Lyapunov の安定理論に基づくモデル規範形 離散値適応制御系の一設計

米 澤 洋*・大 川 不二夫**

Design of a Discrete Model Reference Adaptive Control System
Using Lyapunov's Direct Method

YOO YONEZAWA* and Fujio OHKAWA**

Recently, a large number of design methods for model reference adaptive control system (MRACS) have been proposed by the researchers of stability theorem. Among them, Monopoli proposed an attractive design method for MRACS by introducing an augmented error signals and signals obtained from filters operating on the plant's input and output signals. But the MRACS with an augmented error signal has a complicated construction and algorithms due to introduction of an augmented error signal and new signals, and the filter's parameters could not be precisely determined. Furthermore, the above adaptive algorithms require the information on one plant parameter.

In this paper, a design method for discrete MRACS is proposed based on Lyapunov's direct method. It is shown that the proposed MRACS is simply constructed by the use of only adjustable elements in the feedback and feed-forward paths of a plant. For the adaptive algorithms proposed here, no information on an unknown plant parameter is required. Furthermore, the relationship between the proposed MRACS and the MRACS with an augmented error signal is discussed. Finally, the validity of the proposed adaptive algorithms is demonstrated by numerical examples.

1. ま え が き

近年, 安定理論に基づくモデル規範形適応制御系の

設計例が種々報告されている¹⁾. その設計手法は, 一般に, モデルとプラントの出力誤差が漸近収束するための条件を安定理論に基づいて誘導し, その条件を満足するようにプラントに調節を加えるものである. この調節では, 一切の予測値を用いずに, 入出力の測定値のみを用いることが, 実現性を考慮した場合に重要である. このような適応制御系の構成は, 一般に複雑となり, とりわけ, プラントにむだ時間が存在する場合にも有効な統一的アルゴリズムはさらに煩雑となり, 特別な手法が必要となる. 筆者らも, むだ時間が存在しないプラントに対する設計例を提案し, 比較的簡潔な構成で実現できることを示した²⁾が, むだ時間が存在する場合には新たな設計法が必要である. Monopoli らは, 拡張誤差信号の概念を導入し, 入出力の測定値のみを用いた連続系の設計例³⁾と, むだ時間を含む離散値系の設計例⁴⁾を提案している. この手法は, 目下のところ最も有望な手法として種々の議論の対象とされている. たとえば, 鈴木らはこの概念を超安定理論に基づく離散形適応制御系に拡張している⁵⁾. しかし, 拡張誤差信号法では, 設計手順が非常に煩雑であり, 設計された適応制御系も複雑な構成となっている. また, 補助信号を発生させるために多くのフィルタを導入しているが, それらパラメータの決定基準および決定法がまったく示されていない. さらに, プラントパラメータの中で, 事前情報が必要なものが一つあり, 問題が残されている. なお, 鈴木らの設計法⁵⁾では, このパラメータの符号 (正負) が既知であればよい.

本論文では, 1 入出力離散値系を対象とする設計例を Lyapunov の安定理論に基づいて提案する. この適応アルゴリズムは, むだ時間の有無に関係なく, 統一的に取り扱え, 比較的簡潔な手順で実現できることを示す. また, 拡張誤差信号法と比較すると, フィル

* 広島大学工学部 広島市千田町 3-8-2

** 九州工業大学工学部 北九州市戸畑区仙水町 1-1

* Faculty of Engineering, Hiroshima University, Hiroshima

** Faculty of Engineering, Kyushu Institute of Technology, Kita-Kyushu
(Received December 10, 1979)
(Revised May 6, 1980)

タをすべて1とした設計手順に対応していることを考察する。さらに、プラントの未知パラメータに関する事前情報がまったく不要な適応アルゴリズムが誘導できることを明らかにする。最後に、数値計算例により、提案した適応系の有用性を裏付ける。

2. 適応制御系の設計

対象とする未知プラントは次式で表現される1入出力系とする。

$$x_{k+1} = \sum_{j=1}^n a^j x_{k+1-j} + \sum_{j=m}^n b^j r_{k+1-j} \quad (2.1)$$

$$b^m \neq 0 \quad (1 \leq m \leq n)$$

ここで、適応制御系が不安定極によりプラントの零点を相殺することがないために、多項式 $b^m z^{-m} + \dots + b^n z^{-n} = 0$ の根はすべてZ平面上の単位円内にあるものとする。

適応制御の目的は、プラントの出力 x_k を規範応答 $\hat{x}_k$ に追従させることである。すなわち、出力誤差

$$e_k = \hat{x}_k - x_k \quad (2.2)$$

が0に収束するため r_k の調節条件を誘導することである。

2.1 適応ゲイン

(2.1)式は次式のように変形できる。

$$x_{k+1} = \sum_{j=1}^{m-1} a^j x_{k+1-j} + \sum_{j=m}^n (a^j x_{k+1-j} + b^j r_{k+1-j})$$

$$= a^1 \left(\sum_{j=1}^n a^j x_{k-j} - \sum_{j=m}^n b^j r_{k-j} \right)$$

$$+ \sum_{j=2}^{m-1} a^j x_{k+1-j} + \sum_{j=m}^n (a^j x_{k+1-j} + b^j r_{k+1-j})$$

$$= :$$

$$= \sum_{j=1}^n (\alpha^j x_{k+2-m-j} + \beta^j r_{k+2-m-j}) \quad (2.3)$$

ここで、 α^j と β^j は a^j と b^j に関係した未知定数である。したがって、(2.3)式に対して設計問題を議論すればよいことになる。

いま、規範モデルは安定とし、次式で表現されるとする。

$$\hat{x}_{k+1} = \sum_{j=1}^n (\hat{\alpha}^j \hat{x}_{k+2-m-j} + \hat{\beta}^j u_{k+2-m-j}) \quad (2.4)$$

(2.3)式と(2.4)式より、誤差方程式は次式となる。

$$e_{k+1} = \hat{x}_{k+1} - x_{k+1}$$

$$= e_{k+1-m}^0 + \sum_{j=1}^n \{ (\hat{\alpha}^j - \alpha^j) x_{k+2-m-j} - \beta^j r_{k+2-m-j} \} \quad (2.5)$$

$$e_k^0 \equiv \sum_{j=1}^n (\hat{\alpha}^j e_{k+1-j} + \hat{\beta}^j u_{k+1-j})$$

ここで、適応ゲイン K_k^{ij} ($i=1, 2, j=1, \dots, n$) を導入して、入力 r_k を次式とする。

$$r_k = \sum_{j=1}^n K_k^{1j} x_{k+1-j} + K_k^{21} e_k^0 - \sum_{j=2}^n K_k^{2j} r_{k+1-j} \quad (2.6)$$

(2.6)式を(2.5)式に代入すると、 e_{k+1} は K_{k+1-m}^{ij} の関数となり、後に示すように、 K_{k+1-m}^{ij} の修正 ($(k+2-m)$ 時点) に e_{k+1} の情報 (m 時点先の情報) が必要となり、 K_k^{ij} の修正は実行不可能となる。したがって、擬似入力

$$r'_{k+1-m} = \sum_{j=1}^n K_k^{1j} x_{k+2-m-j} + K_k^{21} e_{k+1-m}^0 - \sum_{j=2}^n K_k^{2j} r_{k+2-m-j} \quad (2.7)$$

を導入して、(2.5)式を

$$e_{k+1} = \sum_{j=1}^n (\hat{\alpha}^j - \alpha^j) x_{k+2-m-j} + \sum_{j=2}^n \beta^j r_{k+2-m-j} + e_{k+1-m}^0 - \beta^1 r_{k+1-m}$$

$$= \sum_{j=1}^n (\hat{\alpha}^j - \alpha^j - \beta^1 K_k^{1j}) x_{k+2-m-j} - \sum_{j=2}^n (\beta^j - \beta^1 K_k^{2j}) r_{k+2-m-j} + (1 - \beta^1 K_k^{21}) e_{k+1-m}^0 - \beta^1 \Delta r_{k+1-m} \quad (2.8)$$

ただし、

$$\Delta r_{k+1-m} \equiv r_{k+1-m} - r'_{k+1-m}$$

$$= \sum_{j=1}^n (K_k^{1j} x_{k+1-m} - K_k^{1j}) x_{k+2-m-j} + (K_k^{21} x_{k+1-m} - K_k^{21}) e_{k+1-m}^0 - \sum_{j=2}^n (K_k^{2j} x_{k+1-m} - K_k^{2j}) r_{k+2-m-j} \quad (2.9)$$

とすると、 K_k^{1j} の修正 ($(k+1)$ 時点) には e_{k+1} を用いればよいことになり、実行可能な形式となる。ただし、実際に入力 r_k と擬似入力 r'_k の誤差 Δr_k については後に消却する対策を考える。

したがって、(2.8)式の e_{k+1} が原点に収束するための K_k^{ij} の適応アルゴリズムを誘導すればよいことになる。また、その K_k^{ij} を用いて(2.6)式よりプラント入力 r_k は決定される。

2.2 誤差方程式

(2.8)式の誤差方程式では、すべての適応ゲイン K_k^{ij} にプラントの未知パラメータ β^1 が結合しており、このままでは K_k^{ij} の修正に β^1 の情報が必要となる。ここでは、新たなパラメータ誤差を定義し、 β^1 の情報を必要としない誤差方程式を誘導する。

まず、

$$\beta^1 K^{21} = 1, \quad \frac{K^{2j}}{K^{21}} = \beta^j \quad (j=2, \dots, n)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\hat{K}^{1j}}{\hat{K}^{21}} &= \hat{\alpha}^j - \alpha^j \quad (j=1, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

を満足する $\hat{K}^{ij}$ を導入すると

$$\left. \begin{aligned} 1 - \beta^1 K_k^{21} &= K^{21} \left(\frac{1}{K_k^{21}} - \frac{1}{\hat{K}^{21}} \right) \\ \hat{\alpha}^j - \alpha^j - \beta^1 K_k^{1j} &= \frac{\hat{K}^{1j}}{\hat{K}^{21}} - \frac{K_k^{1j}}{K_k^{21}} + \left(\frac{1}{K_k^{21}} - \frac{1}{\hat{K}^{21}} \right) K_k^{1j} \\ \beta^1 K_k^{2j} - \beta^j &= \frac{K_k^{2j}}{K_k^{21}} - \frac{\hat{K}^{2j}}{\hat{K}^{21}} - \left(\frac{1}{K_k^{21}} - \frac{1}{\hat{K}^{21}} \right) K_k^{2j} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

となるので、これらを用いると(2.8)式は次式となる。

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= \sum_{j=1}^n \left\{ \left(\frac{\hat{K}^{1j}}{\hat{K}^{21}} - \frac{K_k^{1j}}{K_k^{21}} \right) + \left(\frac{1}{K_k^{21}} - \frac{1}{\hat{K}^{21}} \right) K_k^{1j} \right\} \\ &\quad \times x_{k+2-m-j} - \sum_{j=2}^n \left\{ \left(\frac{\hat{K}^{2j}}{\hat{K}^{21}} - \frac{K_k^{2j}}{K_k^{21}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{K_k^{21}} - \frac{1}{\hat{K}^{21}} \right) K_k^{2j} \right\} r_{k+2-m-j} \\ &\quad + \left(\frac{1}{K_k^{21}} - \frac{1}{\hat{K}^{21}} \right) K_k^{21} e_{k+1-m} - \beta^1 \Delta r_{k+1-m} \end{aligned} \quad (2.12)$$

また、(2.6)式と(2.9)式より

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n K_k^{1j} x_{k+2-m-j} - \sum_{j=2}^n K_k^{2j} r_{k+2-m-j} \\ + K_k^{21} e_{k+1-m} \\ = r'_{k+1-m} = r_{k+1-m} - \Delta r_{k+1-m} \end{aligned} \quad (2.13)$$

となるので、(2.12)式は(2.10)式と(2.13)式より次式となる。

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= \sum_{j=1}^n \left(\frac{\hat{K}^{1j}}{\hat{K}^{21}} - \frac{K_k^{1j}}{K_k^{21}} \right) x_{k+2-m-j} \\ &\quad - \left(\frac{1}{\hat{K}^{21}} - \frac{1}{K_k^{21}} \right) r_{k+1-m} \\ &\quad - \sum_{j=2}^n \left(\frac{\hat{K}^{2j}}{\hat{K}^{21}} - \frac{K_k^{2j}}{K_k^{21}} \right) r_{k+2-m-j} - \frac{1}{K_k^{21}} \Delta r_{k+1-m} \end{aligned} \quad (2.14)$$

ここで、 Δr_k を消却するために

$$e_{k+1} \equiv e_{k+1} + \frac{1}{K_k^{21}} \Delta r_{k+1-m} \quad (2.15)$$

とし、さらに

$$\begin{aligned} \Phi_k &\triangleq [\phi_k^1 \dots \phi_k^{2n}] & \Phi_k &\in R^{1 \times 2n} \\ W_k &\triangleq [w_k^1 \dots w_k^{2n}]^T & W_k &\in R^{2n} \\ \phi_k^j &\triangleq \frac{\hat{K}^{1j}}{\hat{K}^{21}} - \frac{K_k^{1j}}{K_k^{21}} & (j=1, \dots, n) \\ \phi_k^{n+j} &\triangleq \frac{1}{\hat{K}^{21}} - \frac{1}{K_k^{21}} & \phi_k^{n+j} &\triangleq \frac{\hat{K}^{2j}}{\hat{K}^{21}} - \frac{K_k^{2j}}{K_k^{21}} \\ & & (j=2, \dots, n) \end{aligned}$$

$$w_k^j = x_{k+2-m-j} \quad w_k^{n+j} = -r_{k+2-m-j}$$

$$(j=1, \dots, n)$$

を定義すると(2.14)式は次式となる。

$$e_{k+1} = \Phi_k W_k \quad (2.16)$$

(2.16)式には、 β^1 は陽に表われていなく、 β^1 の情報なしに、適応アルゴリズムの誘導が可能な形式となっている。

2.3 適応アルゴリズム

(2.16)式において、 e_k が 0 に収束するための Φ_k の適応アルゴリズム、すなわち、 K_k^{ij} の修正アルゴリズムを Lyapunov の安定理論を用いて誘導する。

まず、Lyapunov 関数を

$$V_k = \Phi_k \Phi_k^T \quad (2.17)$$

とし、 Φ_k の適応アルゴリズムを

$$\Phi_{k+1} = \Phi_k + \theta_k w_k w_k^T \quad (2.18)$$

とすると

$$\begin{aligned} \Delta V_k &= V_{k+1} - V_k \\ &= w_k^T w_k \left(\theta_k + \frac{\Phi_k w_k}{w_k^T w_k} \right)^2 - \frac{(\Phi_k w_k)^2}{w_k^T w_k} \end{aligned} \quad (2.19)$$

となる。ここで

$$\theta_k = \lambda \frac{\Phi_k w_k}{w_k^T w_k} = \lambda \frac{e_{k+1}}{w_k^T w_k} \quad (2.20)$$

とすると(2.19)式は

$$\Delta V_k = \lambda(\lambda+2) \frac{(e_{k+1})^2}{w_k^T w_k} \quad (2.21)$$

となり

$$\Delta V_k \leq 0 \quad \text{for} \quad -2 \leq \lambda \leq 0 \quad (2.22)$$

$$(\Delta V_k)_{\min} = -\frac{(e_{k+1})^2}{w_k^T w_k} \quad \text{for} \quad \lambda = -1 \quad (2.23)$$

を得る。したがって、たとえば、

$$\theta_k = -\frac{e_{k+1}}{w_k^T w_k} \quad (2.24)$$

と選べば、 $\Phi_k w_k$ が 0 に収束し、 e_k の 0 への収束性が保証される。(2.24)式の θ_k は Kudva らが多変数系の同定に用いた適応アルゴリズム⁶⁾の特殊形となっている。この θ_k を用いて、 K_k^{ij} の適応アルゴリズムとしては次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{K_{k+1}^{21}} &= \frac{1}{K_k^{21}} + \theta_k r_{k+1-m} \\ K_{k+1}^{2j} &= K_k^{2j} + \theta_k r_{k+2-m-j} \\ &\quad (j=2, \dots, n) \\ K_{k+1}^{1j} &= K_k^{1j} + \theta_k x_{k+2-m-j} \\ &\quad (j=1, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

(2.25)式の適応アルゴリズムを用いると、 $k \rightarrow \infty$ において $e_{k+1} \rightarrow 0$ が保証される。入力が十分に一般的であれば $\Phi_k \rightarrow 0$ が期待できる⁶⁾が、一般には $e_{k+1} \rightarrow 0$ と

Fig. 1 Configuration of the MARS

なると(2.24)式より Φ_k の修正が停止するので、 Φ_k は必ずしも 0 に収束しなく、ある一定値に止まる。 Φ_k が一定値となると (K_k^{21}) が一定値であり、 x_k と r_k が有界のとき(2.9)式より $\Delta r_k \rightarrow 0$ となる。したがって、(2.15)式より $e_k \rightarrow 0$ が保証される。ここで、 $\Phi_k \rightarrow 0$ は必ずしも保証されないが、適応制御の目的はあくまでも、 $e_k \rightarrow 0$ であるので、適応制御系としては十分に有効である。

ここで、(2.1)式から(2.3)式の変形において、 β^1 は b^m であるので、仮定より β^1 は 0 でない有限の値である。したがって、(2.10)式より K_k^{21} も 0 でない有限の値となる。しかし、前述のように、 K_k^{21} はこの値には必ずしも収束しなく、もし K_k^{21} が 0 に漸近すると、他の適応ゲインが発散するので、そのような場合には、たとえば、アルゴリズムの実行を一時停止するなどの処置をする必要がある。

(2.5)式の e_k^0 は(2.4)式より

$$\begin{aligned} e_k^0 &= \sum_{j=1}^n (\hat{a}^j \hat{x}_{k+1-j} + \hat{\beta}^j u_{k+1-j} - \hat{a}^j x_{k+1-j}) \\ &= \hat{x}_{k+m} - \sum_{j=1}^n \hat{a}^j x_{k+1-j} \end{aligned} \quad (2.26)$$

となるので、適応系の構成は Fig. 1 となる。

なお、設計過程より明らかなように、規範モデルは入力に関する項を一つにまとめて

$$\hat{x}_{k+1} = \sum_{j=1}^n \hat{a}^j \hat{x}_{k+2-m-j} + \hat{\beta} u_{k+1-m} \quad (2.27)$$

とすることも可能である。

3. 比較検討

ここでは、前章で提案した適応系と拡張誤差信号による適応系との関係について考察する。

3.1 拡張誤差信号法⁹⁾の概念

拡張誤差信号法の主要な点は、入出力信号の測定値のみを用いた、入力合成形の適応系を構成し、しかもその適応アルゴリズムは、プラントのむだ時間の有無

に関係なく、統一的な取扱いが可能にある。ここでは、拡張誤差信号法の主要な概念のみを挙げ考察する。

拡張誤差信号法では、まず、フィルタ

$$Z_w(p) = \sum_{i=0}^{n-1} c^i p^{-i}, \quad (p x_k = x_{k+1}) \quad (3.1)$$

を導入して

$$Z_w x_k^0 = r_{k+1-m} \quad Z_w x_k^1 = u_{k+1-m} \quad Z_w x_k^2 = x_{k-n} \quad (3.2)$$

を満足する新変数 x^i ($i=0, 1, 2$) を定義している。

(3.2)式を用いると、(2.1)式で表現される未知プラントは次式となる。

$$x_{k+1} = Z_w \left(\sum_{j=1}^n a^j x_{k+1+n-j}^2 + \sum_{j=m}^n b^j x_{k+m-j}^0 \right) \quad (3.3)$$

ここで、再び

$$Z_f r_{k+m-1}^f = r_k \quad Z_f x_{k+m-1}^f = x_k \quad (3.4)$$

$$Z_f(p) = 1 + \sum_{j=1}^{m-1} f^j p^{-j} \quad (3.5)$$

となる新変数 r_k^f と x_k^f を定義すると(3.3)式は次式となる(注 1)。

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Z_w \left(\sum_{j=1}^n A^j Z_f^{-1} x_{k+n+2-m-j}^2 \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^{m-1} B^j Z_f^{-1} x_{k-j}^0 + \frac{b^m}{c^0} r_k^f \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで、 A^j と B^j は a^j, b^j, c^j などに関係した未知定数である。

状態フィードバック (たとえば(2.6)式) によって、誤差方程式が(2.16)式のような形式に帰着できるためには、出力方程式の入力に関する項の最も新しい時点 (k が最大) が状態量に関する最新項よりも進んでいるか同時点でなければならない。(2.1)式を(2.3)式に変形したのはこのためである。すなわち、(3.6)式は形式的に入力 r_k の時点を推移させており、(2.3)式に対応したものである。

つぎに、拡張誤差信号法では補助信号

$$y_{k+1} = \sum_{j=1}^n \hat{a}^j y_{k+1-j} + \sum_{j=0}^{n-1} c^j (w_{k+1-j} + q_{k+2-j}) \quad (3.7)$$

を用いて、拡張誤差信号

$$\begin{aligned} \eta_{k+1} &= \hat{x}_{k+1} - x_{k+1} + y_{k+1} \\ &= \sum_{j=1}^n \hat{a}^j \eta_{k+1-j} + Z_w \left(-\frac{b^m}{c^0} r_k^f + \sum_{j=0}^{N-1} \phi^j \nu_k^i \right. \\ &\quad \left. + w_k + q_{k+1} \right) \quad (N=2n) \end{aligned} \quad (3.8)$$

を発生させている。ここで、 ϕ^i はパラメータ誤差に

(注 1) 参考文献 4 Lemma 1.1 と Lemma 1.2 参照。

関する未知定数で、 v_k^i は入出力信号よりフィルタを通して構成された x_k^2 などである。ただし、 $\hat{a}^i$ は a^i に対応するモデルのパラメータである。

ここで、適応ゲイン K_k^i ($i=0, \dots, N$) を導入して

$$r_k^f + w_k^1 = \sum_{i=0}^{N-1} K_k^i v_k^i \quad w_k = K_k^N w_k^1 \quad (3.9)$$

とすると(3.8)式は

$$\eta_{k+1} = \sum_{j=1}^n \hat{a}^j \eta_{k+1-j} + Z_w \left(\sum_{j=0}^N \delta_k^j v_k^j + q_{k+1} \right) \quad (3.10)$$

$$\delta_k^i \equiv \phi^i - \frac{b^m}{c^0} K_k^i \quad (i=1, \dots, N-1)$$

$$\delta_k^N \equiv K_k^N + \frac{b^m}{c^0} \quad v_k^N \equiv w_k^1$$

となり、 δ_k^i (K_k^i) を修正することにより、 η_k を原点に収束可能な形式となっている。

いま、 V 関数を次式とする。

$$V_k = [\eta_k^T - d^T \mu_k] P_0^{-1} [\eta_k - d \mu_k] + \sum_{i=0}^N \lambda_i (\delta_{k-1}^i)^2 \quad (3.11)$$

ここで、 η_k 等は(3.10)式を可観測正準形

$$\eta_{k+1} = \begin{pmatrix} -\hat{a}^1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\hat{a}^2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\hat{a}^n & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \eta_k + d \mu_k \quad (3.12)$$

$$\eta_{k+1} \triangleq [\eta_{k+1}^1 \dots \eta_{k+1}^n]^T \quad \eta_{k+1} = \eta_{k+1}^1 \quad \eta_k \in R^n$$

$$d \triangleq [c^0 \dots c^{n-1}]^T \quad d \in R^n$$

$$\mu_k = \sum_{i=0}^N \delta_k^i v_k^i + q_{k+1}$$

$$P_0 = P_0^T > 0 \quad P_0 \in R^{n \times n}$$

で表現したベクトルなどである。(3.11)式において、 η_k の収束性を保証するためには

$$r_k = \sum_{i=0}^{N-1} K_{k-1}^i Z_f v_k^i + w_{k+m-1}^1 \quad (3.13)$$

を満足しなければならないので、(3.9)式より

$$w_k^1 = \sum_{i=0}^{N-1} (K_k^i v_k^i - Z_f^{-1} K_{k-m}^i Z_f v_k^i) \quad (3.14)$$

となる。したがって、(3.14)式を満足するように補助入力 w_k^1 (w_k) を発生させる必要がある。すなわち、(3.14)式は(2.9)式に対応しており、 w_k は(2.9)式の Δr_k を消却するための働きと同様のものである。

3.2 フィルタ

拡張誤差信号法では、 Z_w と Z_f の二つのフィルタを用いて、補助信号などを発生させているが、ここでは、それらのフィルタについて考察する。

まず、(3.1)式のフィルタ Z_w を

$$Z_w = 1 \quad (3.1)'$$

とすると、(3.2)式の新変数は

$$x_k^0 = r_{k+1-m} \quad x_k^1 = u_{k+1-m} \quad x_k^2 = x_{k-n} \quad (3.2)'$$

となり、単に時点を推移させただけのものとなる。

つぎに、(3.4)式のフィルタ Z_f を

$$Z_f = 1 \quad (3.4)'$$

とすると

$$r_{k+m-1}^f = r_k$$

となり、(3.2)' 式と同様に時点を推移させただけになる。これらを用いると(3.6)式は

$$x_{k+1} = \sum_{j=1}^n A^{ij} x_{k+2+n-m-j}^2 + b^m r_k^f + \sum_{j=2}^n B^{ij} x_{k+1-j}^0 \quad (3.6)'$$

となり、(2.3)式と同様の結果を得る。

また、(3.1)' 式のフィルタを用いた(3.7)式の補助信号より得られる拡張誤差信号は

$$\eta_{k+1} = \sum_{j=1}^n \hat{a}^j \eta_{k+1-j} + b^m r_k^f + w_k + q_{k+1} + \sum_{j=0}^{N-1} \phi^j v_k^j \quad (3.8)'$$

となり、(2.8)式の右辺第1式と同様の意味をもっている (q_k は安定性を保証するために決定される)。

3.3 比較検討

2章で提案した適応系における誤差方程式は、拡張誤差信号法において、フィルタ Z_w と Z_f を1とし、新変数を単に時点を推移させて得られる誤差方程式と同一の意味をもつ。なお、拡張誤差信号法では、それらのフィルタは適応速度と雑音の観点より決定するように提案されている^{4), 5)}が、いまのところ十分に議論されていず、適応系の構成あるいは適応アルゴリズムをいっそう複雑にしている。今後、フィルタの設計基準および設計手法が明確にされれば、有効な働きが期待できるであろう。

また、提案した系では(2.9)式の Δr_{k+1-m} を消却するために、(2.15)式を定義したが、拡張誤差信号法では、補助入力 w_k を用いて、拡張誤差信号 η_k を発生させ、同様の作用をさせている。

一方、補助入力 q_k は安定性を保証するために導入されているが、これは V 関数の設定により派生した問題の対策であり、 V 関数の構成問題である。

最後に、拡張誤差信号法では b^m の事前情報が必要であるが、提案した系では、(2.10)式の未知定数を導入することにより、 b^m の情報が不要な適応アルゴリ

ズムが誘導できる。

結論として、拡張誤差信号法では、設計手順が非常に煩雑で、設計された適応系も複雑な構成となっている。このことは、フィルタと補助入力 of の導入のためである。一方、提案した系では、これらの導入を回避し、比較的簡潔な手順で適応系の設計が可能である。

4. 数値計算例

ここでは、2章で提案した適応アルゴリズムを用いて数値計算した結果について考察する。

4.1 数値例 1 ($m=1$)

プラントの入出力関数を

$$\frac{x_k}{r_k} = \frac{0.6p^{-1} + 0.8p^{-2} + 0.5p^{-3}}{1 - 0.1p^{-1} - 0.4p^{-2} - 0.2p^{-3}}$$

$$x_0 = 0.1 \quad x_{-1} = 0.2 \quad x_{-2} = 0.1$$

の場合について、モデルを

$$\frac{\hat{x}_k}{u_k} = \frac{p^{-1} + p^{-2} + p^{-3}}{1 - 0.4p^{-1} - 0.2p^{-2} - 0.1p^{-3}}$$

$$\hat{x}_0 = \hat{x}_{-1} = \hat{x}_{-2} = 0$$

とし、適応ゲインの初期値を

$$K_0^{1j} = 0 \quad (j=1, 2, 3)$$

$$K_0^{21} = 1 \quad K_0^{2j} = 0 \quad (j=2, 3)$$

として、数値計算した結果が Fig. 2 である。

ただし、入力 u_k は、Fig. 2(a) では

$$u_k = 0.1$$

Fig. 2(b) では

$$u_k = 0.3 \sin(0.8k)$$

Fig. 2 Digital simulation result for 3rd order plant ($n=3$, $m=1$)

とした。出力誤差は、両者とも $k=30$ 付近で原点に収束し、適応アルゴリズムの有用性を裏付けている。

ここで、 $u_k=0.1$ の場合では、プラント入出力 x_k と r_k には減衰振動を生じている。このことは、規範応答 $\hat{x}_k$ の変動が小さく、適応ゲイン K_k^{ij} が $\hat{K}^{ij}$ とはかなり異なった値に収束してしまっているためである。この振動の周期は、適応ゲインの初期設定値により、変化したり、非周期的になることが数値計算より確認された。

4.2 数値計算例 2 ($m=2$)

プラントにただ時間が存在する

$$\frac{x_k}{r_k} = \frac{0.8p^{-2} + 0.5p^{-3}}{1 - 0.1p^{-1} - 0.4p^{-2} - 0.2p^{-3}}$$

の場合について、モデルを

$$\frac{\hat{x}_k}{u_k} = \frac{p^{-1} + p^{-2} + p^{-3}}{1 - 0.4p^{-1} - 0.2p^{-2} - 0.1p^{-3}} p^{-1}$$

として、他を (例 1) と同一にして数値計算した結果が Fig. 3 である。ただし、入力は

$$u_k = 0.3 \sin(0.8k)$$

である。出力誤差は $k=15$ 近似で原点に収束しており、優れた収束特性を示している。

4.3 考察

数値例より、適応制御系の有用性を裏付ける結果が得られたが、(例 1) では、収束がやや振動的となっている。このことは (2.18) 式の θ_k あるいは λ が適切でないことに起因している。 λ を適切に決定できれば、さらに優れた収束特性が得られる可能性がある。また、 V 関数に関しても、同様のことがいえる。なぜならば、(2.23) 式の λ はあくまでも、(2.17) 式の V 関数に対して、 ΔV_k を最小とするものであり、必ずしも e_k が直接に評価されていないからである。これらに関しては、今後、さらに検討を加える必要がある。

なお、当然のことながら、適応ゲインの初期値の選定により収束特性は強く左右され、さらに優れた収束特性が期待でき、数値計算からも確かめられた。

Fig. 3 Digital simulation result for 3rd order plant with dead-time ($n=3$, $m=2$)

5. あとがき

Lyapunov の安定理論に基づき, モデル規範形離散値適応制御系の設計を行った結果, つぎのことが明らかとなった.

- i) 観測値のみを用いた, むだ時間の有無に関係のない, 統一的な適応アルゴリズムが誘導できた.
- ii) 適応系は, 拡張誤差信号法において, フィルタを1とした結果と同様であり, 補助入力なしに比較的簡潔な手順および構成で実現可能である.
- iii) 適応アルゴリズムは, プラントの未知パラメータ b^m に関する事前情報が不要な形式となっている.
- iv) 数値計算例からは, 優れた応答特性が得られ, 提案した適応系の有用性が裏付けられた.

なお, Δr_k の0への収束性においては, x_k と r_k の有界性を仮定した. この仮定は, いまのところ理論的には証明できていないが, 数値計算からは十分有効であることが確められており, 実用的には妥当と考えられる. また, このこととも関連し, K_k^{21} が0に漸近したとき適応アルゴリズムの実行を一時停止するなどの処理をする必要がある. これらの理論的検討が今後の課題である.

さらに,

- i) 適応速度の定式化と収束特性の改善
- ii) Lyapunov 関数の改善
- iii) むだ時間の大きさが未知のプラントに対する設計法と適応アルゴリズム

などに関しても, 今後検討を加えたい.

終りに, 本論文に関して有益なご討論をいただいた広島大学工学部 西村行雄講師に心から感謝の意を表します.

参 考 文 献

- 1) I. D. Landau: A Survey of Model Reference Adaptive Techniques-Theory and Applications, Automatica, **10**, 353/379 (1974)
- 2) 大川, 米澤: Lyapunov の安定理論に基づく離散値適応制御系の設計(II), 九州工業大学研究報告, 第40号, 69/74 (1980)
- 3) R. V. Monopoli: Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-19**, 474/484 (1974)
- 4) T. Ionescu and R. Monopoli: Discrete Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal, Automatica, **13**, 507/517 (1977)
- 5) 鈴木, 高島: 超安定離散時間モデル規範形適応制御系の設計, 計測自動制御学会論文集, **13-5**, 433/438 (1977)
- 6) P. Kudva and K. S. Narendra: A Identification Procedure for Discrete Multivariable System, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-19**, 549/555 (1974)