練習間隔が不規則変動する教育モデル

西村 正太郎*・松永 公廣**

A Educational Model with Random Training Intervals

Masataro NISHIMURA* and Kimihiro MATSUNAGA**

1. はじめに

教育システムを制御系とみなした時、その大きな特徴は学習者が制御対象であるだけでなく、学習者自身が自己の学習内容の理解度を評価反省し、致達目標に向かって自己制御する点にある。

高等教育においては学習者に授業を通じて学習指導するだけでなく、学習者自らが教育目標を達成するように学習改善してゆく自己制御性を育成することも教師の役割となろう。このように主たる制御者が学習者自身であるという観点に立ち、学習者の自己フィードバック性を重視する指導法が注目されており、その具体例は下村氏^{1)~4)}による自信度という評価法の導入による学習改善の試みであろう。

本稿では学習者が最終目標に達する学習過程をダイナミカルシステムとみなし、入出力関係に注目して学習成績のマクロモデルを構成する。このモデルにより学習者につきのような効果を期待する。

① 学習過程に対する大局的な推察を容易にする。

② 学習に対する自分自身の役割を認識させ“やる気”を起こさせる動機づけとする^{5), 6)}。

学習者が学習目標を達するため行う努力は、現在の成績、未来目標値を考慮して決めると考えられる。そこでパラメータや練習の持続時間が不規則に変動するモデルを導入し、学習成績や目標値の情報を含んだ制御（予見制御）を求める。

本稿では講義の理解度、講義の内容を理解するための努力をそれぞれ学習成績、および練習と考え、学習成績のマクロモデルを構成する。このモデルでは、練習時間が不規則に変動している点を特色としており、練習時間の不規則性の学習への影響をシミュレーションにより検討する。

つぎに用いる記号をまとめて記す。

$$\begin{aligned}
 A_1(t, \omega) &= \begin{pmatrix} \overbrace{A(t, \omega)}^n & \overbrace{B(t, \omega)}^l \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Bigg\}^n_l \\
 F_1 &= \begin{pmatrix} \overbrace{F}^n & \overbrace{0}^l \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Bigg\}^n_l \quad Q_1 = \begin{pmatrix} \overbrace{Q}^n & \overbrace{0}^l \\ 0 & R \end{pmatrix} \Bigg\}^n_l \\
 z_1(t) &= \begin{pmatrix} \overbrace{X(t)}^n \\ \overbrace{f(t)}^l \end{pmatrix} \Bigg\}^n_l \quad Y_1(t) = \begin{pmatrix} \overbrace{Y(t)}^n \\ 0 \end{pmatrix} \Bigg\}^n_l \\
 S(\theta, \omega) &= \begin{pmatrix} \overbrace{S_{11}(\theta, \omega)}^n & \overbrace{S_{12}(\theta, \omega)}^l \\ \overbrace{S_{12}(\theta, \omega)}^n & \overbrace{S_{22}(\theta, \omega)}^l \end{pmatrix} \Bigg\}^n_l \\
 g(\theta, \omega) &= \begin{pmatrix} \overbrace{g_1(\theta, \omega)}^n \\ \overbrace{g_2(\theta, \omega)}^l \end{pmatrix} \Bigg\}^n_l \\
 T_1(\theta, \omega) &= \begin{pmatrix} S_{11} - S_{12}S_{22}^{-1}S_{22} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 T_2(\theta, \omega) &= \begin{pmatrix} g_1 - S_{12}S_{22}^{-1}g_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Bigg\}^n_l \\
 \bar{h}(\theta) &= h(\theta) - g(\theta, \omega)^T (S_{22}^{-1})^T g(\theta, \omega)
 \end{aligned}$$

2. 問題の設定

教育モデルは、目標に向かって努力する学習モード⁷⁾と練習を行わない亡却モードの二つの部分より構成される。そして二つのモードが交互に現われる。そこで、講義の理解度、講義の内容を理解するための努力をそれぞれ学習成績、練習と考えた学習成績のモデルを次式のようにとる。ただし、学習成績はテストなどにより測定されるものとする。

$$\dot{X}(t) = A(t, \omega)X(t) + B(t, \omega)f(t), \quad t_0 \leq t \leq t_f + T^* \quad (1)$$

$$X(t_0) = X_0 \quad (2)$$

状態変数 $X^T(t) = (x^T(t), x_p^T(t))^T \in R^n$ は、学習成績を表わす。

学習成績は、ここでは学習成績そのものだけでなく、学習の意味を理解し、学習効果を体系化された知識として固定化された実力とみなされる力をも含めて考える。パラメータにより亡却、学習モードを区別することにし $(A(t, 0), B(t, 0))$, $(A(t, 1), B(t, 1))$ と表わす。このパラメータの値は、学習者の学習速度、関心度、亡却の速さにより異なると考えられる。1日の練習は学習モードから始まり亡却モードへ遷移し終了する。

* 大阪大学工学部 吹田市字山田上

** 明石工業高等専門学校 明石市魚住町西岡

* Faculty of Engineering, Osaka University, Suita

** Akashi Technological College, Akashi

(Received September 8, 1980)

(Revised January 9, 1981)

学習モードの練習時間には上限があり、その範囲で練習の持続時間は日により変化し揺れている。練習時間の不規則性を記述するため、学習モードから亡却モードへ移る推移確率をつぎのように仮定する。ただし、1日のうち練習を始める時刻は毎日同じとし、少なくとも練習時間の上限(T)までには亡却モードになり、再び亡却モードから学習モードにその日のうちに移ることはない仮定する。

$$\Pr\{A(t+\Delta t, \omega) | A(t, 1)\} = \begin{cases} 1 - \lambda(t)\Delta t + O(\Delta t^2) & (3)^8 \\ \lambda(t)\Delta t + O(\Delta t^2) & (4) \end{cases}$$

(3)式は Δt の区間では学習モードのままである確率、(4)式は学習モードから亡却モードに移る確率を表わす。

最終目標を考慮して学習者がたてる学習計画は、その個人の現在の成績、未来目標値の分布、個人の能力により異なる。ここで個人の特質を含むような練習を導出するため、つぎの2次形式のコスト関数をとる。ただし $Y(t)$ は成績の目標値である。

$$J = E[\{Y(t+T^*) - X(t+T^*)\}^T F \{Y(t+T^*) - X(t+T^*)\}^9 + \int_t^{t+T^*} \{(Y(\tau) - X(\tau))^T Q (Y(\tau) - X(\tau)) + f^T(\tau) R f(\tau)\} d\tau | F(t, \omega)] \quad (5)$$

ただし、 F , Q は任意の半正定行列、 R の任意の正定行列である。 $E[\cdot | F(t, \omega)]$ は時刻 t までの成績の推移、モード変化の実現時刻が知られた時の条件付期待値を表わす。 T^* は学習計画を決定する時、見通すことができる予見区間である。

3. 学習計画

第2章で計述されるシステムにおいて、練習が変更される時点は練習開始時点だけとする。それを t_i ($i=0, 1, 2, \dots, N$) と書く。練習は亡却モードに移るまで持続され一定とする。すると練習は次式のように表現される。

$$\dot{f}(t) = 0 \quad (6)^{10}$$

$$f(t) = f(t_i) = f_i, \quad t_i \leq t < t_i' \leq t_i + T \quad (7)$$

$$f(t) = 0, \quad t_i' \leq t < t_{i+1} \quad (8)$$

t_i' は t_i で学習モードとなってから亡却モードに移る時点を示す。ここで t_i を始点とする移動座標 (θ) を導入する。さらに $f(t)$ も状態とみなすと、モデルおよびコスト関数は新しく導入した座標上ではつぎのように書ける。

$$\dot{z}(\theta) = \bar{A}_1(\theta, \omega) z(\theta), \quad 0 \leq \theta \leq T^* \quad (9)$$

$$z(0) = z(t_i), \quad 0 \leq \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_j < \dots < \theta_M \leq T^* \quad (10)$$

t_i の時点のコスト関数はつぎようになる。

$$J_{i,i,1} = E[\{Y_1(T^*) - z(T^*)\}^T F_1 \{Y_1(T^*) - z(T^*)\} + \int_0^{T^*} \{Y_1(\theta) - z_1(\theta)\}^T \theta_1 \{Y_1(\theta) - z_1(\theta)\} d\theta | F(t_i, 1)] \quad (11)$$

ここで、 θ_j は実時間上では、 $t_i + \theta_j$ に対応する。(10)式は以下に述べる新しい変数を用いるとつぎのように書きかえることができる。

$$J_{i,i,1} = [z^T(\theta) S(\theta, 1) z(\theta) + 2g^T(\theta, 1) z(\theta) + \bar{h}(\theta)]_{\theta=0} \quad (12)$$

ただし、 $S(\theta, \omega)$ は対称行列となり、 $S(\theta, \omega)$, $g(\theta, \omega)$, $h(\theta)$ は次式を満足する。

$$\begin{aligned} \dot{S}(\theta, 1) + \bar{A}_1(\theta, 1) S(\theta, 1) + S(\theta, 1) \bar{A}_1(\theta, 1)^T + Q_1 \\ + \lambda(\theta) \left[\begin{pmatrix} S_{11}(\theta, 0) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - S(\theta, 1) \right] = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{g}(\theta, 1) + \bar{A}_1(\theta, 1)^T g(\theta, 1) - Q_1 Y_1(\theta) \\ + \lambda(\theta) \left[\begin{pmatrix} g_1(\theta, 0) \\ 0 \end{pmatrix} - g(\theta, 1) \right] = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \theta_j \leq \theta < \theta_j + T \\ \left\{ \begin{aligned} S(\theta, 1) &= \begin{pmatrix} S_{11}(\theta, 0) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ g(\theta, 1) &= \begin{pmatrix} g_1(\theta, 0) \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\}_{\theta=\theta_j+T} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}(\theta, 0) + \bar{A}_1(\theta, 0) S(\theta, 0) + S(\theta, 0) \bar{A}_1(\theta, T)^T + Q_1 \\ = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{g}(\theta, 0) + \bar{A}_1(\theta, 0)^T g(\theta, 0) - Q_1 Y_1(\theta) = 0 \\ \theta_j < \theta < \theta_{j+1} \end{aligned} \quad (17)$$

$$h(\theta) + Y_1^T(\theta) Q_1 Y_1(\theta) = 0, \quad 0 \leq \theta \leq T^* \quad (18)$$

$$\begin{aligned} S(\theta_{j+1}, 0) = T_1(\theta_{j+1}, 1) \\ g(\theta_{j+1}, 0) = T_2(\theta_{j+1}, 1) \end{aligned} \quad (19)$$

$$(j=0, 1, 2, \dots, M-1)$$

終端条件

$$\begin{aligned} S(T^*, 0) = F_1 \\ g(T^*, 0) = -Y_1^T(T^*) Q_1 \\ h(T^*) = Y_1(T^*) Q_1 Y_1(T^*) \end{aligned} \quad (20)$$

$J_{i,i,1}$ は f_i に関して2次形式となり、 $S_{22}(\theta, 1)$ の正定性を仮定すると $J_{i,i,1}$ が最小となる練習 f_i はつぎようになる。

$$\begin{aligned} f_i = [S_{22}(\theta, 1)^{-1} \{S_{12}(\theta, 1) x(t_i) + g_2(\theta, 1)\}]_{\theta=0} \\ (i=0, 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (21)$$

f_i には現在の成績のフィードバック部分と、フィードフォワード入力で表わされている。フィードフォワード入力には、(14), (17)式に示されているように現在から見た未来の目標値の情報が含まれている。

Fig. 1 Effect of λ upon the simulation result Fig. 2 Effect of λ upon the simulation result

4. シミュレーションによる検討

各人の学習成績は容易に評価しえないが、定期試験との関連から100点法で表現する。成績は各教科別に考えるのではなく、代表して平均点を成績とみなした2次のモデルを考える。なおここでは簡単のため成績、入力とも規格化して最大値を1としている。そして学生に対して行った、毎日の勉強時間、勉強時間の上限、下限、授業の理解度、忘却の速さなどに関するアンケートの結果と、現場における経験と考察によりパラメータを推定した。その結果はつぎのようである。

$$A(\theta, 1) = \begin{pmatrix} -0.7 & 0.7 \\ 0.006 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A(\theta, 0) = \begin{pmatrix} -0.1 & 0.1 \\ 0 & -0.008 \end{pmatrix}$$

$$B(\theta, 1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B(\theta, 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

以上のシステムに対して、成績 $x(t)$ と実力 $x_p(t)$ の初期値を 0.4 とおいて、毎日の練習を $f(t_i) = 0.2$ ($i=0, 1, 2, \dots, 14$)、練習の持続時間の上限を $T = 0.1$ としてシミュレーションを行う。ただし i は日数の経過を表わすこととし、 $f(t_0)$ は最初の日の練習を表わしている。この時、 $x(t)$ は練習にみあうだけ上昇するが、 $x_p(t)$ は現状維持か、かえって $x_p(t)$ の減少が見られる。つぎに本稿で求めた手法により、現在の学習成績を参照するとともに未来目標値を設定して練習を求める。コスト関数のパラメータは $F=1$, $Q=1$, $R=1$ とおき、練習時間の上限は $T=0.2$ として、予見区間を $T^*=7$ とおき求めた練習とモード変化の起こりやすさを示すパラメータ λ との関係シミュレーションにより求め Fig. 1 に示す。つぎに毎日の練習 $f(t_i)$ ($i=0, 1, 2, \dots, 14$) を用いて $x(t)$, $x_p(t)$ をシミュレーションにより求めた。ただし、不規則に変動する持続時間は一様乱数を発生させて用いた。Fig. 2 に7日目の学習成績 $x(t_7)$ と λ との関係

を求めた。

5. おわりに

本稿において学習者の学習過程を表現するマクロモデルをいくつかの仮定で構成し、学生の学習状態のアンケート結果を考察してモデルのパラメータを推定した。このモデルを計算機によりシミュレーションした。そして、練習時間を同一としても、個人により学習成績が異なってくる場合が多い、練習時間の不規則性、練習計画のたてかたは学習成績に大いに影響を与えるなど、現場において経験的に感じられる事例のいくつかを記述していると思われる興味ある結果を得た。

このモデルを用いて学習の意味を十分に学習者に理解させ、入出力関係を明確にし、学習過程に対する大局的な推察を容易にして、学習者の役割を認識させることにより学習者に自発的な学習行動を生みだすなど“やる気”を起させる動機づけに役立つのではないかと考えられる。

参考文献

- 1) 下村, 織田: 客観的な正誤評価と主観的な自信度評価の統合評価法, 電子通信学会教育技術研究会 (1979, 6)
- 2) 下村, 織田: 学習過程における自己評価の研究, 電子通信学会教育技術研究会 (1977, 3)
- 3) 下村, 織田: 学習目標の把握度の計測と評価, 電子通信学会教育技術研究会 (1978, 4)
- 4) 下村, 織田: 学習者の自己評価と客観評価との統合評価法, 電子通信学会論文集, J 63-A-8, 483/490 (1980, 8)
- 5) 坂元, 木村, 傘田, 島田: 学習意欲開発の方法に関する研究 (2) - 学習意欲育成のための指導行動について, 日本教育工学雑誌, 3-2, 57/70 (1978, 10)
- 6) 藤田広一: 教育情報工学概論, 昭晃堂 (1975)
- 7) R. A. ケンピオン (中村, 北村他訳): 学習とアクティベーション, 誠信書房 (1976)
- 8) 松永, 西村: 確率パラメータ系の予見制御, 第21回自動制御連合講演会 (1978)
- 9) 早勢, 市川: 目標値の未来値を最適に利用する追値制御, 計測自動制御学会論文集, 5-1 (1969)
- 10) 石松, 他: 確率サンプル間隔をもつ最適サンプル値制御, 計測自動制御学会論文集, 14-5 (1978)