軌道面の平面性を表わす評価量に着目した統計的モデル[†]

永 井 正 夫*

Statistical Models of Guideway Irregularities Based on the Plane Surface Estimate

Masao NAGAI*

A vehicle magnetically levitated with attractive forces is designed to have a very narrow clearance between the electromagnets and the guideway. It is a very important concern that a collision may take place between the magnets and the guideway. To deal with this problem, we must analyze the dynamical characteristics of vehicles running over the guideway having irregular surfaces. Practically, the guideway is composed of two tracks for suspension. But in the paper so far published on this problem, the authors have dealt with only one track irregularity. Although it is geometrically and dynamically important to consider the torsion of the guideway plane surface which is caused by two track irregularities, they have overlooked it. This may be because no guideway model of multiple irregularities based on the experiment has been established.

Therefore the purpose of this paper is to describe the mathematical model of the guideway surface irregularities which are the statistical inputs of the vehicle dynamical model. Main contents are as follows. (1) The theory of a stationary gaussian random process can be related to the guideway surface irregularities, such as vertical, rolling and torsional irregularities which are all measured by the high speed instrument vehicle. (2) The statistical model with power spectral densities proposed here is reasonable and practical enough to be applied to the experimental result by V. Bormann. (3) The time series of guideway irregularities can be realized by an AR-MA model. The procedure to obtain the AR-MA model is shown, and the resulting time series

is also shown to be practically efficient.

1. 緒 言

著者はこれまで吸引形磁気浮上車両が高速で軌道上を走行する際の、車両と軌道との連成系の振動解析を行ってきた^{1)~4)}。しかし従来、吸引形磁気浮上車両の軌道への追従性および振動乗心地に関する研究では、車両の上下運動の解析、あるいはピッチング運動を加えた2次元平面内の運動解析がほとんどである^{1)~5)}。これらの論文では、車両系への入力としての軌道不整を、そのパワースペクトル密度でたとえば $S(\Omega) = A/\Omega^2$ の形で表現しているのが大部分である。しかし吸引形磁気浮上車両を実際に走行させるには、多変数制御系である車両の複数の支持点における空隙を同時に制御しなくてはならない⁶⁾。また支持空隙をわずしかとれない浮上式車両の軌道への追従性および振動乗心地を議論する時、軌道のねじれが無視し得ないような場合には、複数の支持点における軌道への追従性あるいは接触の危険性を同時に考慮しなければならない。その為には車両の3次元運動を解析する必要があるが、まず車両系への入力として、複数の軌条の不整を数学的に表現しなければならない。しかし軌道の平面性を考慮することはきわめて重要であると思われるにもかかわらず、そのねじれに着目して軌道の不整を数学的に扱っている論文は見あたらない。

そこで本論文では、左右の支持軌条の不整が車両系への不規則入力であるとし、それぞれの軌条不整を、軌道の平面性と結びつけて統計的に表現する方法を示すことを目的とする。以下に高速軌道検測車で実際に使われている高低狂い、水準狂い、平面狂い、の各計測量を、定常正規確率過程と結びつけてまず定義する。つぎに軌道のねじれを考慮したパワースペクトル密度関数による表現法を示し、V. Bormannの実測例と比較検討する。さらに定常時系列の自己回帰-移動平均モデルによる表現法を示し、擬似正規乱数を使っ

[†] 第22回自動制御連合講演会で発表(昭54・10)

* 東京農工大学工学部 小金井市中町 2-24-16

* Faculty of Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology, Koganei
(Received September 21, 1979)
(Revised January 11, 1980)

て計算機により軌条不整を作成したのであわせて示す。

2. 不整の評価量の定義

Fig. 1 に右側軌条の不整 $z_r(x)$, 左側軌条の不整 $z_l(x)$ をそれぞれ示す。本論文では軌道は直線軌道であるとし、軌条間の距離は一定とする。ところで過去の実測例によれば軌条不整は統計の見地から常正正規確率過程とみなしうるので、本論文でもそれを仮定する⁷⁾。また各軌条不整の平均値はおおのろろとする。

以下に不整に関する実地的な 3 個の評価量, すなわち, 高低狂い, 水準狂い, 平面狂いについて説明する⁸⁾ (Fig. 1 参照)。

(i) 高低狂い これは支持軌条において進行方向に一定距離 l_a へだてた 2 点での上下変位の平均値とその中央点における上下変位との差, すなわち右側軌条では, $\{z_r(x+l_a)+z_r(x)\}/2-z_r(x+l_a/2)$ と定義し, それを標準偏差 $\sigma_{zr}(l_a)$ で代表する。

$$\sigma_{zr}^2(l_a) = E[\{ \{z_r(x+l_a)+z_r(x)\}/2 - z_r(x+l_a/2) \}^2] \quad (1)$$

同じく左側軌条については, つぎのとおりである。

$$\sigma_{zl}^2(l_a) = E[\{ \{z_l(x+l_a)+z_l(x)\}/2 - z_l(x+l_a/2) \}^2] \quad (1')$$

(ii) 水準狂い これは左右の支持軌条の高低差, すなわち $z_r(x)-z_l(x)$ と定義し, それを標準偏差 σ_u で代表する。

$$\sigma_u^2 = E[\{z_r(x)-z_l(x)\}^2] \quad (2)$$

(iii) 平面狂い これは左右の支持軌条で構成される平面のねじれの大きさを表わすものである。Fig. 1(B) に示すように, 左右の軌条間の距離 w および進

行方向 l_c だけ離れた, 支持軌条の上の 4 点で構成される平面は一般にねじれた平面と考えられる。そこでねじれの程度を示す値をつぎのように定める。4 点のうち 3 点で決定される平面と残りの 1 点との距離でもって平面狂いと定義し, それを標準偏差 σ_p で代表する。一般に σ_p は w および l_c に比べて十分小さいと考えられるので σ_p はつぎようになる。

$$\sigma_p^2(l_c) = E[\{z_r(x+l_c)-z_r(x)-z_l(x+l_c)+z_l(x)\}^2] \quad (3)$$

つぎに左右の支持軌条の不整の高低差を

$$u(x) = z_r(x) - z_l(x) \quad (4)$$

と表わし, (1)~(3)の各式を自己相関関数で表現し直すとつぎようになる。

$$\sigma_{zr}^2(l_a) = \{3\phi_{rr}(0) - 4\phi_{rr}(l_a/2) + \phi_{rr}(l_a)\}/2 \quad (5)$$

$$\sigma_{zl}^2(l_a) = \{3\phi_{ll}(0) - 4\phi_{ll}(l_a/2) + \phi_{ll}(l_a)\}/2 \quad (5')$$

$$\sigma_u^2 = \phi_{uu}(0) \quad (6)$$

$$\sigma_p^2(l_c) = 2\{\phi_{uu}(0) - \phi_{uu}(l_c)\} \quad (7)$$

ここで ϕ_{rr}, ϕ_{ll} はそれぞれ右側軌条, 左側軌条の各不整の自己相関関数であり, ϕ_{uu} は左右の支持軌条の高低差の自己相関関数である。通常左右の軌条の統計的性質は同等と考えられるので, 分散, 自己相関関数などは同一とみなす。

3. パワースペクトル密度と軌道の平面性

軌条不整についての実測例^{9), 10)}から, 本論文ではそのパワースペクトル密度を

$$S_{rr}(\Omega) = S_{ll}(\Omega) = A/(\Omega^2 + \Omega_0^2) \quad (8)$$

と表わす。上式で S_{rr}, S_{ll} は右側軌条, 左側軌条の空間領域におけるパワースペクトル密度 ($\text{m}^2/\text{rad}/\text{m}$), A は粗さ指数 ($\text{rad} \cdot \text{m}$), Ω は波数 (rad/m) をそれぞれ表わし, Ω_0 は考慮する波長の上限に対応した波数のカットオフ値である。

また左右の支持軌条の高低差すなわち水準狂いについての実測例¹¹⁾から (8) 式と同様な形を仮定し,

$$S_{uu}(\Omega) = \alpha A/(\Omega^2 + (\beta\Omega_0)^2) \quad (9)$$

と表わす。上式で S_{uu} は水準狂いについての空間領域におけるパワースペクトル密度であり, α, β は無次元の非負の定数で, 後述するように軌道の平面性と密接に関係する定数である。

つぎに 2 章で定義した, 高低狂い, 水準狂い, 平面狂いの各標準偏差が, (8), (9) 式で示したパワースペクトル密度関数の係数とどのような関係にあるかを示す。そこでまずパワースペクトル密度と自己相関関数との関係式

$$\phi(x) = \int_0^\infty S(\Omega) e^{jx\Omega} d\Omega \quad (10)$$

Fig. 1 Scheme of guideway roughness; (A) vertical roughness, (B) rolling roughness and torsional roughness

より, (8), (9)式に対応した自己相関関数を求め, (5)~(7)の各式に代入し整理すると, 結局(8), (9)式の統計的モデルの各係数が, 2章で定義した3個の評価量を用いてつぎのように決定される.

$$\begin{aligned} A &= (4Q_0/\pi) \cdot \{3 - 4 \exp(-Q_0 l_a/2) \\ &\quad + \exp(-Q_0 l_a)\}^{-1} \cdot \sigma_z^2(l_a) \\ \alpha &= (\beta/2) \cdot \{3 - 4 \exp(-Q_0 l_a/2) + \exp(-Q_0 l_a)\} \\ &\quad \cdot \sigma_u^2/\sigma_z^2(l_a) \\ \beta &= (Q_0 l_c)^{-1} \cdot l_n \{1 - 0.5 \cdot \sigma_p^2(l_c)/\sigma_u^2\}^{-1} \quad (11) \end{aligned}$$

上式より, (9)式で導入した無次元の定数 α, β は, 高低狂いの標準偏差と水準狂いの標準偏差との比, および水準狂いの標準偏差と平面狂いの標準偏差との比から求められることがわかる. すなわち水準狂いのパワースペクトル密度関数の係数 α および β は軌道の平面性と密接な関係をもっている.

ところで理想の場合として, 支持軌条の不整のパワースペクトル密度を $S_{rr}(Q) = A/Q^2$ とおく論文が見受けられるが, その場合でも, (8), (9), (11)の各式において, $Q_0 \rightarrow 0$ と極限值をとると,

$$S_{rr}(Q) = A/Q^2 \quad (8')$$

$$S_{uu}(Q) = C/(Q^2 + Q_c^2) \quad (9')$$

$$\left. \begin{aligned} A &\rightarrow (4/\pi l_a) \cdot \sigma_z^2(l_a) \\ C &= \alpha A \rightarrow (2Q_c/\pi) \cdot \sigma_u^2 \\ Q_c &= \beta Q_0 \rightarrow l_n \{1 - 0.5 \sigma_p^2(l_c)/\sigma_u^2\}^{-1}/l_c \end{aligned} \right\} \quad (11')$$

となり, 水準狂いのパワースペクトル密度関数は(9)式と同形であり, その係数は水準狂いの標準偏差と平面狂いの標準偏差とに密接に関係していることがわかる.

以上は軌道の平面性を水準狂いのパワースペクトル密度と結び付けられることを示したが, 左右の軌条不整についてのコヒーレンス関数との関係について, つぎに言及する. コヒーレンス関数は

$$\gamma(Q) = |S_{ri}(Q)| / \sqrt{S_{rr}(Q) \cdot S_{ii}(Q)} \quad (12)$$

と定義されるので, (4), (8), (9)の各式よりつぎのように求められる.

$$\gamma(Q_0 \lambda) = 0.5 \{ (2 - \alpha) \lambda^2 + (2\beta^2 - \alpha) \} / (\lambda^2 + \beta^2) \quad (13)$$

ここで波数 Q を Q_0 で無次元化し λ とおいている. したがってコヒーレンス関数は(11)式で決まる α および β により決定されることがわかる.

4. 数値例(I)

まず極端な場合について, コヒーレンス関数, パワースペクトル密度および係数 α, β の関係を示す. 左右の支持軌条の不整がまったく同一の場合, $\gamma(Q) = 1$, $S_{uu}(Q) = 0$ すなわち $\alpha = 0$ である. また左右の支持軌条の不整が互いにまったく相関がない場合, $\gamma(Q) = 0$

であり, $\alpha = 2, \beta = 1$ となる. このとき高低狂いと水準狂いとの関係は

$$S_{uu}(Q) = 2S_{rr}(Q) = 2S_{ii}(Q) \quad (14)$$

である. 実際の軌道はこの2例の中間の状態すなわち $0 < \gamma(Q) < 1$ であると考えられる. そこで実際例について検討してみる.

V. Bormann¹²⁾ は, 3種の道路上の不整について, 一定間隔離れた2本の轍(わだち)の不整を同時に計測し, パワースペクトル密度およびコヒーレンス関数を得ているので, それらと比較検討する. なおこの実測結果は高低狂い, 水準狂いを別々に測定している文献9~11の結果とスペクトルの形状がほぼ等しいことがいえる. まず高低狂いのパワースペクトル密度については, 一般に知られているように波数に対しほぼ40 dB/dec で垂下していること, および左右の不整ともほぼ同一の曲線が得られていることから, (8)式の仮定はほぼ満足できることが確認される. つぎに問題となるコヒーレンス関数であるが, Bormannの実測値を(13)式とともに Fig. 2 に示す. Fig. 2 には最小2乗法により, 3種のデータについてそれぞれ α および β の値を求め, かつその理論曲線を示してある. Fig. 2 によれば, α および β を適当に選ぶことにより, (13)式で十分実際の不整を近似できることがわかる.

つぎに数値例として, α を一定とした場合における β の値と, 高低狂い, 水準狂い, 平面狂いの各標準偏差 $\sigma_z, \sigma_u, \sigma_p$ との関係, さらにコヒーレンス関数との関係を Fig. 3 に示し, その場合における水準狂いのパワースペクトル密度との関係を Fig. 4 に示す. Fig. 3 によると, β が小さくなるほど高低狂いの標準偏差 σ_z に対して水準狂いおよび平面狂いの各標準偏差 σ_u, σ_p の比率が大きくなり, コヒーレンスは全波数にわたり小さくなることがわかる. すなわち軌道のねじれが大きいほどコヒーレンスは小さくなるこ

Fig. 2 Comparison of theoretical equations with experimental data

Fig. 3 Relationships between coherency and wave number, depending on α , β

Fig. 4 Relationships between power spectral density and wave number, depending on α , β

とがわかる。また Fig. 4 によると、 β が小さくなるほど、すなわち軌道のねじれが大きくなるほど、水準狂いのパワースペクトル密度は、低波数成分すなわち長波長成分が大きくなるのがわかる。

5. AR-MA モデル

不規則な不整を有する軌道上を走行する車両の運動をデジタル・シミュレーションする場合、不整の時系列データが必要となる。本章では自己回帰-移動平均 (AR-MA) モデルにより、時系列を作成する方法について示す。右側軌条、左側軌条の各時系列をそれぞれ $z_r(x_i)$, $z_l(x_i)$, ($i=1, 2, \dots$) とする。ただしサンプル間隔を $\tau_x(m)$ とする。これらの時系列は、複数の正規性白色雑音を使って、(8), (9) の各式が実現されるように作成するものとする。

ところで時系列 $z_r(x_i)$ および $z_l(x_i)$ をそれぞれ独立に (8) 式のパワースペクトル密度を満足するように

作成するのでは、水準狂いのパワースペクトル密度が (9) 式のような保証がない。そこで左右の軌条不整の高さの差および和の時系列 $u(x_i)$, $v(x_i)$ を考える。

$$u(x_i) = z_r(x_i) - z_l(x_i) \quad (15)$$

$$v(x_i) = z_r(x_i) + z_l(x_i) \quad (16)$$

これらを書き換えるとつぎのようになる。

$$z_r(x_i) = \{u(x_i) + v(x_i)\}/2 \quad (17)$$

$$z_l(x_i) = \{-u(x_i) + v(x_i)\}/2 \quad (18)$$

したがって (17), (18) の両式より、 $z_r(x_i)$, $z_l(x_i)$ のパワースペクトル密度はそれぞれ

$$S_{rr}(\Omega) = \{S_{uu}(\Omega) + S_{uv}(\Omega) + S_{vu}(\Omega) + S_{vv}(\Omega)\}/4 \quad (19)$$

$$S_{ll}(\Omega) = \{S_{uu}(\Omega) - S_{uv}(\Omega) - S_{vu}(\Omega) + S_{vv}(\Omega)\}/4 \quad (20)$$

と表わされる。ここで左右の軌条不整は統計的に同一であるという仮定から

$$S_{uv}(\Omega) + S_{vu}(\Omega) = 0 \quad (21)$$

でなければならない。(21) 式は二つの時系列 $u(x_i)$ と $v(x_i)$ とが互いに無相関であれば成り立つ。その場合 (19), (20) 式は

$$S_{rr}(\Omega) = S_{ll}(\Omega) = \{S_{uu}(\Omega) + S_{vv}(\Omega)\}/4 \quad (22)$$

となり、左右の軌条不整のパワースペクトル密度は等しくなる。ところで (22) 式は (8) 式と等しくならなければならないので、和の時系列 $v(x_i)$ のパワースペクトル密度は、(8), (9), (22) の各式より

$$\begin{aligned} S_{vv}(\Omega) &= 4S_{rr}(\Omega) - S_{uu}(\Omega) \\ &= A/(\Omega^2 + \Omega_0^2) \\ &\quad \times \{(4 - \alpha)\Omega^2 + (4\beta^2 - \alpha)\Omega_0^2\}/(\Omega^2 + \beta^2\Omega_0^2) \end{aligned} \quad (23)$$

となる。以上より、結局 (9), (23) 式で与えられるパワースペクトル密度を有するような、互いに無相関の時系列 $u(x_i)$, $v(x_i)$ をまず作成し、つぎに (17), (18) 式により $z_r(x_i)$ および $z_l(x_i)$ を求めれば良いことがわかる。

つぎに実際に時系列を作成する方法について説明する。一般に理想的な白色雑音は互いに無相関であることから、 $u(x_i)$ および $v(x_i)$ はそれぞれ白色雑音 $w_1(x_i)$ および $w_2(x_i)$ より作成する。

連続系における s 領域から離散値系における z 領域に変換するため、ここでは差分法と双線形変換とによる場合を示す。1次の後退差分では s 領域と z 領域との変換は

$$s = (1 - z^{-1})/\tau_x \quad (24)$$

で表わされる。一方、双線形変換は

$$s = (1 - z^{-1})/(1 + z^{-1}) \cdot (2/\tau_x) \quad (25)$$

で表わされる。(9),(23)の各式を満たす伝達関数は

$$G_1(s) = U(s)/W_1(s) = \sqrt{\alpha A}/(s + \beta\Omega_0) \quad (26)$$

$$G_2(s) = V(s)/W_2(s) \\ = \sqrt{(4-\alpha)A} \cdot \{s + \sqrt{(4\beta^2 - \alpha)/(4-\alpha)} \cdot \Omega_0\} \\ / \{(s + \Omega_0)(s + \beta\Omega_0)\} \quad (27)$$

と表わされる。したがって、(24)ないし(25)式よりパルス伝達関数を求めて、(17),(18)式を考慮すると左右の支持軌条の時系列モデルは結局以下のように導かれる。

$$z_r(x_i) = -\{A_1 z_r(x_{i-1}) + A_2 z_r(x_{i-2})\} \\ + \{B_0 w_1(x_i) + B_1 w_1(x_{i-1}) \\ + B_2 w_1(x_{i-2})\} \\ + \{C_0 w_2(x_i) + C_1 w_2(x_{i-1}) + C_2 w_2(x_{i-2})\} \quad (28)$$

$$z_l(x_i) = -\{A_1 z_l(x_{i-1}) + A_2 z_l(x_{i-2})\} \\ - \{B_0 w_1(x_i) + B_1 w_1(x_{i-1}) \\ + B_2 w_1(x_{i-2})\} \\ + \{C_0 w_2(x_i) + C_1 w_2(x_{i-1}) + C_2 w_2(x_{i-2})\} \quad (29)$$

(28),(29)の各式は、正規性白色雑音 $w_j(x_i)$, ($j=1, 2$) を入力とする、自己回帰-移動平均モデルに他ならない。このモデルの係数は、2章で定義した軌道の高低狂い、水準狂い、平面狂いの各評価量によって直接決定される(付録参照)。したがって軌道不整についての3個の評価量が得られれば、正規乱数を使用して左右二つの軌条不整の不規則データがただちに得られることになる。

6. 数値例(II)

5章の考えに従って作成した左右の軌条不整の時系列 $z_r(x_i)$, $z_l(x_i)$ の一例を Fig. 5 に示す。この例は東京大学大形計算機 HITAC 8700/8800 を使用したもので、サンプル間隔 τ_x は 0.2 m である。また条件として、高低狂いは 10 m あたり 2.00 mm-rms、水準狂いは 1.98 mm-rms、平面狂いは 2.5 m あたり 2.18

Fig. 5 An example of the guideway roughness generated by the AR-MA model

Fig. 6 Results of the spectral analysis of the generated guideway roughness

mm-rms, とそれぞれ指定した例である。Fig. 5 によると左右の軌条不整は、長波長成分が比較的同位相の波形となっており、直観的に長波長成分のコヒーレンシーが高いことがわかる。これらの波形から、左右の軌条不整のパワースペクトル密度 $S_{rr}(\Omega)$, $S_{ll}(\Omega)$ および水準狂いのパワースペクトル密度 $S_{uu}(\Omega)$ を求め、それらを(8),(9)式の理論曲線とともに Fig. 6 に示す。Fig. 6 によると各データは多小のばらつきはあるものの、各理論曲線と良く一致していることがわかる。

なお差分法と双線形変換法とによる結果の比較を行ったところ、分散およびパワースペクトル密度の結果にほとんど有意差は見られなかった。

7. 結 言

車両の3次元運動を解析する場合に必要な、複数の不規則入力としての軌道の不整を、特に軌道の平面性に着目して表現する方法を示した。

まず現場の目安となる高低狂い、水準狂い、平面狂いを、定常正規確率過程と結びつけて定義した。つぎに支持軌条の不整をパワースペクトル密度関数で表現し、その係数が上記の各評価量によって直接決定されることを示した。これらを V. Bormann の実測値と比較した結果、ほぼ満足しうる提案式であることを確認した。さらに左右の支持軌条の不整と平面性を表わす評価量が与えられた時、これらを同時に満足するような2個の不規則データが自己回帰-移動平均モデルにより作成できることを示し、所定の性質をもつ時系列が得られることを数値実験により確認した。

本論文は緒言でも述べたとおり、磁気浮上車両の走

行時の動特性を解析するために、従来見過ごされていた軌道の平面性を取り入れて不整を表現する方法を示したものであるが、本論文で述べた方法ないし考え方は、軌道と道路とに共通して適用できるものと思われる、今後の応用、発展が期待される。

最後に、数値計算、データ整理などに東京農工大学の学生渡辺俊幸君の助力を得たことと、昭和 53 年度文部省科学研究費の援助を受けたこととを記し、謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 永井：吸引形磁気浮上鉄道における車両 - 高架軌道系の振動特性に関する研究，東京大学博士論文
- 2) M. Nagai and M. Iguchi: Vibrational Characteristics of Electromagnetic Levitation Vehicles-Guideway System, Vehicle System Dynamics, 8-2-3, 177/181; Proc. of 6th-IAVSD-IUTAM Symposium in Berlin Sep. 3-7, 352/366 (1979)
- 3) 永井，井口：吸引形磁気浮上車両 - 高架軌道系の振動特性；第 1 報 1 台走行解析，日本機械学会論文集，45-400, 1332/1340 (1979)
- 4) 永井，井口：吸引形磁気浮上車両 - 高架軌道系の振動特性；第 2 報 複数台走行解析，日本機械学会論文集，46-402, 129/136 (1980)
- 5) R. M. Katz, et al.: Performance of Magnetic Suspensions for High Speed Vehicles Operating over Flexible Guideways, ASME Trans., Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 204/212 (1974)
- 6) K. H. Brock, et al.: Control Aspect of a Tracked Magnetic Levitation High Speed Test Vehicle, Proc. IFAC 75, 6th World Congress, August, 24-30, Part 3 (1975)
- 7) 真鍋，吉田，下郷：高速鉄道における集電装置の動力学，日本機械学会誌，77-667, 636/643 (1974)
- 8) 佐藤：軌道力学，125/128，鉄道現業社 (1978)
- 9) J. T. May: Metroliner Dynamic Behavior Investigation, IEEE Trans., IA-11-1, 114/118 (1975)
- 10) J. C. Corbin, et al.: Application of Guideway Roughness Power Spectral Density as a Management Tool, ASME Paper, 73-ICT-114 (1973)
- 11) 磯部編：相関関数およびスペクトル，90/96，東京大学出版会 (1973)
- 12) V. Bormann: Messungen von Fahrbahn-Uneben-

heiten paralleler Fahrspuren und Anwendung der Ergebnisse, Vehicle System Dynamics, 7-2, 65/81 (1978)

《付 録》

(I) 差分法による場合

$$A_1 = -\frac{2 + (\beta + 1)\Omega_0\tau_x}{(1 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (1 + \Omega_0\tau_x)}$$

$$A_2 = \frac{1}{(1 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (1 + \Omega_0\tau_x)}$$

$$B_0 = \frac{\sqrt{\alpha}A\tau_x}{2(1 + \beta\Omega_0\tau_x)}$$

$$B_1 = -\frac{\sqrt{\alpha}A\tau_x}{2(1 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (1 + \Omega_0\tau_x)}$$

$$B_2 = 0, \quad C_2 = 0$$

$$C_0 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(4 - \alpha)A\tau_x} \cdot \left\{ 1 + \sqrt{\frac{4\beta^2 - \alpha}{4 - \alpha}}\tau_x \right\} \cdot (1 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (1 + \Omega_0\tau_x)$$

$$C_1 = -\frac{\sqrt{(4 - \alpha)A\tau_x}}{2(1 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (1 + \Omega_0\tau_x)}$$

(II) 双線形変換法による場合

$$A_1 = \frac{-2 + \beta\Omega_0\tau_x}{2 + \beta\Omega_0\tau_x} + \frac{-2 + \Omega_0\tau_x}{2 + \Omega_0\tau_x}$$

$$A_2 = \frac{(-2 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (-2 + \Omega_0\tau_x)}{(2 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (2 + \Omega_0\tau_x)}$$

$$B_0 = \frac{\sqrt{\alpha}A\tau_x}{2(2 + \beta\Omega_0\tau_x)}$$

$$B_1 = \frac{\sqrt{\alpha}A\Omega_0\tau_x^2}{(2 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (2 + \Omega_0\tau_x)}$$

$$B_2 = \frac{\sqrt{\alpha}A\tau_x \cdot (-2 + \Omega_0\tau_x)}{2(2 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (2 + \Omega_0\tau_x)}$$

$$C_0 = \frac{\sqrt{(4 - \alpha)A\tau_x} \cdot \{2 + \sqrt{(4\beta^2 - \alpha)/(4 - \alpha)}\tau_x\}}{2(2 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (2 + \Omega_0\tau_x)}$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{(4\beta^2 - \alpha)A\tau_x^2}}{(2 + \beta\Omega_0\tau_x) \cdot (2 + \Omega_0\tau_x)}$$

$$C_2 = C_1 - C_0$$