未知のむだ時間を有する系に対する適応オブザーバ†

川崎 義則*・岩井 善太**

Adaptive Observer for Systems with Unknown Pure Time Delay

Yoshinori KAWASAKI* and Zenta IWAI**

This paper is concerned with the application of adaptive techniques for simultaneous parameter identification and state estimation to the design of an adaptive observer for systems having unknown pure time delay and parameters.

First, by using the Padé approximation method, we derive a lumped parameter composite system for the time delay system of which time delay element is expressed by a transport-lag type distributed parameter subsystem. Then, Luders-Narendra type adaptive observer is constructed for the composite system which approximates the original time delay system. Stability of thus obtained observer is guaranteed by the Popov's hyperstability theorem and the parameter adjusting laws in this case are given by integral plus proportional terms. Simulation results of a second-order time delay system are presented to demonstrate the effectiveness of the design method proposed here.

1. 緒 言

化学プロセス、経済系、人間—機械系などをはじめ多くの分野で認められるむだ時間の存在は、一般にシステムの設計、解析を著しく困難にするが、無視することのできない重要な問題である。したがって、これまで、むだ時間を含む系に対する安定化¹⁾、最適制御²⁾、無干渉制御³⁾、モデル規範形適応制御⁴⁾などの問題に関心が寄せられ、数多くの研究がなされている。これらの多くは、状態フィードバック制御則を基本とした設計法であり、そこでは全ての状態量が直接利用

できるという仮定のもとに考察がなされている。しかしながら、実際には、何らかの方法により全状態量を、検出可能な状態から求める必要が生じてくる。

むだ時間系の状態観測問題については、これまでにNazaroff ら⁵⁾や池田ら⁶⁾の研究があるが、これらは系のむだ時間分に対応したむだ時間要素を含んだ形式で観測器が構成されるため、むだ時間の値が未知の場合、一般には適用できない。さらに、系内に未知パラメータが含まれる場合には、当然適用できない。一方、未知パラメータの同定と状態量の推定を同時に行うものとして、適応オブザーバが提案されている^{7), 13)}。しかしながら、制御対象にむだ時間要素を含む場合に対する適応オブザーバの構成法については、これまでのところ、まだ得られていないようである¹³⁾。

本論文では、系の状態量の全ては直接検出利用不可能で、かつ状態量に未知むだ時間を有し、同時に系のパラメータも未知であるような線形むだ時間系を考察の対象とし、このような制御対象（厳密には、集中定数部分系と分布定数部分系の結合系として表わされる²⁾）の分布定数部分系を集中定数化近似することにより、制御対象を全体として集中定数近似系として表わしうることに着目する。この結果、未知むだ時間を他の一般の未知パラメータと同様に取り扱える系が得られる。ここでは、このようにして得られた系に対して適応オブザーバを構成する。オブザーバ内のパラメータ同定則については、積分+比例形で構成し、誤差方程式の安定性の証明には、ポポフの超安定定理を用いている。また、本設計法の有用性を示すため、2次の系に対するシミュレーション結果を示している。

2. 問題の記述

いま、考察の対象とする系を、

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 z(t, 1) + b u(t) \quad (1. a)$$

$$\frac{\partial z(t, l)}{\partial t} = -\frac{1}{\tau} \frac{\partial z(t, l)}{\partial l}, \quad l \in [0, 1] \quad (1. b)$$

$$y(t) = c^T x(t) \quad (1. c)$$

† 日本機械学会九州支部大分地方講演会で発表(昭54・5)

第18回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭54・8)

* 有明工業高等専門学校 大牟田市東萩尾町150

** 熊本大学工学部 熊本市黒髪2-39-1

* Ariake Technical College, Ohmuta

** Faculty of Engineering, Kumamoto University, Kumamoto

(Received May 9, 1980)

(Revised February 27, 1981)

なる集中定数部分系と分布定数部分系の結合系として表わしておく^{2),4)}。ここに、 $x(t)$, $u(t)$, $y(t)$ は、それぞれ n 次状態ベクトル、スカラー入力、スカラー出力である。また、分布定数部分系のベクトル $z(t, l)$ は、むだ時間要素内の r 次状態ベクトルであり、(l : 距離変数)

$$z(t, 0) = Dx(t), \quad z(t, 1) = Dx(t - \tau) \quad (2)$$

なる関係があるものとする。 A_0 , A_1 , b , c は未知パラメータを含むそれぞれ $n \times n$, $n \times r$, $n \times 1$, $n \times 1$ 次定数行列であり、 $\tau (> 0)$ は未知むだ時間である。 D は、その成分が 1 または 0 からなる $r \times n$ 次行列である。なお、初期値 $x(0)$ および初期関数 $\varphi(t) = z(0, l)$ は、共に未知であるとする(注1)。

このとき、問題は“(1)式で表わされる制御対象の入力 $u(t)$, 出力 $y(t)$ のみを用いて、未知パラメータを含む A_0 , A_1 , b , c および未知むだ時間 τ の同定と全状態量 $x(t)$ の推定とを、何らかの方法により行うこと”である。

そこで、ここでは、(1. b) 式で表わされる分布定数部分系を、何らかの方法を用いて集中定数系化近似を行うことを考える。この近似により、系(1)は、全体として集中定数近似系となり、しかも、未知むだ時間 τ を他の一般の未知パラメータと同様に扱うという利点が生れ、その結果、これまで提案されている未知パラメータ同定と、未知状態量推定とを同時に行う適応オブザーバが適用可能となるのである。

分布定数系の集中定数系化近似の手法には、1) 差分法、2) 重みつき残差法 (MWR)、3) パーデ近似法などがある。差分法は、 $e^{-\tau s} = \lim_{n \rightarrow \infty} (1/(1 + \tau s/n))^n$ の n を有限値で近似するものであるが、精度維持のためには大きな n を取らねばならず、近似系がきわめて高次元化する。また MWR は熱交換器の特性近似などを始め最近盛んに研究されている方法であり^{9),10)}、重み関数および近似関数の選び方次第によっては少ない近似個数で高精度の近似系を得ることができるが、それらの選択は現在のところ一般には容易でない。さらに、後に示す近似系の正準形式への変換も容易であるとはいえない。

一方、パーデ近似法は、 $e^{-\tau s}$ の無限級数展開 $e^{-\tau s} = 1 - \tau s + (\tau^2/2!)s^2 - (\tau^3/3!)s^3 + \dots$ に対して、有理関数 $H(s)$ を

$$H(s) = T_1(s)/T_2(s) = (b_{pq}s^q + \dots + b_{p1}s + 1)/(a_{pp}s^p + \dots + a_{p1}s + 1) \\ = h_0 + h_1s + h_2s^2 + h_3s^3 + \dots$$

と仮定し、それぞれの右辺の最初の $p+q+1$ 個の展

開係数が一致するように、 $a_{pi}, b_{pj} (i=1, 2, \dots, p; j=1, 2, \dots, q)$ を定めるものであり、差分法に比べ精度がよく、以下に示すように何項までで打切るかを決めれば、各係数が一意に決定できる。また近似合成系の正準形式への変換が、上述の 2 法に比べはるかに簡単であり、さらに、状態変数表示と関連づけての考察も可能である^{9),15)}。以上の理由から、ここでは、パーデ近似法を用いるが、他の 2 法を利用して以後の議論は基本的には可能である。

パーデ近似法によれば、 $z_i(t, 0), z_i(t, 1)$ ($i=1, 2, \dots, r$) を用いて、(1. b) なる偏微分方程式を

$$z_i(s, 1)/z_i(s, 0) = T_1(s)/T_2(s) \quad (3)$$

で近似することができる⁹⁾。なお、(3)式の左辺の i について、右辺の別のパーデ近似を用いてもよいが、 τ 一定であるので、以後、同じパーデ近似を用いるものとする。ここに、 $z_i(s, 1), z_i(s, 0)$ はそれぞれ、 $z_i(t, 1) (=d_i x(t - \tau))$, $z_i(t, 0) (=d_i x(t))$ を t に関してラプラス変換したものを表わし、 $T_1(s), T_2(s)$ は、パーデ近似表から求められる適当な次数をもつ s に関する多項式である。ただし、 $T_1(s)/T_2(s)$ はプロパーなものを選ぶものとする。また d_i は、行列 D の第 i 行ベクトルを示す。

そこで、いま (3) 式を、 $x_{pi}(t) (\in R^m$ ただし、 m はパーデ近似の次数 ($T_2(s)$ の次数) を示す。) なる新たな状態変数を用いて表わせれば

$$\dot{x}_{pi}(t) = A_p x_{pi}(t) + b_p z_i(t, 0) \quad (4. a)$$

$$z_i(t, 1) = c_p^T x_{pi}(t) \quad (4. b)$$

$$z_i(t, 0) = d_i x(t), \quad z_i(t, 1) = d_i x(t - \tau) \quad (4. c) \\ (i=1, 2, \dots, r)$$

を得る。すなわち、 $z_i(t, 1)$ をこの部分系(4)の出力であるとみなすのである。Fig. 1 に 1 例として (2 次)/(3 次) のパーデ近似を示すが、この場合、 A_p, b_p, c_p はつぎのようにして与えられる。いま

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{p1} & -a_{p2} & -a_{p3} \end{bmatrix}, \quad b_p = \begin{bmatrix} b_{p1} \\ b_{p2} \\ b_{p3} \end{bmatrix}, \quad c_p^T = [1 \ 0 \ 0] \quad (5)$$

Fig. 1 Example of Padé approximation

(注1) 初期関数は集中定数系化近似により何らかの形式により集中定数近似系の初期値に帰着される^{9),15)}。

と置けば、(5)式で与えられる係数をもつ系(4)の伝達関数

$$\frac{b_{p1}s^2 + (a_{p3}b_{p1} + b_{p2})s + (a_{p2}b_{p1} + a_{p3}b_{p2} + b_{p3})}{s^3 + a_{p3}s^2 + a_{p2}s + a_{p1}} \quad (6)$$

と、Fig. 1 に示された系(3)の伝達関数との各係数を比較することにより、 $a_{p1}=60/\tau^3$ 、 $a_{p2}=36/\tau^2$ 、 $a_{p3}=9/\tau$ 、 $b_{p1}=3/\tau$ 、 $b_{p2}=-51/\tau^2$ 、 $b_{p3}=411/\tau^3$ なる関係が求められ、(4)式の A_p 、 b_p 、 c_p の各要素が、未知むだ時間 τ を含んだ形式で定められる。このようにして、未知むだ時間 τ を一般の系のパラメータと同様に扱うことが可能となるのである。

そこで、制御対象(1)の代りに、(1. a)、(4)両式を用いた

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{X}(t) + \bar{\mathbf{b}}u(t) \\ y(t) = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{X}(t) \end{cases} \quad (7. a) \quad (7. b)$$

を考える。ここに

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{p1}(t) \\ \vdots \\ x_{pr}(t) \end{bmatrix} \begin{matrix} n \\ mr \end{matrix}, \quad \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \overbrace{A_0}^n & \overbrace{A_1 \bar{\mathbf{c}}_p^T}^{mr} \\ \bar{\mathbf{b}}_p D & \bar{A}_p \end{bmatrix} \begin{matrix} n \\ mr \end{matrix},$$

$$\bar{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{matrix} n \\ mr \end{matrix}, \quad \bar{\mathbf{c}}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{matrix} n \\ mr \end{matrix} = [1 \ 0 \dots 0]$$

である。また

$$\bar{A}_p = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & & A_p \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{b}}_p = \begin{bmatrix} b_p & 0 \\ & \ddots & 0 \\ 0 & & b_p \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{c}}_p^T = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_p^T & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & & \mathbf{c}_p^T \end{bmatrix}$$

である。したがって、系(1)の未知パラメータを含む A_0 、 A_1 、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{c}$ および未知むだ時間 τ の同定と全状態量 $\mathbf{x}(t)$ の推定の問題は、系(7)の $\bar{\mathbf{A}}$ 、 $\bar{\mathbf{b}}$ (A_0 、 A_1 、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{c}$ 、 τ を含む)の同定と状態量 $\mathbf{X}(t)$ ($\mathbf{x}(t)$ を含む)の推定の問題に帰着されることになる。

3. 適応オブザーバの構成

いま、系(7)が、安定かつ完全可制御、完全可観測であると仮定すれば、完全可観測性の仮定より、系(7)は相似変換 $\mathbf{X}(t) = T\mathbf{X}_c(t)$ により、可観測正準形

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_c(t) = A_c\mathbf{X}_c(t) + \mathbf{b}_c u(t) \\ y(t) = \mathbf{c}_c^T\mathbf{X}_c(t) = X_{c1}(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (8. a) \quad (8. b)$$

に変換できる¹¹⁾。

ここに

$$A_c = T^{-1}\bar{A}T = \begin{bmatrix} -\mathbf{a}_c & \cdots & J^T \\ & & \bar{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_c = T^{-1}\bar{\mathbf{b}},$$

$$\mathbf{c}_c^T = T\bar{\mathbf{c}}^T = [1, 0 \dots 0], \quad J^T = [1 \ 1 \dots 1]$$

である。また、

$$\bar{A} = \text{diag}[-\lambda_2, -\lambda_3, \dots, -\lambda_{n+mr}]$$

である。ただし、

$$\lambda_i (> 0) \text{ は、} \lambda_i \neq \lambda_j (i \neq j, i, j = 2, 3, \dots, n+mr)$$

なる任意の定数である。T の決定法については省略する¹¹⁾。この形式の正準形は、つぎに示す適応オブザーバの構成が比較的簡単であり、また誤差方程式の安定判別がきわめて簡単であるという特長がある。この系(8)の表現により、未知パラメータ A_0 、 A_1 、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{c}$ および τ は $\mathbf{a}_c$ 、 $\mathbf{b}_c$ に含まれることになる。

さて、系(8)に対し、つぎの形をした $(n+mr)$ 次の適応オブザーバを構成する。

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{X}}}(t) = K\hat{\mathbf{X}}(t) + (\mathbf{k} - \hat{\mathbf{a}}(t))y(t) + \hat{\mathbf{b}}(t)u(t) + \mathbf{w}(t) \\ \hat{y}(t) = \mathbf{c}_c^T\hat{\mathbf{X}}(t) = \hat{X}_1(t) \end{cases} \quad (9. a) \quad (9. b)$$

ここに

$$K = \begin{bmatrix} -\mathbf{k} & J^T \\ & \bar{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 \neq \lambda_j (j = 2, 3, \dots, n+mr)$$

であり、 $\hat{\mathbf{a}}(t)$ 、 $\hat{\mathbf{b}}(t)$ は、それぞれ未知パラメータベクトル $\mathbf{a}_c$ 、 $\mathbf{b}_c$ を同定すべき可変パラメータベクトルである。また、 $\mathbf{w}(t)$ は、つぎに示す誤差方程式の安定性を保証するためにオブザーバに加えられる安定化フィードバック信号である。

いま、誤差 $\mathbf{e}(t)$ を、 $\mathbf{e}(t) = \hat{\mathbf{X}}(t) - \mathbf{X}_c(t)$ で定義すれば、(8)、(9)両式より、つぎの誤差方程式を得る。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}(t) = K\mathbf{e}(t) + \phi^1(t)y(t) + \phi^2(t)u(t) + \mathbf{w}(t) \\ e_1(t) = \mathbf{c}_c^T\mathbf{e}(t) \end{cases} \quad (10. a) \quad (10. b)$$

ここに

$$\phi^1(t) = \mathbf{a}_c - \hat{\mathbf{a}}(t), \quad \phi^2(t) = \hat{\mathbf{b}}(t) - \mathbf{b}_c \quad (11)$$

である。したがって、前述の目的は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = \mathbf{0}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{a}}(t) = \mathbf{a}_c, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{b}}(t) = \mathbf{b}_c \quad (12)$$

のように言い変えることができる。そのために、いま

$$\mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ \vdots \\ w_2(t) \\ \vdots \\ w_{n+mr}(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{w}}(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{w}}(t) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -(\bar{\mathbf{v}}^1(t))^T \bar{A}_1 \bar{\mathbf{v}}^1(t) e_1(t) - (\bar{\mathbf{v}}^2(t))^T \bar{A}_2 \bar{\mathbf{v}}^2(t) e_1(t) \\ \vdots \\ \bar{V}^1(t) p \{ \bar{\phi}^1(t) + \bar{A}_1 \bar{\mathbf{v}}^1(t) e_1(t) \} + y(t) \bar{A}_1 \bar{\mathbf{v}}^1(t) e_1(t) \\ \vdots \\ \bar{V}^{+2}(t) p \{ \bar{\phi}^2(t) + \bar{A}_2 \bar{\mathbf{v}}^2(t) e_1(t) \} + u(t) \bar{A}_2 \bar{\mathbf{v}}^2(t) e_1(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

と選ぶ ($p \triangleq d/dt$)。ここに、 $\mathbf{v}^1(t)$ 、 $\mathbf{v}^2(t)$ は、検出可能な入、出力 $u(t)$ 、 $y(t)$ のみを用いて得られる補助信号

である。

$$\mathbf{v}^1(t) = \begin{bmatrix} v_1^1(t) \\ \vdots \\ v_{n+mr}^1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1^1(t) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{v}}^1(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}^2(t) = \begin{bmatrix} v_1^2(t) \\ \vdots \\ v_{n+mr}^2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1^2(t) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{v}}^2(t) \end{bmatrix},$$

$$v_1^1(t) = y(t), v_i^1(t) = \left[\frac{1}{p + \lambda_i} \right] y(t),$$

$$v_1^2(t) = u(t), v_i^2(t) = \left[\frac{1}{p + \lambda_i} \right] u(t) \\ (i=2, 3, \dots, n+mr)$$

また,

$$\underline{\mathbf{V}}^1(t) = \text{diag}[v_2^1(t), v_3^1(t), \dots, v_{n+mr}^1(t)],$$

$$\underline{\mathbf{V}}^2(t) = \text{diag}[v_2^2(t), v_3^2(t), \dots, v_{n+mr}^2(t)],$$

$$\underline{\Delta}_1 = \text{diag}[\lambda_{11}, \lambda_{12}, \dots, \lambda_{1, n+mr}] = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \underline{\Delta}_1 \end{bmatrix},$$

$$\underline{\Delta}_2 = \text{diag}[\lambda_{21}, \lambda_{22}, \dots, \lambda_{2, n+mr}] = \begin{bmatrix} \lambda_{21} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \underline{\Delta}_2 \end{bmatrix},$$

$$\lambda_{ij} \geq 0 (i, j=1, 2, \dots, n+mr)$$

$$\boldsymbol{\phi}^1(t) = \begin{bmatrix} \phi_1^1(t) \\ \vdots \\ \phi_{n+mr}^1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1^1(t) \\ \vdots \\ \bar{\boldsymbol{\phi}}^1(t) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\phi}^2(t) = \begin{bmatrix} \phi_1^2(t) \\ \vdots \\ \phi_{n+mr}^2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1^2(t) \\ \vdots \\ \bar{\boldsymbol{\phi}}^2(t) \end{bmatrix}$$

である。また、パラメータ同定則として

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1(t) = -\int_0^t \Gamma_1 \mathbf{v}^1(\tau) e_1(\tau) d\tau - \underline{\Delta}_1 \mathbf{v}^1(t) e_1(t) + \boldsymbol{\phi}^1(0) \\ \dot{\boldsymbol{\phi}}^2(t) = -\int_0^t \Gamma_2 \mathbf{v}^2(\tau) e_1(\tau) d\tau - \underline{\Delta}_2 \mathbf{v}^2(t) e_1(t) + \boldsymbol{\phi}^2(0) \end{cases} \quad (14. a)$$

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1(t) = -\int_0^t \Gamma_1 \mathbf{v}^1(\tau) e_1(\tau) d\tau - \underline{\Delta}_1 \mathbf{v}^1(t) e_1(t) + \boldsymbol{\phi}^1(0) \\ \dot{\boldsymbol{\phi}}^2(t) = -\int_0^t \Gamma_2 \mathbf{v}^2(\tau) e_1(\tau) d\tau - \underline{\Delta}_2 \mathbf{v}^2(t) e_1(t) + \boldsymbol{\phi}^2(0) \end{cases} \quad (14. b)$$

を選ぶ。すなわち、積分+比例型で構成されている。

ここで、(14)式の右辺第2項(比例項)は、系(10)の安定性の保証のためには必ずしも必要でないが、 $\underline{\Delta}_i (i=1, 2)$ を適当に定めることにより、適応オブザーバの応答特性(収束速度)の改善を図るものである^{12), 13)}。

ここに,

$$\Gamma_1 = \text{diag}[\gamma_{11}, \gamma_{12}, \dots, \gamma_{1, n+mr}] = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \underline{\Gamma}_1 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_2 = \text{diag}[\gamma_{21}, \gamma_{22}, \dots, \gamma_{2, n+mr}] = \begin{bmatrix} \gamma_{21} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \underline{\Gamma}_2 \end{bmatrix},$$

$$\gamma_{ij} > 0 (i, j=1, 2, \dots, n+mr)$$

である。いま、(13)式を(10)式に代入して $\bar{\mathbf{e}}(t)$ を求めれば

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= \underline{\Lambda} \bar{\mathbf{e}}(t) + y(t) \underline{\bar{\boldsymbol{\phi}}}^1(t) + \underline{\mathbf{V}}^1(t) \dot{\bar{\boldsymbol{\phi}}}^1(t) \\ &\quad + y(t) \underline{\bar{\Delta}}_1 \bar{\mathbf{v}}^1(t) e_1(t) + \underline{\mathbf{V}}^1(t) p \{ \underline{\bar{\Delta}}_1 \bar{\mathbf{v}}^1(t) e_1(t) \} \\ &\quad + u(t) \underline{\bar{\boldsymbol{\phi}}}^2(t) + \underline{\mathbf{V}}^2(t) \dot{\bar{\boldsymbol{\phi}}}^2(t) + u(t) \underline{\bar{\Delta}}_2 \bar{\mathbf{v}}^2(t) e_1(t) \\ &\quad + \underline{\mathbf{V}}^2(t) p \{ \underline{\bar{\Delta}}_2 \bar{\mathbf{v}}^2(t) e_1(t) \} \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{e}}(t) &= \underline{\mathbf{V}}^1(t) \bar{\boldsymbol{\phi}}^1(t) + \underline{\mathbf{V}}^1(t) \underline{\bar{\Delta}}_1 \bar{\mathbf{v}}^1(t) e_1(t) + \underline{\mathbf{V}}^2(t) \bar{\boldsymbol{\phi}}^2(t) \\ &\quad + \underline{\mathbf{V}}^2(t) \underline{\bar{\Delta}}_2 \bar{\mathbf{v}}^2(t) e_1(t) + \exp(\underline{\Lambda} t) \bar{\mathbf{e}}(0) \end{aligned} \quad (15)$$

を得る。ここに、 $\mathbf{e}(t) = [e_1(t), \bar{\mathbf{e}}(t)^T]^T$ である。一方、 $e_1(t)$ については

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= -\lambda_1 e_1(t) + J^T \bar{\mathbf{e}}(t) + \phi_1^1(t) y(t) + \phi_1^2(t) u(t) \\ &\quad - (\bar{\mathbf{v}}^1(t))^T \underline{\bar{\Delta}}_1 \bar{\mathbf{v}}^1(t) e_1(t) - (\bar{\mathbf{v}}^2(t))^T \underline{\bar{\Delta}}_2 \bar{\mathbf{v}}^2(t) e_1(t) \end{aligned} \quad (16)$$

である。そこで、(15)式を(16)式に代入すれば

$$\dot{e}_1(t) = -\lambda_1 e_1(t) + f(t) \quad (17)$$

を得る。ここに

$$\begin{aligned} f(t) &= \phi_1^1(t) y(t) + (\bar{\mathbf{v}}^1(t))^T \bar{\boldsymbol{\phi}}^1(t) + \phi_1^2(t) u(t) \\ &\quad + (\bar{\mathbf{v}}^2(t))^T \bar{\boldsymbol{\phi}}^2(t) + J^T \exp(\underline{\Lambda} t) \bar{\mathbf{e}}(0) \end{aligned} \quad (18)$$

である。

さて、ポポフの超安定定理によれば、系(17)について

$$i) \quad I(0, t_1) = \int_0^{t_1} e_1(t) f(t) dt \leq \kappa + \delta \sup_{0 \leq t \leq t_1} |e_1(t)|, \quad \forall t_1 \quad (19)$$

ここに、 κ は任意の正の実数、 δ は初期値のみに依存した正の実数である。

ii) $f(t)$ から $e_1(t)$ にいたる伝達関数 $G(s) = 1/(s + \lambda_1)$ が強正実、すなわち、 $\text{Re}\{G(j\omega)\} > 0, \forall \omega$ 。

が成り立てば、誤差方程式(17)式の大域漸近安定性が保証される。

この場合、i)は、パラメータ同定則を(14)式で与えることで¹⁶⁾、ii)については、 $\lambda_1 > 0$ と選ぶことで、それぞれ満足される。よって、 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$ がいえる。

また、 $e_1(t) \equiv 0$ なるとき、 $\boldsymbol{\phi}^1(t) = \mathbf{0}$ 、 $\boldsymbol{\phi}^2(t) = \mathbf{0}$ なことがいえるためには、入力 $u(t)$ が sufficiently richであればよい^{12), 13)}。したがって、(15)式から、 $e_1(t) \equiv 0$ 、 $\boldsymbol{\phi}^1(t) \equiv \mathbf{0}$ 、 $\boldsymbol{\phi}^2(t) \equiv \mathbf{0}$ のとき $\bar{\mathbf{e}}(t) \equiv \mathbf{0}$ がいえることから、誤差方程式(10)式の安定性が保証され、(12)式が成り立つことが示される。

以上のことから、適応オブザーバにより、系(8)の状態量 $\mathbf{X}_c(t)$ の推定値として $\hat{\mathbf{X}}(t)$ 、パラメータ $\mathbf{a}_c$ 、 $\mathbf{b}_c$ (τ はこれらに含まれる)の同定値として $\hat{\mathbf{a}}$ 、 $\hat{\mathbf{b}}$ が

それぞれ得られる。

したがって、最終的には、相似変換を考慮することにより、原系(7)の状態推定値 $\hat{\mathbf{X}}^*(t) (= T\hat{\mathbf{X}}(t))$, およびパラメータ同定値

$$\hat{\mathbf{A}} (= T\hat{\mathbf{A}}_e T^{-1} = T \begin{bmatrix} -\hat{\mathbf{a}} & \dots & \hat{\mathbf{a}}^T \\ \hat{\mathbf{A}} \end{bmatrix} T^{-1}), \quad \hat{\mathbf{b}} (= T\hat{\mathbf{b}})$$

($\hat{\mathbf{a}}$ はこれらに含まれる) を得ることができる。

4. 例 題

上述の適応オブザーバ構成の適用例として、2次の系で、 $x_2(t)$ に未知むだ時間が含まれる場合

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_1 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} z_1(t, 1) + \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (20. a)$$

$$\partial z_1(t, l) / \partial t = -(1/\tau) \partial z_1(t, l) / \partial l, \quad l \in [0, 1] \quad (20. b)$$

$$y(t) = x_1(t) \quad (20. c)$$

$$z_1(t, 0) = x_2(t), \quad z_1(t, 1) = x_2(t - \tau) \quad (21)$$

を考える。ここに、 α_1, α_2 は未知パラメータ、 τ は未知むだ時間であり、その真値は、 $\alpha_1=10, \alpha_2=1, \tau=0.5$ である。また、初期値および初期関数は、それぞれ、 $x_1(0)=0, x_2(0)=0, \varphi_1(t)=0, \varphi_2(t)=0, t \in [-0.5, 0]$ であるとする。いま、パーデ近似を(2次/3次)で選べば、(7)式に対応する式は

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_{p2^1}(t) \\ \dot{x}_{p2^2}(t) \\ \dot{x}_{p2^3}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3/\tau & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -51/\tau^2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 411/\tau^3 & -60/\tau^3 & -36/\tau^2 & -9/\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_{p2^1}(t) \\ x_{p2^2}(t) \\ x_{p2^3}(t) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (22. a)$$

$$y(t) = x_1(t) \quad (22. b)$$

である。この近似系(22)は安定で、完全可制御かつ完全可観測である。適応オブザーバは

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \\ \dot{\hat{x}}_3(t) \\ \dot{\hat{x}}_4(t) \\ \dot{\hat{x}}_5(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -\lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{x}_3(t) \\ \hat{x}_4(t) \\ \hat{x}_5(t) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \lambda_1 - \hat{a}_1(t) \\ -\hat{a}_2(t) \\ -\hat{a}_3(t) \\ -\hat{a}_4(t) \\ -\hat{a}_5(t) \end{bmatrix} y(t) + \begin{bmatrix} \hat{b}_1(t) \\ \hat{b}_2(t) \\ \hat{b}_3(t) \\ \hat{b}_4(t) \\ \hat{b}_5(t) \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} w_1(t) \\ \vdots \\ \bar{w}(t) \end{bmatrix} \quad (23)$$

である。補助信号、安定化フィードバック信号はそれぞれ

$$v_1^1(t) = y(t), \quad v_1^1(t) = \left\{ \frac{1}{p + \lambda_1} \right\} y(t),$$

$$v_1^2(t) = u(t), \quad v_1^2(t) = \left\{ \frac{1}{p + \lambda_1} \right\} u(t),$$

$$w_1(t) = - \sum_{j=2}^5 \{ \lambda_{1j} (v_j^1(t))^2 + \lambda_{2j} (v_j^2(t))^2 \} e_1(t),$$

$$w_i(t) = -(\gamma_{1i} v_i^1(t) - \lambda_{1i} y(t)) v_i^1(t) e_1(t) \\ - (\gamma_{2i} v_i^2(t) - \lambda_{2i} u(t)) v_i^2(t) e_1(t)$$

$$i=2, 3, 4, 5$$

であり、パラメータ同定則は

$$\hat{a}_i(t) = \gamma_{1i} v_i^1(t) e_1(t) + p \{ \lambda_{1i} v_i^1(t) e_1(t) \},$$

$$\hat{b}_i(t) = -\gamma_{2i} v_i^2(t) e_1(t) - p \{ \lambda_{2i} v_i^2(t) e_1(t) \},$$

$$i=1, 2, \dots, 5$$

である。Fig. 2 に、適応オブザーバによる、未知パラメータ α_1, α_2 および未知むだ時間 τ の同定経過を示している。ここに、未知むだ時間、および未知パラメータの推定値、 $\hat{\tau}(t), \hat{\alpha}_1(t), \hat{\alpha}_2(t)$ は、相似変換を考慮して、つぎの関係

$$\hat{\tau}(t) = 9 / (\hat{a}_1(t) + 4)$$

$$\hat{\alpha}_1(t) =$$

$$\frac{(-\hat{a}_2(t) + 23.625)\hat{\tau}(t)^3 - 155.25\hat{\tau}(t)^2 + 360\hat{\tau}(t) - 540}{4.5\hat{\tau}(t)^3 - 27\hat{\tau}(t)^2 + 72\hat{\tau}(t) - 80}$$

$$\hat{\alpha}_2(t) = \hat{b}_1(t)$$

から得られる。

一方、状態量 ((20. a) 式) の推定値 $\hat{x}_1^*(t), \hat{x}_2^*(t)$ は $\hat{x}_1^*(t) = \hat{x}_1(t)$

$$\hat{x}_2^*(t) = (1/\hat{a}_1(t)) \left\{ (9/\hat{\tau}(t) - 4) \hat{x}_1(t) - \sum_{i=2}^5 \hat{x}_i(t) \right\}$$

より得ることができる。(真値: $\alpha_1=10, \alpha_2=1, \tau=0.5$) ただし、パラメータ λ_i は、 $\lambda_1=1.2, \lambda_2=1.5, \lambda_3=2.0, \lambda_4=2.5, \lambda_5=3.0$ であり、同定ゲインは、 $\gamma_{11}=10, \gamma_{12}=100, \gamma_{13}=200, \gamma_{14}=500, \gamma_{15}=300, \gamma_{21}=0.3, \gamma_{22}=500, \gamma_{23}=500, \gamma_{24}=500, \gamma_{25}=100$ である、図より、同定則の比例項の使用による同定の収束性の改善効果が確められる。ただし、比例項のゲインは積分項の8%としている。 $(\lambda_{ij}/\gamma_{ij}=0.08, i=1, 2, j=1, 2, \dots, 5)$ この場合の状態観測誤差を Fig. 3 に示している。 $(e_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i^*(t), i=1, 2)$ なお、ここでは、(2次/3次)のパーデ近似を用いているが、この選定を変えれば、当然同定精度に変化をきたすことになる。しかし、その場合、近似系(本例では(22)式)そのもののシステム構造が変わるため、対応する適応オブザーバも変わり、それに応じてパラメータ λ_i およびパラメータ同定ゲイン $\lambda_{ij}, \gamma_{ij}$ などを変えねばならず、

Fig. 2 Identification of parameters

input: $U(t) = 2.5 \sin 0.65t + 0.5 \sin 3.3t + 0.4 \sin 4.7t + 0.2 \sin 5.3t$

---- only integral type parameter adaptation
 — integral-plus-proportional type parameter adaptation

パーデ近似の次数の変化のみによる純粋な同定精度の変化、すなわち適応性能の是非を論じることができないので、ここでは、(2次/3次)近似のみについてしか示していない。MWRについて若干の考察が行われているように¹⁰⁾、パーデ近似そのものについても、むだ時間要素部分にパーデ近似手法が用いられた閉ループ系の設計における近似精度の評価の問題について、別に考察することが必要であると思われる。なお、参考のために、本例について、(20)式において、 $\alpha_1=10$ 、 $\alpha_2=1$ 、 $\tau=0.5$ と置いた場合の原系に対する差分法およびパーデ近似法による近似系の出力応答誤差(ただし、入力として、適応オブザーバ駆動のために用いたものと同じ入力を印加した場合)を Fig. 4 に示すが、これより、パーデ近似 2/3 次が、この場合にはよい近似を与えることがわかる。

5. 結 言

本報告では、系の全状態量が検出不可能で、未知のむだ時間を有し、同時に系のパラメータも未知であるような線形むだ時間系を考察の対象とした。まず、分布定数系であるむだ時間部分系の集中定数系化近似を行い、全体として集中定数近似系を得た。集中定数系化近似手法のうち、ここでは、パーデ近似手法を用いた。この近似手法により、未知のむだ時間が他の一般のパラメータと同様に取り扱える点に注目し、つぎに

Fig. 3 Observation errors of state variables

Fig. 4 Approximation errors

この近似系に対して、適応オブザーバを構成した。その誤差方程式の安定性の証明には、ポポフの超安定定理を用い、パラメータ同定則については、積分+比例形を用いた。なお、ここでは、近似系の minimal 表現に対して適応オブザーバを構成したが nonminimal 表現によれば、設計において $(n+mr-1)$ 個の積分器を減らすことができる¹³⁾。また、本報告では、1入力1出力をもち、かつ状態量に未知むだ時間を含む系について考えたが、多入力多出力系¹²⁾、また操作量に未知むだ時間をもつ系に対しても、本手法の設計は基本的には可能である。なお、本近似手法を用いたモデル規範形適応制御の問題については、別に報告がある¹⁴⁾。

終りに、本報告で用いた適応オブザーバには、誤差方程式の収束性改善のための設計パラメータの選定という問題が含まれているため¹³⁾、今後は、この問題を改善するものとして提案されている Kreisselmeier タイプや¹⁷⁾、減衰度指定タイプ¹⁸⁾の適応オブザーバなどを適用することにより、本手法をさらに実用的なものにする努力が必要であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 池田雅夫, 太田順: むだ時間のある線形システムの安定化, 計測自動制御学会論文集, **12-6**, 637/641 (1976)
- 2) 示村悦二郎: むだ時間を含む系の最適制御, 計測と制御 **8-8**, 526/536 (1969)
- 3) Z. Iwai, D.E. Seborg, D.G. Fisher and N. Kobayashi: Decoupling of Linear Time-varying Systems with Time Delays in the Control Variables or State Variables, Int. J. Control, **28-6**, 869/888 (1978)
- 4) 田沼正也: 輸送おくれを含む線形系のモデル規範形適応

- 制御系, 計測自動制御学会論文集, **15-4**, 458/465(1979)
- 5) G.A. Hewer and G.J. Nazarov: Observer Theory for Delayed Differential Equations, *Int. J. Control*, **18-1**, 1/7 (1973)
 - 6) 池田雅夫, 村上憲司, 羽田勇: 線形むだ時間システムに対する観測器, 計測自動制御学会論文集, **14-3**, 217/222 (1978)
 - 7) K.S. Narendra and P. Kudva: Stable Adaptive Schemes for System Identification and Control-Part II, *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, **SMC-4-6**, 552/560 (1974)
 - 8) 田川遼三郎: むだ時間特性の状態変数, 第 6 回 SICE 学術講演会予稿集, 153/154 (1967)
 - 9) 嘉納秀明: 重みつき残差法による分布系熱交換器の近似, 計測自動制御学会論文集, **12-6**, 632/636 (1976)
 - 10) 藤川英司: 重みつき残差法の適用によるむだ時間系の集中定数系近似, 計測自動制御学会論文集, **15-5**, 609/615 (1979)
 - 11) G. Lüders and K.S. Narendra: An Adaptive Observer and Identifier for a Linear System, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **AC-18-5**, 496/499 (1973)
 - 12) P.N. Nikiforuk, H. Ohta and M.M. Gupta: Adaptive Observer and Identifier Design for Multi-Input Multi-Output Systems, *Multivariable Technological Systems*, Edited by D.P. Atherton, IFAC 1977, 189/196 (1977)
 - 13) 鈴木 隆: 適応観測器, 計測と制御, **19-2**, 195/205 (1980)
 - 14) 真野和生, 岩井善太, 若宮龍市, 吉村隆之: 未知のむだ時間を含む系に対するモデル規範形適応制御, 第 18 回 SICE 学術講演会予稿集, 463/464 (1979)
 - 15) 川崎義則, 岩井善太: 線形むだ時間系の集中定数系近似について, 有明工業高等専門学校紀要, 16, 89/95(1980)
 - 16) 鈴木 隆, 高島誠二: 超安定離散時間モデル規範形適応制御系の設計, 計測自動制御学会論文集, **13-5**, 433/438 (1977)
 - 17) G. Kreisselmeier: Adaptive Observers with Exponential Rate of Convergence, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **AC-22-1**, 2/8 (1977)
 - 18) 真野和生, 岩井善太, 井上 昭, 川崎義則: 指数減衰度を指定した適応オブザーバ, 第 23 回自動制御連合講演会前刷, 101/102 (1980)