半導体圧力センサの非線形特性の解析[†]

西原元久*・嶋田 智*・山田 一 二*
田辺正則*・松岡 祥隆**・保川 彰夫***

Analysis of the Nonlinear Characteristics of a Semiconductor Pressure Sensor

Motohisa NISHIHARA*, Satoshi SHIMADA*, Kazuji YAMADA*,
Masanori TANABE*, Yoshitaka MATSUOKA** and Akio YASUKAWA***

In this paper a method of analyzing the nonlinear characteristics of a piezoresistive semiconductor pressure sensor and the results given by this method are described.

The main causes of nonlinearity in a semiconductor pressure sensor are the nonlinear characteristics of the piezoresistive effect in silicon and of the stress in the silicon diaphragm. Experimental data are used to derive a nonlinear characteristics formula and then the formula is used to estimate the nonlinearity of the piezoresistive effect. Approximate formulas for uniformly loaded circular plates with a large deflection are also used to calculate the nonlinearity of the stress in a silicon diaphragm.

Using these formulas, it is shown that the nonlinearity error of a pressure sensor is related to the positions of radial and tangential resistors on the silicon diaphragm. Optimum resistor positions, in which nonlinearities are less than 0.2% F.S., have also been determined.

1. ま え が き

シリコン結晶に抵抗体を拡散形成し、ピエゾ抵抗効果を応用して圧力を測定する半導体圧力センサは、半導体技術の進歩に伴って広く実用化の域に達してきた。半導体圧力センサは、小形、高感度、ヒステリシス特性がなく再現性が良いという特長がある反面、ピ

エゾ抵抗効果の非線形性や温度影響を受けやすいという欠点があり、高精度化をはかるうえでの課題となっている。

本論文は半導体圧力センサの非線形特性について詳細な解析をし、直線性の優れた圧力センサを得るための一つの手法を述べたものである。

半導体圧力センサの非線形特性の原因には、大きく分けてピエゾ抵抗効果の非線形性と応力の非線形性があるが、従来これらを総合して圧力センサの非線形特性を解析した例はほとんど見られない。

シリコンにおけるピエゾ抵抗効果については、Smith¹⁾, Mason²⁾, Phann³⁾らによって実用化のための基礎的事項が体系化された。さらにバルク結晶から拡散形抵抗体の応用へと研究が進められ^{4)~6)}, 実用的なセンサへと発展する基礎が得られた。ところで高精度な圧力センサを設計する場合には、ピエゾ抵抗効果の非線形性を考慮する必要がある。しかしこの非線形性は非常に複雑なため、従来はほとんど線形として扱われている。一部、Bretschi⁷⁾, Wilner⁸⁾らによってその非線形性が論じられているが定量的な解析には到っていない。本論文では非線形性を考慮した新しいピエゾ抵抗特性式を導入し、圧力センサの非直線誤差を詳細に解析する手法を示した。

つぎにシリコンに発生する応力の非線形性については、Way の Exact Expansion Theory¹⁰⁾を用いて解析した報告^{4), 11)}がある。しかし応力を正確に計算するには、Wortman⁹⁾らによって明らかにされたシリコン結晶の弾性係数の異方性を考慮せねばならない。筆者らは、この異方性問題と、大たわみ理論から導かれる非線形性を考慮した応力計算手法を圧力センサの特性解析に導入した。

解析の対象とした圧力センサは、(110)面のn型シリコンを用い、〈111〉軸および〈110〉軸から45°方向にp型の拡散抵抗を配したもので、高感度かつ高精

† 第 17 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭53・8)

* (株)日立製作所日立研究所 日立市久慈町 4026

** (株)日立製作所那珂工場 勝田市市毛 882

*** (株)日立製作所機械研究所 土浦市神立町 502

* Hitachi Research Laboratory, Hitachi Ltd., Hitachi

** Naka Works, Hitachi Ltd., Katsuta

*** Mechanical Engineering Research Laboratory, Hitachi Ltd., Tsuchiura

(Received April 3, 1980)

(Revised August 7, 1980)

度な圧力センサを目標に開発したものである。

以上述べた解析手法を用いて、圧力センサの非直線誤差が、シリコンダイアフラム上に拡散された抵抗体の位置に依存することを示し、誤差を最小とする抵抗体の位置を明らかにした。

2. シリコンダイアフラムの概要

圧力を検出するエレメントをシリコンダイアフラムといい、**Fig. 1** に本論文で検討するものの構造を示す。シリコン結晶の中央部分を、直径 $2a$ 、厚さ h の薄膜とし、圧力に応じてたわみを生じるダイアフラムを形成、その表面に抵抗体を拡散形成している。シリコンは、結晶面 $\langle 110 \rangle$ の n 型基板を用い、 $\langle 111 \rangle$ 軸上に p 型抵抗体 R_1, R_2 (半径抵抗, Radial Resistors) をダイアフラム半径方向に配置し、 $\langle 110 \rangle$ 軸から 45° 方向でダイアフラム接線方向に p 型抵抗体 R_3, R_4 (接線抵抗, Tangential Resistors) を配置している。 $\langle 110 \rangle$ 面において $\langle 111 \rangle$ 軸はピエゾ抵抗係数 π_l が最大、 $\langle 110 \rangle$ 軸から 45° 方向はピエゾ抵抗係数 π_s が最大となる軸である。このような抵抗配置をすることによって、感度の高いシリコンダイアフラムを得ることができる。 n 型基板の比抵抗は約 $2 \Omega \text{cm}$ 、抵抗体表面不純物濃度は約 $2 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 、接合深さは約 $5 \mu\text{m}$ である。このシリコンダイアフラムは上下の圧力差に応じてたわみを生じ、その表面に応力を発生する。その結果、ピエゾ抵抗効果により抵抗体の抵抗値が変化するので、これを図中に示すようにブリッジに構成し、抵抗

Fig. 1 Top view and cross section of a silicon diaphragm piezoresistive pressure sensor

値変化を電圧信号として検出する。

3. 非線形性を考慮したピエゾ抵抗特性式

シリコンの基本結晶軸 (1, 2, 3) に関するピエゾ抵抗係数を $\pi_{11}, \pi_{12}, \pi_{44}$ として、任意の座標系への変換手法は Pfann³⁾ によって詳論され、センサ設計面で有力な手法となっている。シリコンダイアフラムの場合その直交座標系を (l, t, s) とし、 lt 平面をダイアフラム面に一致させ、 l 軸を抵抗体の長手方向すなわち電流方向としたとき、応力と抵抗値変化率 $\Delta R/R$ との関係は次式で示される。

$$\Delta R/R = \pi_l \sigma_l + \pi_t \sigma_t + \pi_s \tau_{st} \quad (1)$$

ここに π_l, π_t, π_s はそれぞれ抵抗体の長手方向 (l : longitudinal), 直交方向 (t : transverse), せん断 (s : shear) のピエゾ抵抗係数, $\sigma_l, \sigma_t, \tau_{st}$ はそれぞれ長手方向, 直交方向, せん断の応力である。

(1) 式によれば抵抗変化量の近似計算は可能であるが非線形性は論じられない。そこで筆者らはシリコンカンチレバーを用いて応力と抵抗値変化の非線形な関係を実験で詳細に求めた。実験は **Fig. 2** に示すように、 $\langle 110 \rangle$ 面の $\langle 111 \rangle$ 軸に平行に抵抗体を拡散したシリコンカンチレバーとして、一軸方向の応力を加えて、その抵抗値と応力の関係を調べた。実験結果を **Fig. 3** に示す。図において $i \parallel \sigma_l \parallel \langle 111 \rangle \perp \langle 112 \rangle$ は、 $\langle 112 \rangle$ 軸と直交する $\langle 111 \rangle$ 軸方向に電流と応力を加えた場合で、(1) 式の $\pi_l \sigma_l$ に相当し、 $i \parallel \langle 111 \rangle \perp \langle 112 \rangle \parallel \sigma_t$ は $\langle 111 \rangle$ 軸方向に電流を流し、これと直交する $\langle 112 \rangle$ 軸方向に応力を加えた場合で、(1) 式の $\pi_t \sigma_t$ に相当する。**Fig. 3 (a)** は応力と抵抗変化率の関係、**(b)** はその非直線誤差を示す。この図から、抵抗体の長手方向に応力を加えた場合の抵抗値変化は非直線誤差が小さく、直交方向に応力を加えた場合、非直線誤差が大きいことがわかる。

さてシリコンダイアフラム上の抵抗体には、(1) 式からわかるように σ_l, σ_t の 2 軸応力およびせん断応

Fig. 2 A silicon cantilever with a p-type diffused resistor used to determine relation between resistance and stress

Fig. 3 Resistance change and nonlinearity versus stress in parallel and perpendicular cases for a p-type diffused resistor with a surface concentration of $2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-2}$.
(a) Resistance change, (b) Nonlinearity

力 τ_{ii} が同時に加えられるため、抵抗値はこれら応力の関数となり、それぞれの応力の高次項を含む非線形特性を示すはずである。そこで抵抗値を $R(\sigma_i, \sigma_e, \tau_{ii})$ とし、 $\sigma_i = \sigma_e = \tau_{ii} = 0$ のまわりでマクローリン展開するとつぎようになる。

$$R(\sigma_i, \sigma_e, \tau_{ii}) \approx R(0, 0, 0) \cdot \left\{ 1 + \sum_i (\pi_{ii} \sigma_i^i + \pi_{ei} \sigma_e^i + \pi_{\tau i} \tau_{ii}^i) + \sum_{m, n} (\pi_{ismn} \sigma_i^m \sigma_e^n + \pi_{\tau smn} \sigma_i^m \tau_{ii}^n + \pi_{\tau smn} \sigma_e^m \tau_{ii}^n) \right\} \quad (2)$$

ここで $m+n=i$, π_{ii} , π_{ei} , $\pi_{\tau i}$ はピエゾ抵抗係数で、 $i=1$ の場合の π_{11} , π_{12} , π_{13} が (1) 式の π_i , π_e , π_{τ} に相当する。 π_{ismn} , $\pi_{\tau smn}$, $\pi_{\tau smn}$ はそれぞれ二つの応力が同時に加わった場合の π_{ii} , π_{ei} , $\pi_{\tau i}$ の変調を示す係数であるが、これらの相乗項は σ_i , σ_e の共に大きいダイアフラム中心近傍を除いては影響が小さく、また τ_{ii} は σ_i , σ_e に比べて十分小さいために無視するものとした。

この仮定のもとに、非線形性を考慮したピエゾ抵抗特性式をつぎのように示した。

$$R(\sigma_i, \sigma_e, \tau_{ii}) \approx R(0, 0, 0) \left\{ 1 + \sum_{i=1}^3 (\pi_{ii} \sigma_i^i + \pi_{ei} \sigma_e^i + \pi_{\tau i} \tau_{ii}^i) \right\}$$

$$+ \pi_{\tau i} \tau_{ii}^i \} \quad (3)$$

係数 π_{ii} , π_{ei} は、Fig. 3 の実験値に合致するように最小 2 乗法で求め、3 次項まで考慮すれば十分な精度で近似できる。Fig. 3 から (110) 面 $\langle 111 \rangle$ 軸に関する π_{ii} , π_{ei} が求められ、 $\langle 110 \rangle$ 軸から 45° 方向の π_{ii} , π_{ei} については非線形性は同一であると仮定し、 $\langle 111 \rangle$ 軸に関する π_{ii} , π_{ei} を座標変換して求めた。 $\pi_{\tau i}$ についても同様の仮定のもとに π_{ei} の値より計算で求めた⁹⁾。

4. 応力解析

(110) 面シリコン結晶の弾性係数の異方性については Wortman の詳細な検討がある⁹⁾。弾性係数の異方性をシリコンダイアフラムの応力解析面から整理するとつぎようになる。シリコンダイアフラム面を直交座標系の xy 平面にとり、 x , y 軸を弾性係数の対象軸に選べば、応力 σ とひずみ ε の関係を次式で示すことができる^{12), 13)}。

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{xx} & E_{xy} & 0 \\ E_{xy} & E_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで E_{xx} , E_{xy} , E_{yy} , G_{xy} は弾性係数であり、(110) 面のシリコンでは、 x 軸を $\langle 110 \rangle$ 軸にとれば $E_{xx} = 1.89 \times 10^5 \text{ MPa}$, $E_{yy} = 1.46 \times 10^5 \text{ MPa}$, $E_{xy} = 0.53 \times 10^5 \text{ MPa}$, $G_{xy} = 0.80 \times 10^5 \text{ MPa}$ と計算できる⁹⁾。

このような異方性のある (110) 面のシリコンダイアフラムに圧力を印加し、ダイアフラム面の形状をレーザー干渉計で調べると Fig. 4 のように同心円状の変形をする。このことから筆者らは、シリコンダイアフラムは弾性係数に異方性があっても、均一材質からなる円板と同じく軸対象の変形を示し、応力が弾性係数の異方性に応じて異方性をもつものと結論し以下の解

Fig. 4 A photograph of deflection of a silicon diaphragm with (110) plane taken by a laser interferometer. A interference stripe shows the deflection of $0.3 \mu\text{m}$

析を進めた。

さて(4)式のような弾性係数の異方性をもつ円板に圧力 P が印加された時、微小たわみの範囲で

$$\left. \begin{aligned} D_x \frac{\partial^4 \omega_P}{\partial x^4} + 2(D_1 + 2D_{xy}) \frac{\partial^4 \omega_P}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 \omega_P}{\partial y^4} &= P \\ \text{ここに} \\ D_x &= \frac{E_{xx} h^3}{12}, \quad D_y = \frac{E_{yy} h^3}{12}, \quad D_1 = \frac{E_{xy} h^3}{12} \\ D_{xy} &= \frac{G_{xy} h^3}{12} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

この解は、 $\sqrt{x^2 + y^2} = r$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \omega_P &= \frac{Pa^4}{64D'} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^2 \\ D' &= \frac{1}{8} \{ 3D_x + 2(D_1 + 2D_{xy}) + 3D_y \} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる¹³⁾。ここに a は円板半径、 h は円板厚さ、 r は円板中心からの距離、 ω_P はたわみである。これより表面の曲げひずみ ε_{rb} 、 $\varepsilon_{\theta b}$ は次式で計算できる。

$$\varepsilon_{rb} = -\frac{h}{2} \frac{d^2 \omega_P}{dr^2}, \quad \varepsilon_{\theta b} = -\frac{h}{2r} \frac{d\omega_P}{dr} \quad (7)$$

つぎに圧力とひずみの非線形性、すなわち膜ひずみを考慮するために、エネルギー法による近似解法を用いた円板の大たわみ理論¹³⁾からこれを求めた。

Fig. 4 の結果、シリコンダイアフラムの変形が軸対称とみなせることから、異方性円板の場合も、等方性円板の場合の大たわみ理論¹³⁾より、円板中心から r の位置における垂直方向のたわみ ω と半径方向の変位 u を

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^2 \\ u &= r(a-r)(c_1 + c_2 r) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

で近似できると仮定する。

等分布荷重を受ける周辺固定の異方性円板のひずみエネルギー式¹⁴⁾は、等方性円板のひずみエネルギー式、すなわちヤング率 E 、ポアソン比 ν を用いたひずみエネルギー式において、

$$\left. \begin{aligned} \bar{E} &= \frac{1}{8} (3E_{xx} + 2E_{xy} + 4G_{xy} + 3E_{yy}) \\ \bar{\nu} &= \frac{E_{xx} + 6E_{xy} - 4G_{xy} + E_{yy}}{3E_{xx} + 2E_{xy} + 4G_{xy} + 3E_{yy}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

とし、 $E/(1-\nu^2)$ を $\bar{E}$ に、 ν を $\bar{\nu}$ に置き換えたものと同形になること¹⁴⁾を考慮して、エネルギー最小原理¹³⁾により(8)式の係数を求めた。(110)面シリコンの場合には、(9)式の $\bar{E}$ 、 $\bar{\nu}$ はそれぞれ $\bar{E} = 1.789 \times 10^5$ MPa、 $\bar{\nu} = 0.233$ であるので、この数値を用いて計算すると

Fig. 5 Positions of radial and tangential resistors on the silicon diaphragm

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 1.256 \frac{\omega_0^2}{a^3}, \quad c_2 = -1.725 \frac{\omega_0^2}{a^4} \\ \omega_0 &= \frac{Pa^4}{64D'} \frac{1}{1 + 0.475 \left(\frac{\omega_0}{h} \right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

となる。

したがって、非線形な膜ひずみ ε_{rm} 、 $\varepsilon_{\theta m}$ は次式で計算できる¹³⁾。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{rm} &= \frac{du}{dr} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\omega}{dr} \right)^2 \\ \varepsilon_{\theta m} &= \frac{u}{r} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

シリコンダイアフラム上に生じるひずみは、(7)式で得られる曲げひずみと、(11)式で得られる膜ひずみの重畳したものと考えれば、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \varepsilon_{rb} + \varepsilon_{rm} \\ \varepsilon_{\theta} &= \varepsilon_{\theta b} + \varepsilon_{\theta m} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ここで添字 r は半径方向、 θ は接線方向を示すものであるゆえ、極座標系 (r, θ) における応力とひずみの関係は次式で示すと都合がよい。

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_{\theta} \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{rr} & E_{r\theta} & E_{rs} \\ E_{r\theta} & E_{\theta\theta} & E_{\theta s} \\ E_{rs} & E_{\theta s} & G_{r\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_{\theta} \\ \gamma_{r\theta} \end{bmatrix} \quad (13)$$

ここで E_{rr} 、 $E_{\theta\theta}$ などは、(4)式の xy 座標に関する弾性係数をテンソル変換することにより求められる¹²⁾。

さてピエゾ抵抗特性を計算する場合には、(3)式から明らかのように応力として σ_i 、 σ_i 、 τ_{ii} を求める必要がある。すなわち Fig. 5 のように、シリコンダイアフラム上の各抵抗体が受ける応力としては、抵抗体の長手方向に加わる応力 σ_i 、直交方向の応力 σ_i 、およびせん断応力 τ_{ii} である。そのため、(13)式の σ_r 、 σ_{θ} 、 $\tau_{r\theta}$ をそれぞれの抵抗体の配置方向によって、 σ_i 、 σ_i 、 τ_{ii} に変換して計算する必要がある。

Fig. 6 Definition of nonlinearity

5. シリコンダイアフラムの特性解析

以上の計算式によって、シリコンダイアフラムの特性、特に非直線誤差を中心に解析した。

ここで非直線誤差をつぎのように定義する。今、入力 X と出力 Y の間に、 $Y=Y(X)$ の関係がある系に、フルスケール X_f の入力を加えた場合、 Y の X に対する非直線誤差 $NL(X)$ をつぎのように示す (Fig. 6 参照)。

$$NL(X) = \frac{\Delta Y(X)}{Y_f} \times 100 = \frac{Y(X) - (Y_f/X_f) \cdot X}{Y_f} \times 100 \quad (\%) \quad (14)$$

センサの特性としては、 $NL(X)$ の $0 \sim X_f$ 間の最大値を問題とするため、(14)式の最大値を単に非直線誤差と呼ぶものとする。

解析に用いた数値は、シリコンダイアフラムの直径 $2a=8.4 \text{ mm}$ 、板厚 $h=190 \mu\text{m}$ 、抵抗値 $R(0,0,0)=2.5 \text{ k}\Omega$ 、圧力 $P=500 \text{ kPa}$ で、圧力は Fig. 1 の抵抗体拡散面から印加されるとした。半径抵抗、接線抵抗の位置は Fig. 5 のようにダイアフラム中心からそれぞれ X_R, X_T とし、 $X_R/a, X_T/a$ をパラメータとして計算した。

Fig. 7 は上記条件のもとでシリコンダイアフラム表面に発生するひずみを (4)~(11) 式から計算した

Fig. 7 Strain distributions on the silicon diaphragm

Fig. 8 Positions of radial and tangential resistors versus resistance change of each resistor

Fig. 9 Domain of nonlinearity less than $\pm 0.2\%$ F.S. and output voltage values versus positions of radial and tangential resistors

結果である。非線形な膜ひずみ $\epsilon_{rm}, \epsilon_{om}$ が無視できない大きさで発生していることがわかる。Fig. 8 は半径および接線抵抗体の位置と抵抗変化率の関係を示したものである。

さて圧力センサの出力は、Fig. 1 のように $R_1 \sim R_4$ で構成されるブリッジの出力 V_0 として次式で得られる。

$$V_0 = \frac{R_1 \cdot R_2 - R_3 \cdot R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \cdot I \quad (15)$$

ここに $R_1 \sim R_4$ はそれぞれの抵抗体の抵抗値、 I はブリッジの励起電流である。(3)~(15)式により、圧力 P とブリッジ出力 V_0 の関係を計算し、出力の大きさおよびその非直線誤差が $\pm 0.2\%$ 以内となる範囲と、抵抗体の位置 $X_R/a, X_T/a$ の関係を示したのが Fig. 9 である。出力の大きさはブリッジの両端にかかる電圧との比で示した。これで見ると、半径抵抗の位置がダイアフラム端部に近いほど出力が大きく、かつ非直線誤差 $\pm 0.2\%$ の領域が広いことがわかる。このとき、半径抵抗、接線抵抗それぞれの非直線誤差と

Fig. 10 Positions of radial and tangential resistors versus nonlinearity of each resistor

Fig. 11 Nonlinearity of output voltage versus position of tangential resistor in the case where $X_R/a = 0.9$

Fig. 12 Experimental values of nonlinearity for prototype semiconductor pressure sensor

その位置の関係は Fig. 10 のようになっている。

Fig. 9 からわかるように、非直線誤差が小さく、かつ出力の大きい最適な抵抗体位置は、半径抵抗がダイアフラム端部に近い位置であるので、今 X_R を $X_R/a = 0.9$ として、 X_T/a を変化させてみると非直線誤差は Fig. 11 のようになる。これより非直線誤差が零となる最適な X_T/a は、 $X_T/a = 0.27$ および $X_T/a = 0.79$ の2点あることがわかる。

以上の解析手法の確度を検討するため実験データを Fig. 11 中にプロットした。解析結果と比べ0.15%程度の差で合致している。

以上の結果をもとに製作した圧力センサの非直線誤

差を Fig. 12 に示した。最適抵抗体の位置は、Fig. 11 の実験値で修正した値とし、 $X_R/a = 0.9$ 、 $X_T/a = 0.15$ としたものである。

6. むすび

シリコンのピエゾ抵抗効果を応用した半導体圧力センサの非線形特性を解析する計算式を導入し、シリコンダイアフラム表面の抵抗体位置と非直線誤差の関係を明らかにし、非直線誤差を最小とする抵抗体位置が存在することを示した。この結果をもとに製作した圧力センサの非直線誤差は $\pm 0.1\%$ 以内であることを実験的に確認し、半導体圧力センサの高精度化を実現した。

終りに臨み、本研究をご指導下さった浜松医科大学 神田洋三教授、現在宇都宮大学教授で前日立研究所第九部長の奥田健三氏、現在佐賀大学教授で前日立研究所主管研究員の木村一路氏および現在日立計測器サービス（株）取締役で前日立那珂工場副工場長の近藤秀雄氏に深く感謝の意を表す。

参考文献

- 1) C.S. Smith: Piezoresistance Effect in Germanium and Silicon, Phys. Rev., **94**-1, 42/49 (1954)
- 2) W.P. Mason and R.N. Thurston: Use of Piezoresistive Materials in the Measurement of Displacement, Force and Torque, J. Acoust. Soc. Amer., **29**-10, 1096/1101 (1957)
- 3) W.G. Pfann and R.N. Thurston: Semiconducting Stress Transducers Utilizing the Transverse and Shear Piezoresistance Effects, J. Appl. Phys., **32**-10, 2008/2019 (1961)
- 4) O.N. Tufte and E.L. Stelzer: Piezoresistive Properties of Silicon Diffused Layers, J. Appl. Phys., **34**-2, 313/318 (1963)
- 5) D. R. Kerr and A. G. Milnes: Piezoresistance of Diffused Layers in Cubic Semiconductors, J. Appl. Phys., **34**-4, 727/731 (1963)
- 6) A.D. Kurtz and C.L. Gravel: Semiconductor Transducers Using Transverse and Shear Piezoresistance, ISA Preprint P. 4-1-PHYMMID-67 (1967)
- 7) J. Bretsch: A Silicon Integrated Strain-Gage Transducer with High Linearity, IEEE Trans. on Electron Devices, **23**-1, 59/61 (1976)
- 8) L.B. Wilner: A Diffused Silicon Pressure Transducer with Stress Concentrated at Transverse Gages, ISA Trans. **17**-1, 83/87 (1978)
- 9) J.J. Wortman and R.A. Evans: Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio in Silicon and Germanium, J. Appl. Phys., **36**-1, 153/156 (1965)
- 10) S. Way: Trans. ASME, **56**, 627 (1934)
- 11) 白水, 佐藤, 君島, 野田: Si 圧力センサとその応用, 信学技報, **79**-35, 93/99 (1979)
- 12) 倉西: 弾性学, 602/603, 文献社 (1970)
- 13) S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger: Theory of Plates and Shells, Mc Graw-Hill Book Company, Inc. (1959)
- 14) 保川, 嶋田, 松岡: 半導体圧力センサの応力解析, 日本機械学会講演論文集, **N 790**-3, 77/79 (1979)