遊脚期における大腿義足の運動を表現する数学モデル[†]

成 清 辰 生*・伊 藤 正 美*

A Mathematical Model for the Swing Phase Dynamics of the Above-Knee Prosthesis

Tatsuo NARIKIYO* and Masami ITO*

In this paper is proposed a mathematical model for simulating the swing phase dynamics of an above-knee prosthesis. The mathematical model of the knee-joint mechanism which can prevent hyperextension and hyperbending is presented by a pseudo potential function. The validity of the model is verified by the comparison of the simulation results with the observed data of human walking. It is revealed from the simulation results that the motions of the above-knee prosthesis during the swing phase of normal walking are primarily determined by the initial velocity of the prosthesis rather than hip torque. The proposed model will be used to check the goodness of above-knee prosthesis to be designed.

1. ま え が き

義足は、人間の下肢機能を機械的に代行するものである。その主たる働きは、体を支持し、移動させることにある。理想的には、人間の足とまったく同じ動きをすることが要求されている。しかし、現実には、障害者にとって、義足は、体の一部ではないため、義足の運動は、障害者に大きな負担を課している。したがって、失われた下肢に対して、効果的な義足は、より少ない負担で、より人間の足に近い動きをする必要がある。このような義足を設計するために、多くの義足研究が行われてきた。これらの研究では、①アライメント、②ソケットフィッティング、③膝関節機構の開発、改良、④足関節機構の開発、改良、⑤股関節機構の開発、改良に重点が置かれ、機構的な開発研究が主流を占めていた¹⁾。特に最近では、膝関節の開発、

制御に関する研究が盛んである。Radcliffe²⁾(1976)は、4本の棒からなる膝関節機構を開発し、空気シリンダーによる膝関節の制御を行った。Flowers³⁾(1977)は、膝関節に駆動装置をもち、それを計算機によって制御するシステムを開発した。ほかにも、運動機構部に対する改良や新規考案に重点を置いた研究が数多くみられる。また一方では、生体と義足の情報交換を可能にすることによって、膝や足首の制御を行おうとする試みもある¹⁴⁾。これらの研究の主眼は、筋電信号や足部と床の接触圧力を利用した感覚フィードバックを有する義足の開発である。そのため、リンク機構としての義足のもつ力学的特徴に対する考慮が不足している。現実には使用されている義足の基本的構造は、受動的なリンク機構であるため、運動機構部に重点を置いた研究は、義足の実用性との間にギャップを生じさせるおそれがある。また義足を受動的なリンク機構の力学系とみなしたとき、その物理的パラメータとリンクの振動特性に関する考察も不十分である。このことから、リンク系の力学的解析を基盤とする義足研究の必要性が認められる。

義足の力学的解析という目的では、歩行解析から種類の有益な示唆を得ることができる^{4)~6)}。Maillardet⁴⁾は、遊脚のみを2リンクの剛体リンクで置き換えて、力学的な解析を行った。人間の足を2リンクで近似して、その振動特性に注目して解析を行った唯一の例である。ほかにも、ロボットなどへの応用を目的とした歩行解析の研究が数多くある^{7)~10)}。一般に、歩行解析において、人間の体を剛体リンクとみなすことは、義足を剛体リンクで表現することと本質的な差はない。しかし、歩行解析では、モデルが、必然的に多リンク系になることから、解析の煩雑さを避けるために、線形近似を行っている。そのため、リンク機構に特有の非線形項の影響は、無視されている。また、ロボットなどへの応用を目的とした場合には、各関節トルクを

[†] 第22回自動制御連合講演会で発表(昭54・10)

* 名古屋大学工学部 名古屋千種区不老町

* Faculty of Engineering, Nagoya University, Nagoya
(Received June 16, 1980)
(Revised March 24, 1981)

任意に操作できると仮定するが、膝関節、足関節に駆動装置をもたない義足の剛体リンクモデルに対しては、この仮定は、不適当である。したがって、義足のモデルとしては、駆動装置をもたない受動的なリンク機構を考慮する必要がある。

本稿は、義足の基本的特性を受動的なリンク機構と考える立場から、遊脚期における義足の運動の力学的解析を行い、シミュレーション結果に基づいて、遊脚期の運動を決定づける要因を考察したものである。

本論文では、まず 2 章で、義足の基本モデルとして、2 リンクの剛体リンクモデルを与える。そして、3 章で、非線形性を考慮に入れて、リンク系の振動特性を検討し、それに基づいて、遊脚モードの動作条件を検討する。さらに、4 章で、実際の義足で装着されている膝関節における過伸展、過屈曲防止用のストッパー、バネ、ダンパーの数学モデルとして、新たに井戸形ポテンシャルを提案する。このポテンシャル関数の特性は、非線形バネ、ストッパーなどを装備した義足の一般的特性を関数形でコンパクトに表現したものである。これを 2 章で与えたリンクモデルに組込むことによって、義足の数学モデルを得る。5 章では、その数学モデルのシミュレーションを行い、義足の遊脚の運動に対する各パラメータの果たす役割を調べ、義足と人間の遊脚の運動の相似性について検討する。その結果、定常歩行時の遊脚の運動を決定づける要因としては、股関節トルクよりも、初期条件、特に初速度のほうが大きいことが判明した。本論文の検討結果は、義足の設計、特に、膝関節の設計資料として役立つものと考えられる。

2. モデルの概要

人間の脚の場合と同様に、義足を 1 リンク、2 リンクの剛体リンクで置き換えても、義足の構造的特徴を損うことはない。ここでは、遊脚のみを考察するために、2 リンクモデルに限定して、議論を進める。

Fig. 1 2 Links model of above-knee prosthesis

Fig. 1 は、義足の 2 リンクモデルの概略を示した図である。座標 $OXYZ$ は、固定座標系で、原点 O は、人間の股関節に対応している。人間の歩行では、この O 点は、ある運動を行っているが、遊脚期における義足の運動を特徴的に表現するモデルとしては、後に述べるように O 点を固定して考えれば十分である¹³⁾。このモデルは、 XY 平面のみを動くことができると仮定すれば、一般化座標として、それぞれのリンクの慣性主軸の長軸と鉛直軸のなす角 θ_1, θ_2 を採用する。各関節には、トルク M_0 (股関節)、 M_K (膝関節) を仮定するが、義足の一般性から、 $M_K=0$ とする必要がある。この点に関して、人間の剛体リンクモデルによる歩行解析との相異が見られる。さらに、外力 M_0 (股関節トルク) を $M_0=F\cos\omega t$ の周期関数で与えると、モデルの運動方程式は、つぎのように記述できる。ただし、各関節軸の摩擦は、この段階では、考えないことにする。

$$A\ddot{\theta} + B\dot{\theta}^2 + C\sin\theta = \bar{u} \quad (1)$$

$$\dot{\theta} = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)^T, \quad \ddot{\theta} = (\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2)^T,$$

$$\sin\theta = (\sin\theta_1, \sin\theta_2)^T, \quad \bar{u} = (F\cos\omega t, 0)^T$$

$$A = \begin{bmatrix} I_1 + m_1 h_1^2 + m_2 L^2 & m_2 h_2 L \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ m_2 h_2 L \cos(\theta_1 - \theta_2) & I_2 + m_2 h_2^2 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & m_2 h_3 L \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ -m_2 h_2 L \sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} (m_1 h_1 + m_2 L)g & 0 \\ 0 & m_2 h_2 g \end{bmatrix}$$

3. 2 リンクモデルの固有振動と歩行の遊脚モード

ここでは、(1)式に示した 2 リンクモデルが、固有にもつ振動特性と、人間の遊脚モードとを比較検討し、義足の 2 リンクモデルが人間の遊脚の動作を満足するための条件を求める。

3.1 モデルの振動特性

線形化された 2 重振子などの振動特性はよく知られている¹⁴⁾が、非線形項を含む場合の一般的な解析はない。ここでは、(1)式を 3 次の非線形項までを含む形に近似し、その周波数応答をダフィングの手法で解析した。まず(1)式において、 $\sin\theta_i = \theta_i$, $\cos\theta_i = 1$ ($i=1, 2$), $\sin(\theta_1 - \theta_2) = \theta_1 - \theta_2$, $\cos(\theta_1 - \theta_2) = 1$ と置き、つぎの非線形方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\theta_1 - \theta_2)\dot{\theta}_1^2 \\ (\theta_1 - \theta_2)\dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C/D \\ -B/D \end{bmatrix} F \cos\omega t \quad (2)$$

ここで

Fig. 2 Frequency response for non-linear equation

$$\begin{aligned}
 A &= I_1 + m_1 h_1^2 + m_2 L^2, \quad B = m_2 h_2 L, \\
 C &= I_2 + m_2 h_2^2, \quad D = AC - B^2 \\
 B_{11} &= B^2/D, \quad B_{12} = BC/D, \quad B_{21} = -AB/D, \\
 B_{22} &= -B^2/D, \quad C_{11} = \frac{C}{D} \cdot (m_1 h_1 + m_2 L)g \\
 C_{12} &= -B/D \cdot m_2 g h_2, \quad C_{21} = -\frac{B}{D} \cdot (m_1 h_1 + m_2 L)g, \\
 C_{22} &= \frac{A}{D} \cdot m_2 g h_2
 \end{aligned}$$

を得る。

この近似式(2)の周波数応答曲線を求めると Fig. 2 を得る。Fig. 2 は、ダフニングの手法によって得られた次式の解 θ_1 θ_2 をプロットしたものである¹⁵⁾。

$$\omega_2 \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \varepsilon \omega_2 \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\theta_1 - \theta_2) \theta_1^2 \\ (\theta_1 - \theta_2) \theta_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C/D \\ -B/D \end{bmatrix} F$$

ここで ε は、非線形項に対する重みと考えることができる量で、何ら物理的な量と対応するものではない。Fig. 2 で示した曲線は、 $\varepsilon = 0.01$ 付近で得られたものである。実線は第1リンクの振幅 θ_1 、破線は第2リンクの振幅 θ_2 を表わしている。この図からわかるように、線形方程式の周波数応答に対して、共振周波数付近での応答に著しい非線形性がみられる。まず第1に、共振周波数付近の曲線が大きく右へ傾き、ジャンプ現象が起きている。第2に、傾きの大きさが、第1共振周波数と、第2共振周波数では、大きく異なっている。この二つの現象は、系の非線形性、すなわち、速度の2乗の項に依存している。容易に考察されるように、周波数が大きくなって、速度の大きさが増せば、それだけ非線形項の影響も大きくなる。そのため、周波数が高くなるほど、共振曲線の傾倒が大きくなっている。一方、それぞれのリンクの振動における位相の動きは、線形の場合と、ほとんど等しくなる。以上の結果から、リンク系の非線形性についてつぎのことがいえる。(2)式に示すような3次の非線形項をもつ方程式においては、高い周波数の領域では、共振曲線の傾倒によって、共振現象の実現が困難になる。

特に、実際のリンク構造の物理系においては、各ジョイントに、たとえわずかでも、摩擦が存在する。この摩擦によって、2リンク系では、第2共振点付近の共振現象は、ほとんど消滅する。したがって、定常状態における強制振動は、線形と非線形の場合では、著しく異なっていることがわかる。このことは、非線形系である2—リンク系においては、第2共振周波数付近での共振を利用した運動は起りにくいことを示している。人間の歩行においては、次節で述べるように、遊脚の周波数は第2共振周波数を少し越えた付近であることから、その運動は共振を利用したものではないことが予想される。したがって、遊脚期における義足の運動は、それ自体が過渡的な運動であるため、系固有の振動特性と同様、初期条件や強制入力による影響も十分考慮しなければならない。

3. 2 人間の遊脚モード

ここでは、人間の歩行の際の遊脚モードについて述べる。データは、全て Maillardet⁴⁾による。

人間の歩行の1サイクルとは、片側の踵が接地し、再びつぎに、その踵が接地するまでの間をいう。歩行解析のデータを用いれば、人間の歩行周期は、その身長に依存する⁶⁾が、一般に、正常歩行を、1分間に約70歩程度の速さで歩くものとすれば、その1サイクルは、2秒たらずである⁵⁾。この間に、遊脚状態は、左右共に、1回づつ訪れる。したがって、遊脚の振動は、約0.3~0.4秒間に行われている。さらに、遊脚の振動は、遊脚を2重振子とみなしたとき、ほぼ半周期の運動とみなすことができる。それに要する時間が、0.3~0.4秒であるから、1周期は0.7秒前後の値である。したがって、人間の遊脚の振動は、周期が0.7秒前後の2リンクの振動とみなすことができる。この振動を遊脚モードと呼ぶ。Fig. 3 は、半周期の遊脚モードの角度変位を、半周期を100%として、表わしたものである。これは、身長175cm、体重75kg

Fig. 3 Swing phase of human locomotion

Fig. 4 Swing of the 2 links

の成人男子の定常歩行の際の測定データである。破線は、測定データのバラツキの幅を示し、実線は、その平均値を示している。

ここでは、(2)式で表わされる 2 リンクモデルが、Fig. 3 に示された遊脚モードの動きを満足する条件を求める。まず Fig. 3 から、大腿部と下腿部の振幅方向は、逆方向と同方向の振幅の重ね合わせであることがわかる。このことから、少なくとも、リンクの周波数は、第 2 共振周波数であることが必要である。これは、健常者の定常歩行時の測定値から得られる遊脚モードの周期によっても裏づけされている。すなわち、遊脚モードの周期は、定常歩行時では、0.7 秒前後の値であることから、遊脚を剛体リンクとみなしたときの周波数は $2\pi/\omega \approx 0.7$ を満たす。この関係式によって得られる ω の値は、遊脚を剛体リンクとみなして得られる 2 リンク系の第 2 共振周波数をわずかに越える値となる。

つぎに、(2)式で表わされる 2 リンク系を、測定データから得られる初期値と、先に示した周波数をもつ適当な外力を与えて解くと、Fig. 4 が得られる。明らかに、(e)の状態は、人間の遊脚では越えられないし、また、現存する義足においても起こらない。(e)に示すような状態を過伸展と呼ぶ。また逆に、膝の折れすぎの状態も考えられる。これを、過屈曲と呼ぶ。したがって、義足の 2 リンクモデルが人間の遊脚モードを満足するためには、つぎの条件が必要である。

「過伸展、過屈曲が起こらない」

この条件を満たす義足の機能を、次章で与える。

4. 義足の数学モデル

義足の 2 リンクモデルにおいて、過伸展、過屈曲を防ぐために、膝関節にポテンシャル $\hat{U}$ を導入する。実際の義足は、過伸展、過屈曲を防ぐために、ストッパーやバネ、ダンパーが膝に装着されている。ポテンシャル $\hat{U}$ は、2 リンクモデルにおいて、それらの働きを近似するものである。この $\hat{U}$ を擬似ポテンシャルと呼ぶ。Fig. 5 は、擬似ポテンシャル $\hat{U}$ の物理的意味を表わしている。すなわち、膝角度 α と β に、高いエネルギーの壁があって、膝角度は、この壁を越えて運動することはできない。このエネルギーの壁が、ストッ

Fig. 5 Pseudo potential of knee joint

パーのポテンシャルを表わしている。さらに、この井戸形ポテンシャルを破線で近似し、関数表現したものが、擬似ポテンシャルである。

$$\hat{U}(\xi) = \frac{K_1}{(\xi - \alpha)^{p_1}} + \frac{K_2}{(\xi - \beta)^{p_2}} \quad (3)$$

$$(p_1 > 0, p_2 > 0, K_1 > 0, K_2 \leq 0) \xi = \theta_1 - \theta_2$$

p_1, p_2, K_1, K_2 は、束縛力 $(-\partial \hat{U} / \partial \xi)$ の大きさに関係するパラメータ、 α, β は、膝角度 ξ の可動範囲を与えるパラメータである。おのおの $p_i (i=1, 2)$ に対して、 $\hat{U}$ がエネルギーの次元をもつように比例定数 $K_i (i=1, 2)$ の次元を与えることができると仮定する。 $\hat{U}$ の最小値を与える点は、物理的には、バネの平衡点を表わしている。さらに、この点近傍のポテンシャルは非線形バネのポテンシャルに相当することを示すことができる。

今、(3)式の最も簡単な形を

$$\hat{U}(\xi) = \frac{K_1}{\xi - \alpha} + \frac{K_2}{\xi - \beta} \\ \xi = \theta_1 - \theta_2$$

として、 θ_0 を $\frac{\partial \hat{U}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\theta_0} = 0$ なる点であるとする。一

方、非線形バネのポテンシャルは

$$\bar{U}(\eta) = \frac{1}{2}(k_1 \eta^2 + k_2 \eta^4), \quad k_1, k_2: \text{バネ定数}$$

で与えられる。 η は、バネの延びた長さである。

ここで、Fig. 6 のようにバネが装着されていて、膝角度 $\xi = \theta_0$ でバネが自然長になると仮定する。さらに、 $\bar{U}(\eta)$ から、膝角度 ξ の関数 $\bar{U}(\xi)$ へと変数変換を行っ

て、束縛力 $-\partial \hat{U} / \partial \xi$ 、 $-\partial \bar{U} / \partial \xi$ を求める。その大きさを決定するパラメータとしては、

(i) バネの場合 バネ定数、バネの設置点の位置

(ii) ポテンシャル $\hat{U}$ の場合 K_1, K_2

である。この点に注意して、

Fig. 7 に、 $\partial \hat{U} / \partial \xi$ 、 $\partial \bar{U} / \partial \xi$ をプ

Fig. 6 Spring at knee joint

Fig. 7 Constrained forces of pseudo-potential and spring

ロットする。実線(a)は、擬似ポテンシャルで、 $K_1 = |K_2| = 1.0$ で解いたものであり、また(b)は、 $K_1 = |K_2| = 0.6$ で解いたものである。さらに、破線(1)は、バネ定数 $k_1 = 80$, $k_2 = 800$ で解いたものであり、(2)は、 $k_1 = 20$, $k_2 = 200$ で解いたものである。この図に示すように、擬似ポテンシャル $\hat{U}(\xi)$ は、3次の非線形特性をもつ非線形バネとして、物理的に処理できる。しかも、 $\hat{U}$ の特性は、非常に硬いバネに対応している。すなわち、 $k_1/k_2 \approx 1/10$ 程度の非線形バネに対応していることが、この図から示されている。 $\hat{U}$ が、ストッパーやバネに対応する物理的な性質をもっていることがわかった。この $\hat{U}$ を用いて、義足の数学モデルが完成する。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\ (\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{B+C}{D} \\ -\frac{A+B}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{K_1}{(\theta_1 - \theta_2 - \alpha)^2} + \frac{K_2}{(\theta_1 - \theta_2 - \beta)^2} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{C}{D} d_1 \dot{\theta}_1 + \frac{B}{D} d_2 \dot{\theta}_2 \\ \frac{B}{D} d_1 \dot{\theta}_1 - \frac{A}{D} d_2 \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C}{D} \\ -\frac{B}{D} \end{bmatrix} F \cos \omega t \quad (4) \end{aligned}$$

ここで d_1 は股関節の摩擦係数、 d_2 は膝関節の摩擦係数とした。ただし、この d_1 , d_2 を用いて(4)式のダンピング項を記述すると

$$\begin{bmatrix} -\left(\frac{C}{D}(d_1 + d_2) + \frac{B}{D}d_2\right)\dot{\theta}_1 + \left(\frac{C}{D}d_2 + \frac{B}{D}d_2\right)\dot{\theta}_2 \\ \left(\frac{B}{D}(d_1 + d_2) + \frac{A}{D}d_2\right)\dot{\theta}_1 - \left(\frac{B}{D}d_2 + \frac{A}{D}d_2\right)\dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

であるが、簡単のため、 $d_2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)$ によるダンピング力の相対的な影響を無視して、おのおのの角度変位に対するダンピングのみを与えた。ここで示したモデルは、膝関節機構に積極的に摩擦を取り入れたものではなく、摩擦を単に避けることのできない物理現象としてとらえ、おのおのの角度変化に対するダンピング力を用いて、その影響を考慮した。

また、現実に用いられている義足では、過伸展防止用に、ダッシュポットなどの粘性抵抗要素やジョイント軸に非線形摩擦要素をもつものが少なくない¹⁾。擬似ポテンシャルの考え方は、非線形摩擦に対してもよいモデルを与える。これについては、付録に示す。

さらに、(4)式に対して、股関節の運動を考慮に入れたモデルも作ることができる¹³⁾。人間の股関節の運動は単脚支持期、両脚支持期ともに滑らかで、ほぼ周期的な運動をする。この運動は、股関節の加速度 A_x (x 軸方向の加速度)、 A_y (y 軸方向の加速度) を用いて記述できる。文献¹³⁾では、実験結果から、 A_x , A_y の時間関数を求め、シュミレーションを行った。その結果、この股関節の運動は、モデルの運動に対して、重力やモーメントのみかけ上の変化を与えるだけで、大きく運動を変化させることはなかった。したがって、ここでは、股関節の運動を考慮した結果は示さない。

5. 計算結果

計算に際し、用いたデータは、以下の三つである。データ(A)は、大腿切断患者に義足を装着した場合の標準的な数値である。この場合の線形方程式の固有振動数は、 $\omega_1 = 3.55 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 6.16 \text{ rad/s}$ となる。データ(B)は、人体の測定値⁴⁾である。被験者は、身長 175 cm、体重 75 kg の成人男子。この場合の固有振動数は、 $\omega_1 = 3.52 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 6.34 \text{ rad/s}$ である。このことから、義足の形状を人間の足に似せることによって、固有振動数の値を人間の足の固有振動数に近づけていることがわかる。データ(C)は、(B)に示した人体の測定値の密度を 1/10 にした軽い 2 リンクモデルである。この場合の固有振動数は、 $\omega_1 = 3.58 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 6.41 \text{ rad/s}$ である。

これら三つのデータを用いて、義足の数学モデル(4)の数値解を調べることによって、その解に対する各パラメータや諸条件の働きを検討した。この場合、

Table 1 Data

(A)			(B)			(C)		
m_1	5.0	kg	m_1	8.0	kg	m_1	0.8	kg
L	0.4	m	L	0.42	m	L	0.42	m
h_1	0.2	m	h_1	0.17	m	h_1	0.17	m
I_1	0.2	kg·m ²	I_1	0.3	kg·m ²	I_1	0.03	kg·m ²
m_2	2.0	kg	m_2	4.8	kg	m_2	0.48	kg
h_2	0.3	m	h_2	0.25	m	h_2	0.25	m
I_2	0.2	kg·m ²	I_2	0.45	kg·m ²	I_2	0.04	kg·m ²

Fig. 8 Swing phase of the proposed mathematical model

各パラメータを変動させて得られる解と Fig. 3 に示す人間の歩行データとの 2 乗誤差値の変動に注目して各パラメータの影響を調べる手法を用いた。たとえば Table 1 に示したデータの静的釣合を保つために必要な最大トルクは $50 \text{ N} \cdot \text{m}$ 程度である。この値を系への強制入力として与え、その値を変動させて得られた解と、初期条件を測定データから与え、その値を変動させて得られた解を比較すると、初期条件の変動に対して、(4) 式はより敏感であった。このようにして得られた数値解のなかで、各データに対し、最も小さな 2 乗誤差値が得られた解と、そのときのパラメータを Fig. 8 に示す。

実線は、データ (C) であり、破線がデータ (A)、一点鎖線がデータ (B) による解を示している。これら三つのデータは、形状は、人間の足と、ほぼ等しいと考えることができるが、質量や慣性モーメントに、おのおの大きな差がある。今三つのデータ共に、初期条件は、歩行解析の測定値 ($\theta_1=0 \text{ rad}$, $\theta_2=-0.9 \text{ rad}$, $\dot{\theta}_1=5.0 \text{ rad/s}$, $\dot{\theta}_2=0 \text{ rad/s}$) を与えて計算を行った。その結

果、おのおのの変位は、人間の遊脚に十分近い値となった。しかも、パラメータの値も、 K_1 を除いて、大きく変化しているものはない。このことは、固有振動数がほぼ等しい振動系での過渡的な応答は、初期条件に大きく支配され、膝関節にバネやストッパーをもつ義足モデルでは、その剛性 (バネ定数、ストッパーの弾性率など) によっても大きく影響を受けることを示している。この図の場合は、膝の過伸展を防ぐために K_1 の果たす役割が重要となっている。したがって、リンクの質量や慣性モーメントの増加は、剛性の増加によって補償することができる。

また Fig. 8 における $K_2=0$ はシミュレーションで扱った遊脚運動との最小乗誤差をとった結果得られたもので、人の定常歩行時の遊脚運動のみを模擬する義足では過伸展防止用のストッパーがあれば十分であり、過屈曲の恐れはないことを示している。

6. ま と め

(i) 人間の遊脚モードは、第 1 振動モードと第 2 振動モードの重ね合せであることから、遊脚モードを満足する義足の 2 リンクモデルは、第 2 共振周波数付近の外力周波数をもつ必要がある。このことは、実験によって求められた歩行周期から得られる周波数が、第 2 共振周波数付近の値であることと一致する。

(ii) ストッパーやバネの特性を数学的に近似する擬似ポテンシャル $\hat{U}$ を導入して得られた義足の数学モデルは、Fig. 8, Photo. 1 に示すように、十分人間の遊脚モードを満足している。

(iii) この数学モデルの運動を支配する要因として、固有振動数、初期条件、股関節トルク、物理定数 (剛性、リンク質量など) がある。

(iv) リンク系の固有振動数は、系の形状と慣性モーメントに支配されるが、義足モデルの場合、過伸展、過屈曲に対する影響は、質量や慣性モーメントの増加が大きな問題となる。しかし、シミュレーションにおいて示されたように、質量、慣性モーメントの増加は、系の剛性の増加によって補償することができる。

Photo. 1 Swing phase of the proposed mathematical model

(v) 定常歩行時の遊脚期の義足の運動を決定するものは、固有振動数が等しければ、股関節トルクよりも、初期条件（初速度）である。このことは、人間の定常歩行時における遊脚の筋電測定からも立証されており^{6), 12)}、上記の義足モデルによる運動解析によっても裏づけされたことは興味深い。

結局、両脚支持期より遊脚運動へ入る時点における脚の速度の受け渡しを並進速度との関係において検討することが、義足への応用を目的とした歩行解析にとってきわめて重要となる。

本論文では、義足のダイナミックな運動の中で、義足の膝関節構造のモデル化を試みた。このモデルは、バネ、ストッパー、ダンパーの設計資料として役立つものと思われる。その具体的な適用方法は今後課で簡題として、別の機会に報告する予定であるが、ここ単にふれておく。今、ポテンシャル関数に対するバネ・ストッパー系のポテンシャルの詳細な対応関係（たとえば、不完全な例であるがFig. 7）が得られているとする。このポテンシャル関数を用いた数学モデルが希望の遊脚運動の最良の近似（2乗誤差最小あるいは最大誤差最小の意味で）となるように、ポテンシャル関数のパラメータを定める。つぎに、対応関係からバネ・ストッパー系のポテンシャルのパラメータを決定する方法を考えている。

参 考 文 献

- 1) 児玉, 武智, 明石: 義足, 28/165, 医学書院 (1972)
- 2) C. W. Radcliffe: Simulation of Swing Phase Dynamics in Above-knee Prosthesis, J. of Biomechanics, 9, 283/292 (1976)
- 3) W. C. Flowers: An Electrohydraulic Knee-Torque Controller of a Prosthesis Simulator, ASME Trans., J. of Biomechanical Engineering, February, 3/7 (1977)
- 4) F. J. Maillardet: The Swing Phase of Locomotion, I Mech. E, Engineering Medicine, 6-3, 67/75 (1977)
- 5) 山崎信寿: 2足歩行の総合解析モデルとシミュレーション, バイオメカニズム 3, 261/269, 東京大学出版会 (1975)
- 6) S. Machon: Ballistic Walking, J. of Biomechanics, 13, 49/57 (1980)
- 7) F. Gubina: On the Dynamic Stability of Biped Locomotion, IEEE Trans. Biomedical Engineering, BME 21-2, 102/108 (1974)
- 8) 宮崎, 有本: 二足歩行のダイナミクスの制御理論的考察, 計測自動制御学会論文集, 14-4, 498/504 (1979)
- 9) M. Vukobratvic: 歩行ロボットと人工の足, 日刊工業新聞社 (1975)
- 10) H. Hemami: Modeling and Control of Constrained Dynamic Systems with Application to Biped Locomotion in the Frontal Plane, IEEE. Trans. on Automatic Control, AC-24-4, 526/535 (1979)
- 11) チモシェンコ: 工業振動学, 東京図書 (1977)
- 12) J. V. Bosmajian: The Human Bicycle, J. of Biomechanics, 5-A (1976)
- 13) 成清, 伊藤: 大腿義足の運動を表現する数学モデル, 電子通信学会技術研究報告, MBE 79-43~52, 57/64 (1979)
- 14) 広川, 杉山, 他: 膝感覚フィードバックを有する義足の遊脚運動のシミュレーション, 日本機械学会論文集(C) 1366/1375 (1979)
- 15) J. J. Stoker: Nonlinear Bibration in Mechanical and Electrical Systems Interscience Publishers Inc., N. Y. (1950)

《付録》 非線形摩擦による義足の数学モデル

ここでは、Fig. 9 に示すような摩擦係数をもつ、非線形摩擦を考える。この摩擦係数と摩擦ポテンシャルを以下のように与える。

$$\begin{aligned}\bar{U} &= \frac{d}{2} \xi^2 \\ &= \frac{d}{2} (\theta_1 - \theta_2)^2\end{aligned}$$

ただし

$$d = \frac{K_1}{(\theta_1 - \theta_2 - \alpha)p_1} + \frac{K_2}{(\theta_1 - \theta_2 - \beta)p_2}$$

$$(K_1 > 0, K_2 < 0, p_1 > 0, p_2 > 0)$$

この摩擦ポテンシャルを用いた義足の数学モデルは

$$\begin{aligned}& \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\theta_1 - \theta_2)\dot{\theta}_1^2 \\ (\theta_1 - \theta_2)\dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{B+C}{D} \\ -\frac{A+B}{D} \end{bmatrix} d(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + \begin{bmatrix} \frac{C}{D} \\ -\frac{B}{D} \end{bmatrix} F \cos \omega t\end{aligned}$$

で与えられる。この数学モデルによっても、人間の遊脚モードを満足するような解を得ることができる。

Fig. 9 Friction constant