に対する制御系出力のインディシャル応答の振幅減衰比を一定(0.25)としたときの K_p と T_i の組合せと、その組合せでの行き過ぎ量の関係をデジタル計算機を用いて離散的(サンプリング周期 0.001 s)に計算したものを Fig. 2 に示す。

この図から、 L/T の値が変化しても、振幅減衰比が同じときは、行き過ぎ量が 20% のときにゲインがほぼ最大となることがわかる。この関係は振幅減衰比が同じでさえあれば 0.25 以外のときでも成立していることを示そう。

Fig. 3 は K_p を一定として、 T_i に対する振幅減衰比の関係を表わしたものである。図中、直線 J_1^* は行き過ぎ量が 20% となる K_p と T_i で決まる座標点を

Fig. 3 Relation between performance indices and controller parameters:

$$G_p(s) = \frac{e^{-Ls}}{1+Ts}, \quad \frac{L}{T} = 1.56$$

連ねたものである。この図より振幅減衰比を任意の値に固定すると、行き過ぎ量が 20% (J_1^* 線上) でゲインがほぼ最大になることがわかる。そして、振幅減衰比が同じ振動の中では行き過ぎ量が 20% のときに最大偏差と 2 乗積分誤差が最小となるので、これを一つの評価指数である行き過ぎ量 (J_1) の目標値 (J_1^*) (注 1) とする。もう一つの評価指数である振幅減衰比 (J_2) の目標値 (J_2^*) は目的に応じて定めるものとする。この J_2^* を定めるための一つの目安は 2.3 節で述べる。Fig. 3 では J_2^* は 0.25 に選んである。そして、直線 J_1^* と J_2^* の交点 O が最適とみなす目標点である。この目標点に収束するように調節器のパラメータを調整する。

2.2 調整則

Fig. 3 に示す T_I - J_2 平面は、直線 J_1^* と J_2^* によって四つの領域に分けられている。そして、これら各領域はつぎのような性質をもっている。

- (I) : $J_1 \geq J_1^*, J_2 \geq J_2^*$
- (II) : $J_1 \leq J_1^*, J_2 \geq J_2^*$
- (III) : $J_1 \leq J_1^*, J_2 \leq J_2^*$
- (IV) : $J_1 \geq J_1^*, J_2 \leq J_2^*$

したがって、各領域での K_p と T_I の調整方向を図中の矢印で示す方向にとると、最適点 O に収束すると考えられる。そこで調整則をつぎのように与える。

$$\Delta T_I = -\alpha_1(J_1 - J_1^*) \quad (4)$$

$$\Delta K_p = -\alpha_2(J_2 - J_2^*) \quad (5)$$

ここで、 ΔT_I : 積分時間の調整量

ΔK_p : 比例感度の調整量

α_1, α_2 : 正の調整ゲイン

2.3 J_2^* を与えるための一つの目安

振幅減衰比の最適値については Ziegler-Nichols¹⁾, Cohen-Coon⁴⁾ がそれぞれの調整方法のなかで 0.25 としている。したがって、確かにこれが一つの目安となるが、さらにここでは (6) 式で示されるような最適制御問題で取り扱われる 2 次形式評価指数と振幅減衰比の関係について考察することにする。

$$J = \int_0^\infty \{e(t)^2 + \gamma u(t)^2\} dt \quad (6)$$

Fig. 4 は制御対象を (2) 式とし、Fig. 1 の $d(t)$ にステップ状の外乱を加えたとき、制御系の応答の行き過ぎ量が 20% となる条件での振幅減衰比 (J_2) と 2 次形式評価指数 (J) の関係を示している。重み γ の各

Fig. 4

J versus J_2 in 20 percent overshoot:

$$G_p(s) = \frac{e^{-15.5s}}{1+9.9s}$$

値で J の最小値が存在し、その最小値を与える J_2 は γ が小さくなるにつれて大きくなっている。 $\gamma=0$ のとき J は 2 乗積分誤差となるが、この 2 乗積分誤差を最小とする J_2 は、ほぼ 0.25 となっている。外乱に対する影響を補償するために使われる制御の量を抑えたいならば γ を大きくすることになるが、それに伴って J が最小となる J_2 の値は 0.25 より小さい方向へ移動する。 $\int_0^\infty u(t)^2 dt$ が $J_2=0.17$ 付近で最小値を示すので、 γ を ∞ にしても J を最小にする J_2 の値はほぼ 0.17 に飽和する。実際の制御では $\gamma > 1$ に γ を選ぶことはまずないので、 J_2^* の下限は約 0.2 と考えてよい。

この図は制御対象の特性を固定して計算されたものであるから定量的な普遍性はないが、 J_2^* を定める一つの目安となろう。

2.4 制御対象が積分系のとき

いままで、制御対象が (2) 式で表わされるものとして調整方法を述べてきたが、制御対象が (2) 式以外のときもこの調整方法が適用できることが望ましい。

Fig. 5 は制御対象が (1) 式のむだ時間積分系で表わされるものとして、Fig. 3 と同じ関係を図示したものである。Fig. 3 のむだ時間 1 次おくれ系のときとほとんど同じ傾向を示していることがわかる。したがって

Fig. 5

Relation between performance indices and controller parameters:

$$G_p(s) = \frac{e^{-Ls}}{Ts}$$

(注 1) 調整装置構成の都合上 J_1 は行き過ぎ量の逆数で表わし、 J_1^* は $J_1^*=1/1.2 \approx 0.833$ とする。したがって、たとえば J_1 が小さいほうが行き過ぎ量は多くなる。

て、この場合も PI 調節器のパラメータは(4)、(5)式の調整則を使って調整できると考えられる。このことはあとで実験によっても確認される。

制御系が(3)式で示される制御系への本方法の適用性については実験の結果のところで考察する。

3. 調整装置

3.1 評価指数の算出法

Fig. 1 で示されるような線形制御系の外乱入力に対するインディシャル応答 $f(t)$ と、インパルス応答 $g(t)$ の関係を Fig. 6 に示す。インパルス応答の最初の三つの正負正の面積をそれぞれ A_1, A_2 および A_3 とおくと、これらはインディシャル応答では対応する高さとなる。

二つの評価指数 J_1, J_2 はインパルス応答の面積を用いて次式で算出される。

$$J_1 = \frac{A_1}{A_2} \quad (6)$$

$$J_2 = 1 + \frac{A_3 - A_2}{A_1} \quad (7)$$

3.2 調整装置の構成

試作した調整装置を Photo. 1 に、調整系のブロック

図を Fig. 7 に示す。M 系列信号 $x(t)$ がテスト信号としてプラントの入力側に加えられ、この M 系列信号と制御系の出力 $y(t)$ との相互相関関数 $\phi_{xy}(i\Delta t)$ が相関器⁵⁾を用いて 32 点計算される。マルチプレクサを用いて順次読み出された相関値は、面積 $A_1 \sim A_3$ を算出するときの誤動作をなくするために、ディスクリミネータで雑音により乱された零

Fig. 7 Block diagram of the adjusting device built as a trial

レベル近傍での微小変動値だけを取り除く。ディスクリミネータ出力を用いて加算器で順次求められた $A_1 \sim A_3$ は、(6)、(7)式を実行する演算回路に送られて J_1, J_2 が計算される。 J_1^*, J_2^* との偏差はパルス数変調により、各偏差と調整ゲイン α_1, α_2 に比例したパルス数に変換されてパルスモータを駆動する。パルスモータは減速機を経てアナログ式 PI 調節器の各パラメータを調整する。

(1) 相関関数の読み出し、(2) 演算および調整、(3) 調整後つぎの相関関数計算開始までの待ち時間、に M 系列信号の 1 周期分を充当するので、相関関数を計算するのに M 系列信号の q 周期分を用いるとすると、M 系列信号の $(q+1)$ 周期が 1 回の調整に必要な 1 調整時間単位となる。

4. 実験

プラントをアナログ回路で作成して調整実験を行った。調節器は北辰電機“ε-line 調節計”形式 ELC 111 N1 を用いた。定位性のあるプラントと無定位性のプラントに対して実験を行ったが、ここで述べる実験条件は両実験に共通のものである。各評価指数の目標値は $J_1^* = 0.833, J_2^* = 0.25$ とした。M 系列信号は $D^7 \oplus D^4 \oplus D^3 \oplus D^2 \oplus I$ の周期 127 のものを用い、相関関数は M 系列信号の 1 周期分のデータを使い ($q=1$)、最小パルス幅 Δt の間隔で計算した。調整ゲインはそれぞれ $\alpha_1 = 3.3$ (s), $\alpha_2 = 0.03$ と設定した。適当な調整ゲインを定めるためには数回の予備実験が必要である。ここで与えた調整ゲインは最良のものではないが、異なる二つの制御対象に対して同じ調整ゲインを用いて実験した。

4.1 定位性のあるプラント

プラントをつぎのような高次おくれ系とする。

Fig. 6 Schematic diagram of impulse response and indicial response

Photo. 1 The adjusting device built as a trial

$$G_1(s) = \frac{1}{(1+2s)^{10}} \quad (8)$$

M 系列信号の最小パルス幅は $\Delta\tau = 1.7$ (s) として実験した。

Fig. 8 は、2.2 節で述べた四つの領域の任意の点におかれた初期状態 ($P_1 \sim P_4$) からの調整経過を $T_I - J_2$ 平面に描いたものである。図中、主要な点の数字はその状態における J_1 の値を、括弧内の数字は K_p の値を示す。初期状態がどの領域にあるときも、3, 4 回の調整回数で最適点の近傍に収束していることがわかる。

Fig. 9 は、Fig. 8 および Fig. 15 の初期状態 P_2 からの J_1 と J_2 の時間的な調整経過を表わしている。

つぎに、プラントのパラメータの変化に対する追従性を調べるために、プラントが(8)式で示される特性から(9)式で示される特性に変化したときの調整実験を行った。

$$G_2(s) = \frac{1}{(1+2s)^9(1+8s)} \quad (9)$$

実験結果を Fig. 10 に示す。図中括弧内の数字は J_1 の値を示す。プラント $G_1(s)$ に対して、最適調整された状態 A でプラントを $G_2(s)$ にすると、状態 B (この段階では調節器のパラメータは変化していない) に移り、図のような調整経過をたどり、 $G_1(s)$ のときと同じ評価指数の目標値を満足する別の最適状態 C (状態 A のときと調節器のパラメータが変わっている) に収束する。つぎに、この状態でプラントを $G_2(s)$

Fig. 8 Parameters adjustments from four initial set points of controller parameters; noise free:

$$G_p(s) = \frac{1}{(1+2s)^{10}}$$

Fig. 9 Histories of J_1 and J_2 on parameters adjustments from an initial set point in zone II

Fig. 10 Parameters adjustments for alteration of transfer function of plant

から $G_1(s)$ に戻すと、状態 D を経て元の最適状態 A の近傍に収束することがわかる。

いくつかの実験結果により、(8)式で示されるプラントに対しては本方式による最適調整が可能であることがわかった。ところで、(8)式で示される高次おくれ系は(2)式の形で近似できることがよく知られている⁶⁾。しかし、(3)式の形で近似したほうが ISE の意味での近似精度は良いという報告⁷⁾がある。プラントが(3)式で表わされるときの調整の理論的な解析は行っていないが、このことから判断して、本調整法は(3)式で示されるプラントに対しても適用できると考えられる。

4.2 無定位性のプラント

プラントの伝達関数を

$$G_3(s) = \frac{1}{7.2s(1+s)^7} \quad (10)$$

とする。このプラントのステップ応答を Fig. 11 に示す。(2)式のむだ時間積分系で近似できることがわかる。

このプラントに対しては、M 系列信号の最小パルス幅は $\Delta\tau = 1.275$ (s) として実験した。Fig. 12 は、各領域に置かれた初期状態 ($P_1 \sim P_4$) からの調整経過を Fig. 8 と同じ方法で示したものである。どの領域

Fig. 11 Step response of the non-self regulation plant;

$$G_p(s) = \frac{1}{7.2(1+s)^7s}$$

Fig. 12 Parameters adjustments from four initial set points of controller parameters; noise free:

$$G_P(s) = \frac{1}{7.2(1+s)s}$$

Fig. 13 Step responses of control system for disturbance in four different initial settings and an optimum setting of controller parameters: J_1 and J_2 are evaluated from each response curve

の初期状態からも 4, 5 回の調整回数で最適点の近傍に収束している。

初期状態と最適状態における制御系の実際の特性を調べるため、M 系列信号を印加している点に M 系列信号の代わりにステップ入力を加え、調節器の各設定状態のもとで、制御系出力のステップ応答を記録したものを Fig. 13 に示す。図中、 K_p , T_I の数値はその状態における調節器の設定値を示し、 J_1 , J_2 の数値はステップ応答曲線から読み取ったものであるが、Fig. 12 の中に示されている調整装置の指示値とよく一致していることがわかる。

Fig. 14 は制御対象のゲイン変化に対する調整経過を示したものである。 $G_4(s)$ を次式とする。

Fig. 14 Parameters adjustments for alteration of gain of plant

$$G_4(s) = 0.88G_3(s) \quad (11)$$

プラント $G_3(s)$ に対して最適調整された状態 A で、プラントのゲインを小さくして $G_4(s)$ にすると、状態 B に移り数回の調整を経て $G_4(s)$ に対する最適状態 C に収束する。もう一度元のプラント $G_3(s)$ に戻すと、状態は D に移って $G_3(s)$ の最適状態 A の近傍に収束する。プラントのゲインの変化に対して、調節器はゲイン K_p の調整だけで補償するのではなく、 T_I も新しい値に調整されていることがわかる。

4.3 制御系に雑音が存在するとき

調整過程における雑音の影響を調べるために、広帯域雑音を重畳した実験を行った。この雑音は 20 段の M 系列信号 ($D^{20} \oplus D^3 \oplus I$) を 1 次おくれフィルタに通して作成し、Fig. 7 に示すように $x(t)$ と同じところに $n(t)$ として加えた。雑音の大きさは、M 系列信号の振幅に対する雑音の最大振幅の割合で表わしてある。Fig. 15 は (8) 式の定位性のあるプラントで、広帯域雑音 $n(t)$ を付加して行ったものである。無定位性のプラントに対してもほとんど同じ傾向となり、雑音を付加していないときと同程度の回数で収束するが、収束領域は広くなる。

収束状態での雑音の影響をみるため、定常状態へ収束してからの 45 回の調整結果を用いて調整のばらつきを求めた。その結果を Table 1 に示す。この表からつぎのことがいえる。試験信号である M 系列信号の振幅を雑音の振幅の約 5 倍 (Table 1 の雑音レベル 20%) に選ぶと、制御系が収束する時間の約 6 倍の時間 (3 調整時間単位) で表中に与えられた精度で J_1^* , J_2^* の近傍に調整される。試験信号の振幅が雑音の振幅の 2 倍程度 (雑音レベル 50%) のときは、 J_1 , J_2 の収束値はかなり大きくなる。試験信号の振幅をどうしてもこの程度におさえたいときは、 q を増さねばならない。いずれにしても、調整期間中

Fig. 15 Parameters adjustments from four initial set points of controller parameters; 10% noise:

$$G_P(s) = \frac{1}{(1+2s)^{10}}$$

Table 1 Standard deviations of J_1 and J_2

Noise amplitude to test signal	$J_1 (J_1^* = 0.833)$		$J_2 (J_2^* = 0.25)$	
	Mean value	Standard deviation σ_1	Mean value	Standard deviation σ_2
20%	0.8325	0.0165	0.2490	0.0139
50%	0.8323	0.0379	0.2520	0.0310

は試験信号の振幅は制御系に含まれる雑音レベルより大きくしなければならず、このため、ばらつきの意味での制御精度は低下する。しかし、この調整期間中も制御系は動作しており、オフラインで調整するときには比ベプラントに与える影響は少ないと考えられる。

4.4 考察

4.4.1 調整可能範囲について

実験は比較的狭い範囲での調整結果を示した。これはステップモータの回転角度と調節器のパラメータ値が正確な比例関係を示す範囲内で実験したからである。しかし、たとえば Fig. 3 で K_p と J_2 があらゆる領域で正確に比例しているわけではないので、ステップモータの回転角度と調節器のパラメータ値の関係も必ずしも正確な比例関係になくてもよい。また、仮にデジタル調節器を使うことにすれば、この点は解決されることになる。

限界を与えるもう一つの点は、相関関数が M 系列信号の 1 周期内で収束しなければならないことである。したがって、たとえば不安定な状態から調整を開

始するわけにはいかない。ただし、M 系列信号の周期の長いものを使えば、かなり減衰の悪い状態からの調整も可能である。また、逆に開ループゲインが小さくて振動特性を示さない状態のときは、 $A_1=A_2$, $A_3=0$ となるので $J_2=1$, $J_2=0$ となり、この場合は調整可能である。

4.4.2 調節弁などの非線形性について

不感帯が存在するようなときは比較的大きな試験信号が要求される。一方、その他の試験信号に対しては信号の振幅は大きくあってはならない。したがって、この点での適度の試験信号の振幅があると考えられるが、検討は行っていない。今後の課題としたい。

5. む す び

ステップ状外乱に対して一定の減衰特性を与えて安定性を保障し、2 次形式評価関数の最小化が期待できる PI 調節器の一調整法を示した。この調整法は制御対象の性質をとくに知る必要がないのが特徴であり、相関法によらないときでも利用できるであろう。しかし、調整精度を上げるためには制御系に存在する雑音より大きな試験信号を必要とする。このため制御精度が低下するので、調整は必要ときに調整期間を設けて行い、試験信号は調整期間にだけ付加するものとする。

実験の結果、雑音レベルの約 5 倍の振幅の M 系列信号を用いると制御系が収束する約 6 倍の時間で、 $\sigma_1/J_1^*=0.020$, $\sigma_2/J_2^*=0.055$ の精度で行き過ぎ量 20%, 振幅減衰比 25% の近傍に収束させることができた。

参 考 文 献

- 1) J.G. Ziegler and N.B. Nichols: Optimum Settings for Automatic Controllers, Trans. of the ASME, **64**, 759/768 (1942)
- 2) 北森俊行: 限界感度法を利用した適応制御系の研究, 計測自動制御学会論文集, **6-6**, 55/63 (1970)
- 3) 前田知久: 擬似ランダム信号を用いる一適応制御系, 制御工学, **13-4**, 9/18 (1969)
- 4) G.H. Cohen and G.A. Coon: Theoretical Consideration of Retarded Control, Trans. of the ASME, **75**, 827/834 (1953)
- 5) 小柳, 愛田ほか: m 系列信号を用いる同定の雑音対策, 計測自動制御学会論文集, **12-5**, 524/529 (1976)
- 6) たとえば, 矢島尚人: 適応制御のための高次系の一定定法, 電気学会論文誌 C, **97-5**, 85/92 (1977)
- 7) J. Schwartz and T.F. Edgar: The Development of Simplified Adaptive Control Models Using the Continued Fraction Expansion, Proc. Jt. Automatic Control Conf. (USA) 15th, 484/494 (1974)